

Roteiro do experimento “Colisões bidimensionais” – Parte 2

Retomada do Experimento

Como visto na primeira parte do experimento, o fluxo de ar injetado pelos furos do tampo formou um colchão de ar que praticamente eliminou o atrito cinético entre os discos e a superfície da mesa. Assim, se as forças na direção do movimento são mesmo pequenas, a *quantidade de movimento linear* total deve se conservar. A partir da análise dos movimentos, pudemos confirmar experimentalmente essa lei de conservação, dentro da incerteza experimental, bem como verificar que o centro de massa dos corpos tem aceleração nula.

A) Introdução ao Experimento

O objetivo desta segunda parte do experimento é analisar o comportamento da *energia mecânica* do sistema de corpos envolvidos na colisão. A partir do balanço de energia, concluiremos a respeito da conservação (ou não conservação) da energia mecânica do sistema de corpos, que está ligada à classificação como elástica ou inelástica. Em seguida, procederemos com o cálculo do coeficiente de restituição, que também pode ser usado para classificar a colisão, sem precisar do cálculo explícito dos valores de energia.

Nesta segunda parte do experimento de colisões bidimensionais, não serão necessárias novas coletas de dados. Tenha a mão, portanto, as planilhas já construídas na primeira parte.

B) Procedimento de análise

B1. *Estudo da Energia Mecânica do Sistema*

A energia mecânica de um sistema de corpos é a soma das energias cinéticas (que pode ser separada em translação do centro de massa do corpo e rotação em torno do centro de massa) com as energias potenciais (somatório dos potenciais devidos às forças que agem em cada corpo – potencial gravitacional, elástico, elétrico etc.).

No presente experimento, o conjunto de discos, isto é, o próprio sistema de corpos, move-se no campo de gravitação. Entretanto, durante todo o movimento analisado, a mesa de ar manteve-se fixa em um plano horizontal, de modo que o potencial gravitacional foi constante para cada um dos discos no decorrer do movimento observado. Isso permite definir a origem do potencial gravitacional no nível da mesa de ar, de forma que o potencial de cada disco é nulo. Na ausência de outros potenciais, a energia mecânica reduz-se à soma das energias cinéticas dos discos, que será, portanto, a grandeza que analisaremos.

B2. Energia Cinética de Translação dos Discos.

Na primeira parte do experimento, medimos as velocidades dos discos ao longo do movimento, o que, junto com suas massas, nos permite determinar as energias cinéticas deles. Adicione à tabela uma coluna para cada disco referente à sua energia cinética K , que pode ser calculada a partir das colunas referentes às *componentes da velocidade instantânea dos discos*, v_x e v_y , como:

$$K(t_i) = \frac{1}{2}m[v(t_i)]^2 = \frac{1}{2}m\{[v_x(t_i)]^2 + [v_y(t_i)]^2\} \quad (1)$$

em que m é a massa do disco e t_i é o i -ésimo instante. Ao calcular as incertezas, ignore a incerteza da massa.

B3. Energia Cinética Total de Translação

Como o sistema é constituído pelo par de discos, a energia cinética total é obtida a partir da soma das energias cinéticas dos discos, K_E e K_D , em que os subscritos E e D identificam respectivamente os discos da esquerda e da direita, com relação às imagens. Adicione outra coluna à tabela, para acomodar os valores da energia cinética total de translação K_T do sistema:

$$K_T(t_i) = K_E(t_i) + K_D(t_i) \quad (2)$$

Construa o gráfico da evolução temporal da energia cinética de translação total, isto é, K_T em função de t_i , incluindo as barras de incerteza referentes à energia cinética total, e adicione uma linha de tendência.

