Experimento Virtual de Colisiones Bidimensionales - Parte 2

Retomando el Experimento

El flujo de aire inyectado a través de los agujeros de la tapa de la mesa forma un colchón de aire que prácticamente elimina el atrito cinético entre los discos y la superficie de la mesa. Si las fuerzas en la dirección del movimiento son despreciables, la *cantidad de movimiento lineal* total debe conservarse. A partir del análisis de los movimientos, pudimos confirmar experimentalmente la ley de conservación, dentro de las incertezas experimentales, además de verificar que el centro de masa de los cuerpos tiene aceleración nula.

A) Estudio de la Energía Mecánica del Sistema

El objetivo de esta segunda parte del experimento es el de analizar el comportamiento de la *energía mecánica* del sistema. A partir del balance de energía, analizaremos la conservación (o no conservación) de la energía mecánica del sistema de cuerpos, que está asociada a la clasificación de elástica o inelástica. Seguiremos con la determinación del coeficiente de restitución, que también puede ser usado para clasificar la colisión, sin la necesidad de un cálculo explícito de los valores de energía.

En esta segunda parte del experimento no haremos nuevas medidas. Por lo tanto, tenga a mano, las planillas ya construidas en la primera parte.

B) Procedimiento de análisis

B1. *Estudio de la energía mecánica del sistema*

La energía mecánica de un sistema de cuerpos es igual a la suma de las energías cinéticas de los elementos participantes (que incluye la translación del centro de masa del cuerpo y su rotación en torno at centro de masa) con las energías potenciales (igual a la suma de los potenciales resultantes de las fuerzas conservativas – potencial gravitacional, elástica, eléctrica, etc. - que actúan e cada cuerpo).

En este experimento, el conjunto de discos, se mueve en un campo gravitacional. Pero, durante todo el movimiento analizado, la mesa se mantuvo fija a un plano horizontal, de modo que el potencial gravitacional fue constante para cada uno de los discos a lo largo del movimiento observado. Eso permite definir el origen del potencial gravitacional a nivel de la tapa de la mesa, de manera que el potencial de cada disco es nulo. En ausencia de otros potenciales, la energía mecánica se reduce a la suma de las energías cinética de los discos, que será, la magnitud que analizaremos.

B2. *Energía cinética de translación de los discos*

Luego de haber medido las velocidades de los discos a lo largo del movimiento, determinaremos sus energías cinéticas. Adiciona dos columnas a la tabla, una para la energía cinética, *K*, de cada disco, que puede ser calculada a partir de las columnas de las *componentes de la velocidad instantánea de los discos,* v_x e v_y, como:

$$K(t_i) = \frac{1}{2}m[v(t_i)]^2 = \frac{1}{2}m\left\{[v_x(t_i)]^2 + \left[v_y(t_i)\right]^2\right\} \qquad (1)$$

donde *m* es la masa del disco y t_i es el *i*-esimo instante. Al calcular las incertezas, ignora la incerteza de la masa.

B3. *Energía Cinética Total de Translación*

Como el sistema es constituido por el par de discos, la energía cinética total puede ser calculada a partir de la suma de las energías cinéticas de los discos, K_I y K_D, donde los subíndices I y D identifican respectivamente los discos da ***I***zquierda y a la ***D***erecha, de las imágenes. Adiciona otra columna, para calcular los valores de la energía cinética total de translación K_T del sistema:

$$K_T(t_i) = K_I(t_i) + K_D(t_i) \qquad (2)$$

Construye el gráfico de la evolución temporal de la energía cinética de translación total, o sea, K_T en función de t_i, incluyendo las barras de incerteza asociadas a la energía cinética total. Finalmente adiciona una línea de tendencia.

