

Roteiro para o experimento de Continuidade – Parte I

A) Introdução ao experimento

Esse experimento tem por objetivo verificar a equação da continuidade para o escoamento de um fluido viscoso num tubo de vidro. O fluido em questão possui pequenas esferas de manteiga que, por possuírem uma cor diferente à do líquido, proporcionam a visualização do movimento do fluido.

B) Procedimento de análise

B1. A verificação da equação de continuidade passa pelo cálculo da velocidade de escoamento do fluido. Para tanto fez-se uso de uma folha com linhas verticais, igualmente espaçadas de 0,8 cm, que foi colocada por trás do tubo de vidro de modo a permitir que possamos acompanhar o movimento das esferas enquanto o fluido escoava.

B2. Assista ao vídeo do escoamento do fluido e observe o movimento das esferas de manteiga. Note que algumas permanecem paradas na parede do tubo.

B3. Descreva o movimento do fluido nas duas regiões do tubo (larga e estreita).

B4. Veja a situação disponível para sua análise. Note que cada uma delas possui um certo número de fotos, sendo que cada uma possui em torno de 10 bolinhas em destaque. Você deve identificar as bolinhas destacadas da sua situação e encontrá-las no **Quadro Geral** para poder acompanhar todo o movimento delas. Perceba também que a esfera atravessa a região demarcada pelas linhas de fundo pretas; isso será útil para que se tenha uma referência de distância percorrida.

B5. Calcule a velocidade das esferas quando elas estiverem se movimentando tanto no tubo largo quanto no tubo estreito. Para tanto use, em cada trecho do tubo, o tempo que a esfera leva para percorrer a distância (fornecida no item B1) entre duas linhas verticais consecutivas que *aparecem no fundo do tubo*.

B6. Calcule a incerteza das velocidades das esferas para as posições do tubo largo e do tubo estreito. Para tanto, estime a incerteza adequada para a posição e despreze a incerteza no tempo.

B7. Calcule a área da seção do tubo largo e a área da seção do tubo estreito com suas respectivas incertezas. Consulte os dados na tabela 1 da seção “Apêndice”.

B8. Verifique se a relação de continuidade está sendo satisfeita. Explique como você chegou a essa conclusão.

C) Apêndice

Tabela 1 – Valores do diâmetro medidos para o tubo largo e estreito.

	Diâmetro (cm)	Incerteza (cm)
Tubo Largo	2,26	0,05
Tubo Estreito	0,55	0,05

Roteiro para o experimento de Continuidade – Parte II

A) Introdução ao experimento

Você estudou anteriormente o escoamento de um fluido viscoso. No entanto você pode perceber que nem sempre a relação de continuidade foi satisfeita. Isso ocorreu porque não tínhamos um escoamento laminar em regime permanente de um fluido ideal. Para maiores informações sobre os diferentes tipos de escoamento leia o texto auxiliar.

B) Procedimento de análise

Na primeira parte do experimento você analisou em torno de 10 bolinhas. Nessa etapa você usará os valores de velocidade obtidos pela sala, optando por escolher a velocidade numa única região do tubo (ou do largo ou do estreito).

Antes de iniciar os itens que se segue leia o texto auxiliar disponível na página inicial do experimento, ele será útil na realização de toda essa etapa.

B1. Reúna os dados de todas as velocidades (de todas as situações) em particular e faça a média das velocidades. Lembre-se que esse mesmo valor será usado pela sala toda.

B2. Sabendo a velocidade média do fluido (\bar{v}) (calculada no item anterior), a viscosidade (μ) do mesmo, sua densidade (ρ) e o diâmetro do tubo (D), calcule o coeficiente de Reynolds (Re) que melhor descreve o fluido identificando em seguida o tipo de escoamento.

B3. Explique como se caracteriza o tipo de escoamento identificado no item anterior.

B4. Sabendo o tipo de escoamento do fluido você pode agora verificar qual o perfil de velocidade dentro do tubo, ou seja, como é o movimento das esferas.

B5. O que você pode dizer do movimento das esferas levando em consideração o perfil de velocidade obtido? Descreva qualitativamente esse movimento.

Texto Auxiliar – Escoamento

1. Tipos de Escoamento

Em nosso cotidiano é muito comum fazer uso de expressões como “(...) o avião enfrentou muita turbulência (...)”, “(...) as águas do rio estavam turbulentas (...)” etc., tudo isso no sentido de expressar uma idéia de movimento caótico e desordenado de um fluido. No entanto, caracterizar esses movimentos como turbulento é algo equivocado. Dentre os diferentes escoamentos de um fluido podem ser feitas classificações como regime *laminar*, regime de *transição* e regime *turbulento*. Esses movimentos serão, no nosso caso, discutidos para o escoamento de um fluido num tubo horizontal. Para fluidos *ideais* o movimento pode ser mantido sem aplicação de forças externas, uma vez que não há forças dissipativas entre fluido e tubo. Por outro lado, nos fluidos *reais* existe a *viscosidade*, que é uma propriedade intrínseca do fluido e representa a resistência do mesmo ao escoamento assim como a resistência encontrada por um objeto que se desloca dentro dele.