B4. Determinação do Coeficiente de Restituição

Define-se coeficiente de restituição, e , como a razão entre as velocidades *relativas* de afastamento, $v_{relativa}^{afastamento}$, e de aproximação, $v_{relativa}^{aproximação}$, entre os corpos,

$$e = \frac{|v_{relativa}^{afastamento}|}{|v_{relativa}^{aproximação}|} \quad (3)$$

Em uma colisão em uma dimensão, a velocidade relativa é simplesmente a diferença entre os módulos das velocidades dos dois corpos, mas isso não vale em duas dimensões, uma vez que os corpos não se movem segundo uma mesma direção. Há várias formas de proceder para calcular o coeficiente de restituição, e vamos seguir dois caminhos, que não são os mais diretos, ficando por sua conta descobrir e usar o método mais simples. O cálculo do coeficiente de restituição entrou na discussão para dar um foco no estudo das transformações de coordenadas, estas sim, fundamentais no estudo da mecânica.

B5. Movimento relativo

Primeiro, vamos fixar o sistema de referência em um disco e observar o movimento do outro, cuja equação horária terá uma única coordenada. Se não há força resultante sobre os corpos, eles realizarão um movimento ao longo de uma reta. Abra uma nova planilha e

determine a evolução temporal da distância entre os dois discos: construa duas colunas com as grandezas $(t_i, \sqrt{(x_{ei} - x_{di})^2 + (y_{ei} - y_{di})^2})$.

i. Faça o gráfico, determine o instante da colisão e interprete o significado da menor distância entre os discos.

ii. Calcule numericamente a derivada, com o mesmo procedimento que usou para as velocidades de cada disco, e faça o gráfico correspondente.

iii. Tire as médias das velocidades antes e depois da colisão – ignore os dados nos instantes imediatos ao da colisão, quando a velocidade está variando.

iv. Determine os desvios-padrão das velocidades médias a partir do conjunto de velocidades que usou no cálculo da média.

v. Calcule o coeficiente de restituição e seu desvio-padrão por propagação dos desvios das velocidades médias.

B6. *Movimento em relação ao centro de massa*

Nas análises já efetuadas, consideramos que o centro geométrico do disco é o seu Centro de Massa (CM), de modo que as posições que determinamos correspondem aos CM dos discos nos vários instantes para os quais temos imagens. Como o CM do sistema está contido na linha que une os CMs dos corpos, então a trajetória do CM tem direção perpendicular à do movimento relativo dos discos – um observador no CM do sistema veria os discos primeiro se aproximarem, depois colidirem e, finalmente, se afastarem, em uma direção perpendicular à definida pela sua (do CM) trajetória.

Poderíamos descrever a colisão em um referencial ortogonal em que um dos eixos contém a trajetória do CM do sistema. Para isso, seria necessário transformar as coordenadas do sistema cartesiano Oxy para esse sistema de CM (rodado em relação ao xOy) e determinar as velocidades ao longo do eixo perpendicular ao movimento do CM, que são as velocidades instantâneas dos discos em uma mesma direção: as velocidades relativas ao CM, em que a colisão entre os discos é unidimensional. Entretanto, como já conhecemos as velocidades, tanto dos discos quanto do CM do sistema, vamos nos poupar o trabalho de reescrever as posições dos discos em outro sistema de referência (rodado e em movimento) e lidar diretamente com os vetores velocidade no sistema de CM, cujas componentes calcularemos sem trocar a orientação dos eixos Ox e Oy . No sistema de referência do CM, os **dois** corpos se aproximam e se afastam do CM na mesma direção, movimentando-se sempre sobre a linha que une os CMs dos discos.

B7. *Velocidades dos Discos no Referencial CM*

A partir das *componentes da velocidade do centro de massa*, v_{CM_x} e v_{CM_y} , e das *componentes das velocidades dos discos*, v_x e v_y , que medimos *no referencial de laboratório*,

podemos calcular as velocidades dos discos no referencial do centro de massa. Adicione dois pares de colunas à tabela, uma para cada disco, referentes às componentes v'_x e v'_y das velocidades instantâneas dos discos no referencial do centro de massa:

$$\begin{cases} v'_x(t_i) = v_x(t_i) - v_{CM_x}(t_i) \\ v'_y(t_i) = v_y(t_i) - v_{CM_y}(t_i) \end{cases} \quad (4)$$

Não se esqueça de propagar as incertezas nas velocidades no referencial do centro de massa.