B4. *Determinación del Coeficiente de Restitución*

Se define coeficiente de restitución, *e*, como la razón entre las velocidades *relativas* de alejamiento, $v_{relativa}^{alejamiento}$, y de aproximación, $v_{relativa}^{aproximación}$, entre los cuerpos,

$$e = \frac{\left|v_{relativa}^{alejamiento}\right|}{\left|v_{relativa}^{aproximación}\right|} \qquad (3)$$

En una colisión en una dimensión, la velocidad relativa es simplemente la diferencia entre los módulos de las velocidades de los dos cuerpos, pero eso no vale en dos dimensiones, ya que los cuerpos no se mueven en la misma dirección. Hay varias formas de proceder para calcular el coeficiente de restitución. Vamos a seguir dos caminos, que no son los más directos; queda por tu cuenta descubrir cuál es el método más simple. El cálculo del coeficiente de restitución entró en la jugada para dar foco al estudio de las transformaciones de coordenadas, fundamentales en el estudio de la mecánica.

B5. *Movimiento relativo*

Vamos a fijar el sistema de referencia en uno de los discos y observar el movimiento del otro; de esta manera la ecuación horaria tendrá una única coordenada. Si no hay fuerza resultante sobre los cuerpos, ellos realizarán un movimiento a v lo largo de una recta. Abre una planilla nueva y construye dos columnas con los valores tiempo y distancia entre los discos, $\left(t_i, \sqrt{(x_{ei} - x_{di})^2 + (y_{ei} - y_{di})^2}\ \right)$. Haz el gráfico, determina el instante del choque e interpreta el significado de la menor distancia entre los discos. Calcula numéricamente la derivada, con el mismo procedimiento que has usado para las velocidades de cada disco, y construye el gráfico correspondiente. Obtén las velocidades medias antes y después de la colisión – ignora los valores en los instantes inmediatos al de la colisión, cuando la velocidad está variando. Determina los desvíos–patrón de las velocidades medias a partir del conjunto de velocidades que usaste para el cálculo de la media. Calcula el coeficiente de restitución y su desvío patrón por propagación de los desvíos de las velocidades medias.

B6. *Movimiento en relación al centro de masa*

Hemos considerado que el centro geométrico del disco coincide con su Centro de Massa (CM), así, las posiciones que determinamos corresponden a los CM de los discos en varios instantes, de los cuales tenemos imágenes. Como el CM del sistema está sobre la línea que une los CMs de los cuerpos, entonces la trayectoria del CM tiene dirección perpendicular a la del movimiento relativo de los discos – un observador en el CM del sistema ve los discos se aproximando inicialmente, chocando y, finalmente, se alejando, en una dirección perpendicular a la definida por su (del CM) trayectoria.

Podríamos describir la colisión en un referencial ortogonal, en el cual uno de los ejes contiene la trayectoria del CM del sistema. Para eso, sería necesario transformar las coordenadas del sistema cartesiano *Oxy* para el sistema del CM (girado en relación al *xOy*) y determinar las velocidades a lo largo del eje perpendicular al movimiento do CM, que son las velocidades instantáneas de los discos en una misma dirección: las velocidades relativas al CM, donde se puede constatar que el choque entre los discos es unidimensional. Como las velocidades son conocidas, tanto las de los discos como la del CM del sistema, ahorraremos el trabajo de reescribir las posiciones de los discos en otro sistema de referencia (girado y en movimiento); trabajaremos directamente con los vectores velocidad en el referencial del CM, cuyas componentes serán calculadas sim mudar la orientación de los ejes O*x* y O*y*. En el sistema de referencia del CM, los **dos** cuerpos se acercan y se alejan del CM en la misma dirección, moviéndose siempre sobre la línea que une los CMs de los discos.

B7. V*elocidades de los Discos en el Referencial CM*

A partir de las *componentes de la velocidad del centro de masa*, v_{CM_x} y v_{CM_y}, e de las *componentes de las velocidades de los discos*, v_x y v_y, que medimos *en el referencial del laboratorio*, podemos calcular las velocidades de los discos en el referencial del centro de masa. Adiciona dos pares de columnas a la tabla, una para cada disco, para las componentes v'_x y v'_y de las velocidades instantáneas de los discos en el referencial del centro de masa:

$$\begin{cases} v'_x(t_i) = v_x(t_i) - v_{CM_x}(t_i) \\ v'_y(t_i) = v_y(t_i) - v_{CM_y}(t_i) \end{cases} \qquad (4)$$

No te olvides de propagar las incertezas de las velocidades en el referencial del CM.