Para entender o escoamento laminar sob o efeito da viscosidade, cada “camada” de fluido pode ser pensada como uma placa que se move com determinada velocidade que depende das características do fluido (figura 1).



Figura 1 - Comportamento do fluido ao escoar em regime laminar.

(Fonte: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>.)

No caso de um fluido que escoar por um tubo de seção circular, também teremos esse *gradiente* de velocidade. Escolhendo como referencial o eixo central, na direção do comprimento do tubo, percebemos que a velocidade de escoamento é tanto menor quanto maior a distância entre a quantidade de fluido e o eixo. Como antes, podemos pensar no movimento de “camadas” durante o escoamento de fluido. Na figura 2, “ r ” é a distância da camada até o eixo do tubo e “ R ” o raio do mesmo, enquanto “ v_m ” é a velocidade máxima de escoamento.

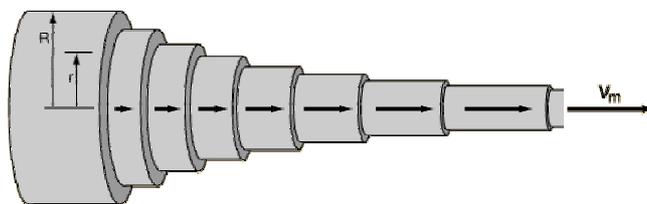


Figura 2 – Regime laminar de escoamento de um fluido num tubo.

(Fonte: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>.)

Em um regime turbulento, o fluido faz trajetórias bastante irregulares enquanto sua velocidade sofre rápidas variações que variam tanto em direção como em sentido (figura 3).

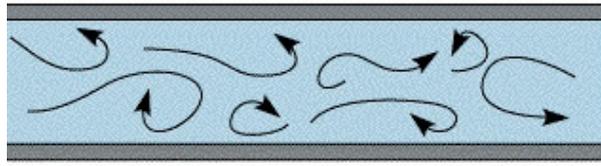


Figura 3 - Escoamento Turbulento.

(Fonte: <http://www.infoescola.com/mecanica-de-fluidos/tipos-de-fluxos-e-escoamentos/>)

Mas como então podemos definir os escoamentos dos fluidos? Apenas fazendo uma observação? Na realidade, foi com os resultados do experimento do cientista e matemático britânico Osborne Reynolds que foi possível fazer uma classificação.

2. Número de Reynolds

Vamos admitir que um fluido escoar por um tubo de diâmetro D com uma velocidade média V , e injetamos um líquido colorido (de massa específica igual a do fluido). De acordo com o valor de V , observaremos uma das três possibilidades mostradas na figura 4. Nela, a vazão de fluido (no caso, água) aumenta de cima para baixo.



Figura 4 - Três tipos de escoamentos quando um líquido é injetado ao movimento do fluido.

(Fonte: [http://www.fem.unicamp.br/~im250/SITE%20IM250/AULAS/Aula-8%20&%209%20-%20Sol%20N.%20Stokes/Sol%20N-S%20\(1\).htm#slide0206.html](http://www.fem.unicamp.br/~im250/SITE%20IM250/AULAS/Aula-8%20&%209%20-%20Sol%20N.%20Stokes/Sol%20N-S%20(1).htm#slide0206.html))

Quando V é “suficientemente pequeno”, o traço de corante aparece como uma linha bem definida ao longo do tubo, o que caracteriza um *escoamento em regime laminar*. Se V é “suficientemente grande” o traço do corante se apresenta borrado, espalhando-se ao longo de todo o tubo de maneira aleatória. Nesse caso existe um *escoamento em regime turbulento*. Entretanto, se V apresentar um “valor intermediário”, o traço do corante varia no tempo e no espaço apresentando diversas perturbações, o que caracteriza um movimento de transição entre um escoamento e outro. Segundo Reynolds,

“O movimento interno da água assume essencialmente uma ou outra de duas formas distintas – ou os elementos do fluido seguem uns aos outros ao longo de linhas de movimento que os conduzem da maneira mais direta aos seus destinos, ou eles redemoïnham em trajetórias sinuosas o mais indiretamente possível”.

Reynolds mostrou, conforme consta na tabela 1, que o escoamento dos fluidos poderia ser classificando de acordo com o valor de um parâmetro adimensional definido por

$$R_e = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu}, \quad (1)$$

onde “ R_e ” é o chamado *número de Reynolds*, sendo “ ρ ” a massa específica do fluido, e “ μ ” e “ ν ” sua viscosidade dinâmica e cinemática, respectivamente

Tabela 1 – Classificação dos tipos de escoamento de acordo com o número de Reynolds.

$R_e < 2\,300$	Escoamento Laminar
$2\,300 < R_e < 4\,000$	Escoamento Laminar-Turbulento
$R_e > 4\,000$	Escoamento Turbulento

3. Perfil de Velocidade

Considere a figura 5. Ela representa um esquema do tubo usado no experimento “Continuidade”. Com o objetivo de deduzir uma função para o *perfil de velocidade* (que será mais bem descrito adiante), nos delimitaremos apenas ao trecho largo do tubo, embora os mesmos cálculos podem ser feitos para o outro trecho.

