

Guia de Leitura das Posições Angulares

A filmagem do experimento de Rolamento foi realizada utilizando-se um papel sobre o qual foi impresso um quadriculado como painel de fundo. Os quadradinhos servirão de auxílio tanto para medição das posições angulares quanto lineares. **Importante:** você analisará as imagens que estão numeradas de acordo com o conjunto e grupo de dados que lhe foi designado, no entanto, será necessário conferir todas as imagens do conjunto de modo a poder identificar em que quadrante está localizado o raio-guia. Portanto, veja todas as imagens do seu conjunto, mas colete apenas os dados do seu grupo. Não esqueça de ler o Guia de Leitura de Posições Lineares antes do texto a seguir, e de ler todas as instruções de ambos os guias antes de realizar suas medidas.

Leitura da Posição Angular

Note a existência de quatro fitas perpendiculares entre si, amarradas na borda do aro, que se interceptam em seu centro, conforme mostra a **Fig 1**. Dentre todas, você escolherá uma única fita (que receberá o nome de raio-guia) e acompanhará o seu movimento durante todo o rolamento do aro.

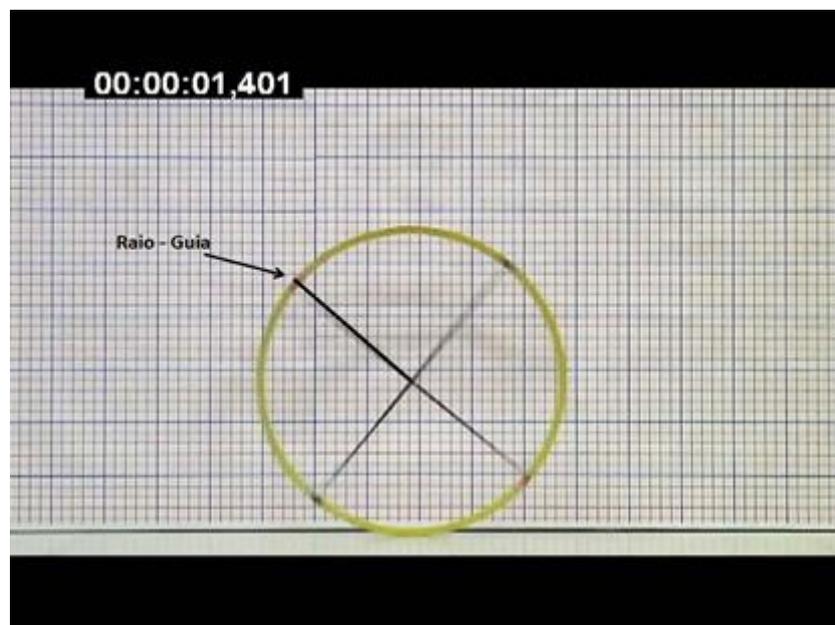


Figura 1. Exemplo de raio-guia.

O sistema de referências xOy , fixo no quadriculado e a partir do qual as leituras de posição linear serão feitas, já foi apresentado no *Guia de Leitura de Posições Lineares*. Como o rolamento do aro ocorre em relação ao seu centro, mediremos sua rotação em relação a esse centro. Assim, o sistema de referências $x'O'y'$ para leitura de posição angular tem origem no centro O' do aro e seus eixos $O'x'$ e $O'y'$ são paralelos aos eixos Ox e Oy , já conhecidos, como é mostrado na **Fig. 2**.