Adicione mais duas colunas à tabela relativas ao *módulo* das velocidades instantâneas de cada disco no referencial do centro de massa, dadas por

$$v'(t_i) = \sqrt{v'_x(t_i)^2 + v'_y(t_i)^2} \quad (5)$$

Observação: No sistema de centro de massa, a quantidade de movimento total é nula, $m_E \vec{v}'_E(t_i) + m_D \vec{v}'_D(t_i) = 0$. Para verificar isso, é preciso somar as quantidades de movimento vetorialmente, respeitando os sinais das projeções. Veja que a fórmula (5) dá o *módulo* da velocidade, portanto a informação sobre a direção foi perdida. Por isso, você vai encontrar $m_E v'_E(t_i) = m_D v'_D(t_i)$.

B8. Velocidades Relativas de Aproximação ou Afastamento

No referencial CM, a *soma dos módulos* das velocidades dos discos fornece a velocidade relativa:

$$|v_{rel}(t_i)| = v'_D(t_i) + v'_E(t_i) \quad (6)$$

Para cada instante, você obteve um valor de velocidade relativa. O próximo passo é separar aquelas que são velocidades relativas de aproximação (isto é, referem-se a instantes anteriores à colisão) daquelas que são velocidades relativas de afastamento (ou seja, correspondem aos instantes posteriores à colisão).

Uma média dos valores de velocidades relativas de aproximação nos fornece uma velocidade relativa média de aproximação, e o mesmo se aplica às velocidades relativas de afastamento. Desta forma, o coeficiente de restituição e pode ser estimado como o quociente destas velocidades:

$$e = \frac{|v_{relativa\ média}^{afastamento}|}{|v_{relativa\ média}^{aproximação}|} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [v_{relativa}^{afastamento}(t_i)]}{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m [v_{relativa}^{aproximação}(t_j)]} \quad (7)$$

Estime a incerteza a partir da flutuação dos valores das velocidades relativas.

C) Procedimento de elaboração do relatório

C1. Primeiro, substitua o arquivo da primeira parte da tarefa, com planilhas que contenham todos os dados, cálculos efetuados e gráficos. De preferência, faça planilhas distintas para:

<http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/>

Experimentos Virtuais de Mecânica
Instituto de Física – Universidade de São Paulo

- i. Dados brutos e posição do centro de massa
- ii. Velocidades no sistema de laboratório, tanto dos discos quanto do Centro de Massa
- iii. Análise da energia cinética
- iv. Análise do movimento relativo de um disco em relação ao outro
- v. Análise dos movimentos dos discos em relação ao centro de massa.

Além disso, prepare um texto com os seguintes itens:

C2. Introdução: descreva, com suas palavras, o arranjo experimental e o objetivo do experimento.

C3. Análise de dados e resultados obtidos:

- Apresente o gráfico que representa as trajetórias dos discos e do CM, com a interpretação das trajetórias observadas.
- Apresente o gráfico e os resultados numéricos que mostram a conservação ou não da quantidade de movimento, com sua apreciação do resultado obtido.
- Apresente o gráfico e o resultado numérico que mostra a conservação ou não da energia, com sua apreciação do resultado obtido.
- Apresente os gráficos que representam o movimento relativo de um disco em relação ao outro e a sua interpretação.
- Apresente os gráficos que representam o movimento dos discos no CM e a sua interpretação.
- Apresente os resultados numéricos do coeficiente de restituição pelos dois métodos descritos aqui. Explique se são compatíveis entre si ou não, e se concordam com o resultado obtido sobre a conservação da energia. Se você conseguiu encontrar um outro método de calcular o coeficiente de restituição, explique o que fez e dê o resultado: vale até +2 pontos, conforme a qualidade da discussão e do resultado.