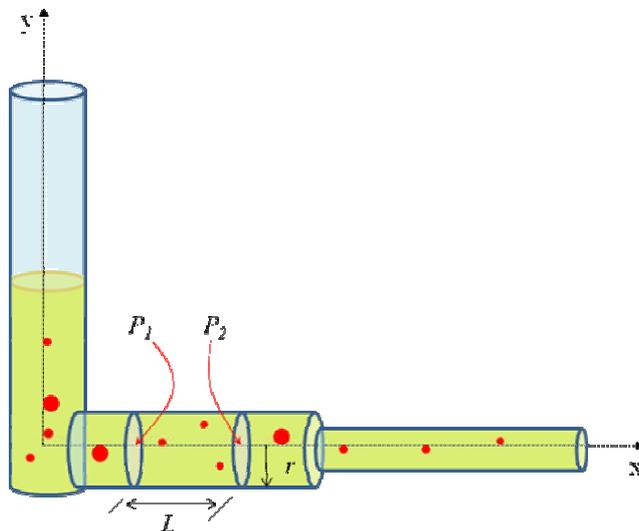


Figura 5: Desenho esquemático do tubo usado no experimento “Continuidade” acrescido de parâmetros importantes.

No esquema, “ P_1 ” e “ P_2 ” correspondem às pressões em dois pontos distintos no tubo horizontal, “ r ” é a distância entre um ponto qualquer do tubo e o eixo central ($r = R$ corresponde ao raio do tubo), e “ L ” a distância entre os dois pontos com pressões diferentes.

O fluido, ao escoar pelo tubo horizontal, exerce uma força *ao longo dele* dada por

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = (P_1 - P_2)\pi r^2, \quad (2)$$

onde P é a pressão exercida pelo fluido na seção transversal A do tubo horizontal.

Enquanto o fluido escoar existe uma tensão tangencial T atuante *nas paredes* do cilindro provocada pela diferença de pressão, que é dada por

$$T = \frac{F}{A} = \frac{(P_1 - P_2)\pi r^2}{2\pi rL} = \frac{(P_1 - P_2)r}{2L}. \quad (3)$$

Lembrando que a força resultante sobre o tubo é a própria tensão tangencial, podemos escrever a “2ª lei de Newton da viscosidade” como

$$T = \eta \frac{dv}{dr}, \quad (4)$$

onde “ η ” é a viscosidade dinâmica do fluido e “ v ” a velocidade do fluido. Vale destacar que conforme o raio do tubo aumenta a velocidade do escoamento diminui, ou seja, a velocidade varia na direção do raio.

Igualando (3) e (4), temos

$$\eta \frac{dv}{dr} = \frac{(P_1 - P_2)r}{2L}. \quad (5)$$

Integrando os dois lados da igualdade anterior em relação a r e lembrando que $v(R) = 0$, ou seja, as esferas que estão na parede do tubo encontram-se paradas, temos

$$\begin{aligned} \int_0^v dv' &= \int_r^R \frac{(P_1 - P_2)r'}{2L\eta} dr' \\ v &= \left[\frac{(P_1 - P_2)r'^2}{4L\eta} \right]_r^R \\ v &= \frac{(P_1 - P_2)R^2}{4L\eta} - \frac{(P_1 - P_2)r^2}{4L\eta} \\ v &= \frac{(P_1 - P_2)(R^2 - r^2)}{4L\eta} \\ v &= \frac{(P_1 - P_2)}{4R^2L\eta} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \\ v(r) &= V \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right), \end{aligned} \quad (6)$$

onde V é

$$V = \frac{(P_1 - P_2)}{4R^2L\eta}, \quad (7)$$

e corresponde à velocidade média de escoamento do fluido, já definida na seção “2. Número de Reynolds”.

A equação (6), que representa o *perfil de velocidade* do escoamento *laminar* ao longo de um tubo, é visivelmente a equação de uma parábola, e por isso o perfil é chamado *parabólico* (figura 6).

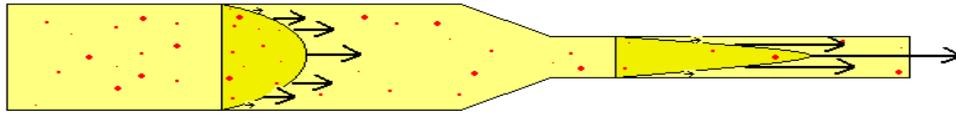


Figura 6 - Perfil de velocidade parabólico. As setas dão uma idéia do módulo da velocidade. Note que em ambos os trechos a maior velocidade ocorre ao longo do eixo do tubo, enquanto na parede as esferas encontram-se paradas.

Para um escoamento *turbulento* ao longo do mesmo tubo, o perfil de velocidade seria ligeiramente alterado:

$$v(r) = V \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{7}}. \quad (8)$$

4. Referência Bibliográfica

Bistafa, Silvio R. Mecânica dos Fluidos: noções e aplicações / R. Bistafa. – São Paulo: Editora Blucher, 2010.