É possível medir a posição angular θ do raio-guia escolhido em qualquer quadrante do sistema $x'O'y'$. Porém, o primeiro quadrante é normalmente o menos propenso a erros. Desta forma, mesmo escolhendo certo raio-guia, as leituras de posição ocorrerão sempre no primeiro quadrante do sistema de eixos. Chamaremos de raio auxiliar a fita que aparecer no primeiro quadrante do sistema $x'O'y'$ em uma dada imagem. Se esse raio auxiliar não corresponder ao raio-guia inicialmente escolhido, será necessário somar $\pi/2$, π ou $3\pi/2$ à medição feita, para que esta mesma se corresponda com o raio-guia. As **Figs. 2-4** exemplificam essas situações para o raio-guia no segundo, terceiro e quarto quadrantes:

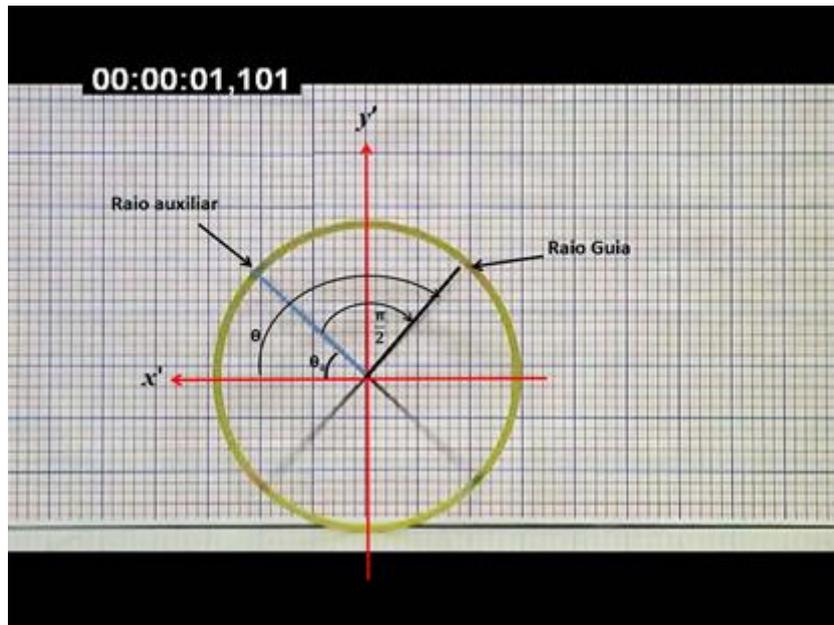


Figura 2: A posição angular do raio guia no segundo quadrante pode ser obtida a partir da posição angular do raio auxiliar, adicionando $\pi/2$ ao valor medido no primeiro quadrante.

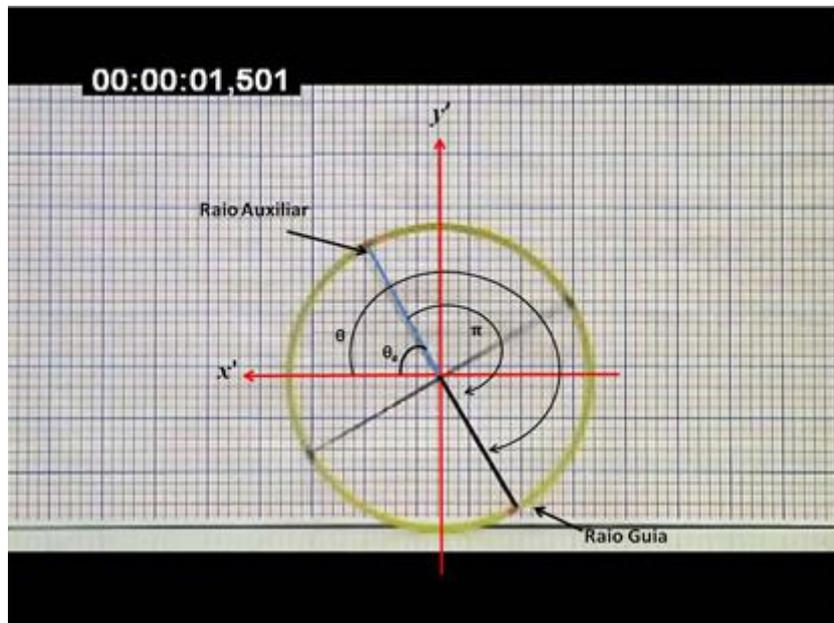


Figura 3: A posição angular do raio guia no terceiro quadrante pode ser obtida a partir da posição angular do raio auxiliar, adicionando π ao valor medido no primeiro quadrante.