Adiciona otras dos columnas a la tabla para el *módulo* de las velocidades instantáneas de cada disco en el referencial del CM, dadas por

$$v'(t_i) = \sqrt{v'_x(t_i)^2 + v'_y(t_i)^2} \qquad (5)$$

Observación: En el sistema del CM, la cantidad de movimiento total es nula, $m_E\,\overrightarrow{v'_E}(t_i) + m_D\,\overrightarrow{v'_D}(t_i) = 0$. Para verificar eso, es preciso sumar los momentos vectorialmente, respetando los signos de las proyecciones. Observa que la fórmula (5) calcula el *módulo* de la velocidad, donde la información sobre la dirección fue perdida. Por eso, debes encontrar $m_E\ v'_E(t_i) = m_D\ v'_D(t_i)$.

B8. *Velocidades Relativas de Acercamiento o Alejamiento*

En el referencial CM, la *suma de los módulos* de las velocidades de los discos nos da la velocidad relativa:

$$|v_{rel}(t_i)| = v'_D(t_i) + v'_E(t_i) \qquad (6)$$

Para cada instante, debes obtener un valor de velocidad relativa.

El próximo paso es separar aquellas que son velocidades relativas de acercamiento (aquellas que se refieren a instantes anteriores al choque) de las velocidades relativas de alejamiento (que corresponden a los instantes posteriores al choque).

La media de los valores de las velocidades relativas de acercamiento nos da una velocidad relativa media de acercamiento, y lo mismo se aplica a las velocidades relativas de alejamiento. De esa forma, el coeficiente de restitución ***e*** puede ser estimado como el cociente de vichas velocidades:

$$e = \frac{\left|v_{relativa\ média}^{alejamiento}\right|}{\left|v_{relativa\ média}^{acercamiento}\right|} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[v_{relativa}^{alejamiento}(t_i)\right]}{\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left[v_{relativa}^{acercamiento}(t_j)\right]} \qquad (7)$$

Estima la incerteza a partir de la fluctuación de los valores de las velocidades relativas.

C) Procedimientos para Construir el informe

Envía las planillas que contengan todos los valores, cálculos efectuados y gráficos. Es mejor hacer planillas distintas para:

i. Valores brutos y posición del centro de masa
ii. Velocidades en el sistema del laboratorio, tanto de los discos cuanto del Centro de Masa
iii. Analiza la energía cinética
iv. Analiza el movimiento relativo de un disco en relación al otro
v. Analiza los movimientos de los discos en relación al CM.

Elabora un informe con los siguientes ítems:

1) **Introducción.** Describe, con tus palabras, el aparato experimental y el objetivo del experimento.
2) **Resultados**

- Presenta el gráfico que representa las trayectorias de los discos y del CM, con la interpretación de las trayectorias observadas.
- Presenta el gráfico y los resultados numéricos que muestran la conservación o no de la cantidad de movimiento, con tu interpretación del resultado obtenido.

- Presenta el gráfico y el resultado numérico que muestra la conservación o no de la energía, con tu interpretación del resultado obtenido.
- Presenta los gráficos que representan el movimiento relativo de un disco en relación al otro con tu interpretación del resultado obtenido.
- Presenta los gráficos que representan el movimiento de los discos en el referencial del CM e interpreta el resultado obtenido.
- Presenta los resultados numéricos del coeficiente de restitución obtenido por los dos métodos descriptos aquí. Explica si son compatibles entre sí o no, y si están de acuerdo con el resultado obtenido sobre la conservación de la energía. Se has encontrado otro método de calcular el coeficiente de restitución, explica como lo has hecho y presenta el resultado: vale hasta +2 puntos, de acuerdo a la calidad de la discusión y del resultado.

3) **Discusión y conclusión**.