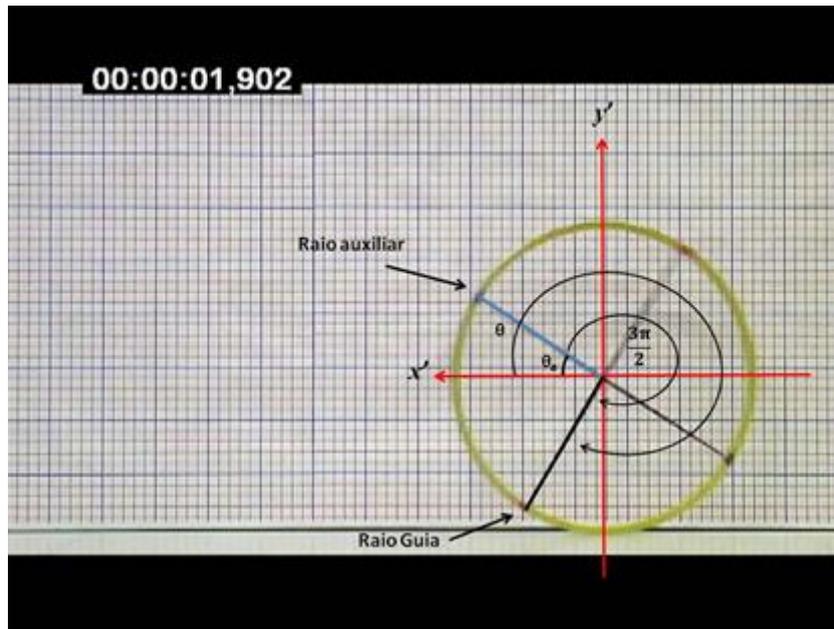


Figura 4: A posição angular do raio guia no quarto quadrante pode ser obtida a partir da posição angular do raio auxiliar, adicionando $3\pi/2$ ao valor medido no primeiro quadrante.

A seguir, serão indicados os procedimentos de obtenção da posição angular do raio-guia em cada instante de tempo demarcado nas imagens a partir da leitura da posição angular do raio auxiliar.

- a) O ângulo θ_a entre o raio auxiliar e o eixo $O'x'$ pode ser deduzido das projeções ortogonais desse raio a partir das linhas quadriculadas do painel ao fundo. Observe na **Fig. 5** tais projeções, que podem ser lidas diretamente em centímetros a partir do quadriculado de fundo. Delas, podemos escrever que a tangente desse ângulo θ_a é:

$$\text{tg } \theta_a = \frac{y'_a}{x'_a} \quad (1)$$

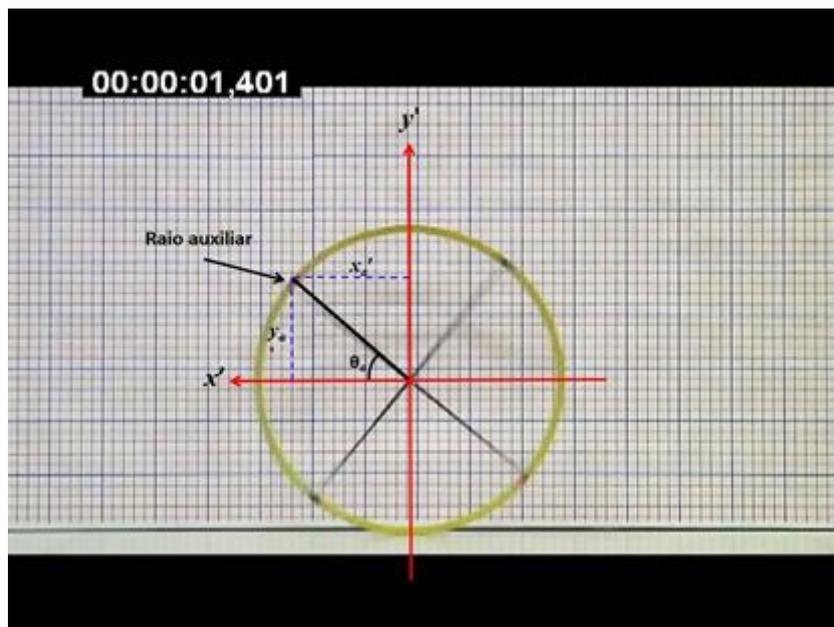


Figura 5: Projeções ortogonais x'_a e y'_a do raio auxiliar nos eixos x' e y' , respectivamente.

- b) Monte uma tabela com os instantes de tempo t_i (em segundos), as projeções ortogonais x'_a e y'_a do raio auxiliar (em centímetros) e suas posições angulares θ_a (em radianos), para cada imagem i . Lembre-se que os quadrados maiores e azuis têm lado 10 cm e que os menores e vermelhos, 2 cm.
- c) Note que os valores obtidos para θ_a oscilam, uma vez que esse ângulo não reflete a real rotação do aro, que precisa ser descrita em termos da posição angular θ de um raio-guia. Numa certa imagem, estando o raio-guia num quadrante q (sendo $q = 1, 2, 3$ ou 4), a diferença $\Delta\theta_q$ entre as posições angulares do raio-guia e do raio auxiliar é

$$\Delta\theta_q = (q - 1) \cdot \frac{\pi}{2}$$

- d) Sendo n o número de voltas completas já dadas pelo aro no intervalo de tempo observado, deve ser levado em conta um deslocamento angular $\Delta\theta_n$, tal que

$$\Delta\theta_n = 2\pi \cdot n$$

- e) Portanto, é necessário adicionar mais duas colunas na planilha para alocar os valores de q e de n . Na última coluna da planilha, calcule a posição angular θ do raio-guia a partir da seguinte expressão:

$$\theta = \arctg \frac{y'_a}{x'_a} + (q - 1) \cdot \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot n$$

onde q é o número do quadrante onde está o raio-guia e n o número de voltas completadas pelo aro.

A **Tabela 1** mostra um exemplo de como organizar todos esses dados. Note que todas as posições angulares θ do raio-guia estão em ordem crescente.

Tabela 1: Modelo para construção da planilha e organização dos dados. As variáveis nos títulos das colunas foram explicados ao longo do texto.

t (s)	x_a' (cm)	y_a' (cm)	q	n	θ (rad)
0,067	13,0	7,0	1	0	0,49
0,100	9,5	10,5			0,84
0,133	5,5	14,0			1,20
0,167	14,0	1,0	2	0	1,64
0,200	13,0	6,0			2,00
0,234	9,5	10,0			2,38
0,267	5,5	13,0			2,74
0,300	0,5	14,0			3,11
0,334	14,0	5,0			3
0,367	10,5	9,0	3,85		
0,400	7,0	12,0	4,18		
0,434	2,5	14,0	4,54		
0,467	13,5	2,5	4	0	4,90
0,500	12,5	6,0			5,16
0,534	10,0	10,0			5,50
0,567	6,5	12,0			5,79
0,601	2,5	13,5			6,10
0,634	13,5	2,0			1
0,667	12,5	5,5	6,70		
0,701	10,5	9,0	6,99		
0,734	8,0	11,5	7,25		
0,767	4,5	13,0	7,52		
0,801	0,5	14,0	2	1	7,82
0,834	13,5	3,5			8,11
0,868	11,5	7,0			8,40
0,901	10,0	9,0			8,59
0,934	7,5	12,0			8,87
0,968	4,0	13,0			9,13
1,001	1,0	14,0	3	1	9,35
1,034	13,5	2,0			9,57
1,068	12,5	5,0			9,81
1,101	11,5	7,0			9,97
1,134	9,5	10,0			10,24