

## Roteiro do Experimento “Força de Atrito Variável” – Parte I

### A) Introdução

Filmamos o movimento de uma moeda que é lançada e desliza sobre um painel inclinado e coberto por um papel quadriculado, que permite medir as coordenadas de sua trajetória. Em algumas filmagens, uma placa de acrílico transparente cobria o quadriculado, noutras a moeda deslizava diretamente sobre o papel. O conjunto de imagens para realizar este experimento é formado por quadros de um vídeo desse lançamento, que permitem acompanhar as sucessivas posições da moeda e assim determinar seus deslocamentos. O trabalho proposto consiste em tomar dados de posição e tempo da moeda, deduzir as grandezas físicas envolvidas nesse movimento e interpretar as relações entre elas.

A análise deste experimento está dividida em duas partes. Nesta primeira, serão determinadas as grandezas cinemáticas e a força resistente em diversos pontos da trajetória da moeda. Na segunda, elaboraremos um modelo teórico do sistema que permitirá calcular a trajetória da moeda e compará-la com a medida.

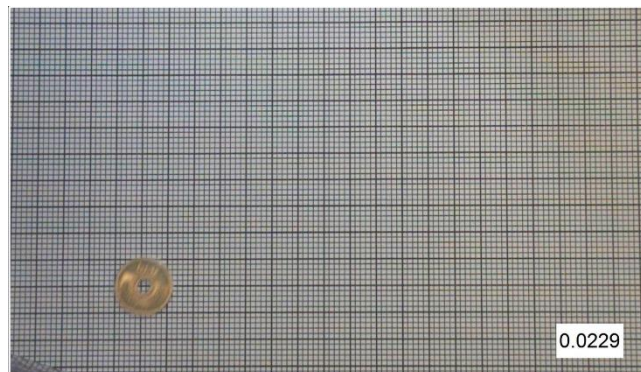
### B) Procedimento de análise

**B1.** O arranjo filmado é real, de modo que o atrito entre a moeda e o plano desempenha um papel central no movimento. Assista ao vídeo disponível na aba *Apresentação* da página do experimento e reflita sobre as questões abaixo. Tome nota de suas hipóteses e indagações.

- i. Qual a forma da trajetória da moeda?
- ii. É possível prever essa trajetória?
- iii. Que grandezas físicas você teria que conhecer para essa previsão? Elabore suas explicações com base nas leis de Newton e nas leis de Amontons para o atrito de contato seco.

Assista também aos vídeos em close (disponíveis na aba *Vídeos*, acessível a partir da aba *Filmes e Quadros* da página do experimento) e confira se o movimento ocorreu segundo suas previsões.

**B2.** Observe as imagens do conjunto que lhe foi designado, que devem ser similares à da Figura 1. O papel está dividido em quadrados grandes, delimitados por linhas grossas a cada 1 cm, e em quadrados pequenos, por linhas mais finas a cada 0,2 cm. Você não precisa usar grandezas de base do SI e, neste experimento, é natural medir as distâncias em centímetros. Registre a unidade adotada em sua planilha, pois você poderá usar outras unidades em diferentes partes da análise.



**Figura 1.** Uma das imagens da moeda sobre o quadriculado no conjunto A1.5. O tempo está marcado na caixa de texto à direita,  $t_1 = 0,0229$  s. Veja o texto para outros detalhes.

Escolha um sistema de referências  $xOy$  para ler as coordenadas do centro (do furo) da moeda a cada instante de tempo. É prático escolher como origem do referencial o ponto de cruzamento de duas linhas grossas,

próximas ao local onde se inicia o movimento da moeda. Daqui em diante,  $x$  identifica a coordenada horizontal orientada para a direita e  $y$ , a coordenada perpendicular a  $Ox$  que está sobre o plano, orientada para cima.

Abra uma planilha no computador e prepare-a para inserir os dados, uma linha para cada instante de tempo e uma coluna para cada grandeza física, mais uma para numerar as imagens sucessivas com números inteiros  $i$  em sequência, começando com 1. Monte a tabela com os instantes de tempo  $t_i$  e as respectivas posições  $x(t_i)$  e  $y(t_i)$  do centro da moeda para cada imagem  $i$ . A fim de facilitar o processo de leitura, o cursor do mouse tem a forma de uma mira: centralize-o na moeda e use suas linhas em forma de cruz para determinar as coordenadas. Adote a metade da menor divisão da escala que você conseguir ler no quadriculado como desvio padrão da medida de posição, o que deve dar  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$ , com  $\sigma$  na faixa 0,02 a 0,04 cm. Ignore a incerteza no tempo.

**B3.** Construa os gráficos das coordenadas  $x(t)$  e  $y(t)$  em função do tempo  $t$ . Lembre-se de incluir as barras de incerteza. Construa o gráfico da trajetória da moeda,  $y$  vs.  $x$ , lembrando que, neste caso,  $x$  e  $y$  devem ser plotados na mesma escala.

**B4.** Na planilha construída no item **B2**, calcule as componentes da velocidade nas direções  $Ox$  e  $Oy$ . Como o intervalo de tempo entre imagens sucessivas do conjunto é sempre o mesmo, calcula-se a velocidade horizontal como

$$v_x(t_i) \cong \bar{v}_x(t_{i-1} \leq t \leq t_{i+1}) = \frac{x(t_{i+1}) - x(t_{i-1})}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

uma vez que o instante médio  $\bar{t}_i$  do intervalo de tempo  $t_{i-1} \leq t \leq t_{i+1}$  deste conjunto de imagens é

$$\bar{t}_i = \frac{t_{i-1} + t_{i+1}}{2} = t_i \quad (2)$$

Essa aproximação é muito boa, porque o intervalo de tempo  $[t_{i-1}; t_{i+1}]$  é muito pequeno; veja o guia auxiliar [http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/guias/derivada\\_numerica.pdf](http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/guias/derivada_numerica.pdf) para uma explicação mais detalhada. Como o cálculo da fórmula (1) precisa de uma imagem antes e outra depois do instante  $t_i$ , não é possível calcular a velocidade para a primeira e última imagens.

Proceda da mesma maneira para calcular  $v_y(t_i)$ .

**B5.** Determine o desvio-padrão da velocidade. Ignorando a incerteza no tempo, obtém-se, de acordo com as regras de propagação do desvio-padrão na posição (veja o guia de incertezas para detalhes):

$$\sigma_{vx} = \sigma_{vy} = \sigma_v = \frac{\sqrt{2} \sigma_x}{t_{i+1} - t_{i-1}},$$

que é o mesmo para as duas componentes e todos os instantes, uma vez que  $t_{i+1} - t_{i-1}$  é constante para todos os pares de imagens.

**B6.** Determine o módulo da velocidade da moeda em cada instante, dado por:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (3)$$

**B7.** Construa os gráficos das projeções e do módulo da velocidade em função do tempo,  $v_x(t)$ ,  $v_y(t)$  e  $v(t)$ , respectivamente. Não esqueça de traçar as barras de incerteza.

**B8.** Com as acelerações  $a_x(t_i)$  e  $a_y(t_i)$  calculadas por expressões similares às da eq. (1), use a 2ª Lei de Newton para obter as projeções da força resultante,

$$\vec{F}_R = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad (4)$$

em que  $\hat{i}$  e  $\hat{j}$  são os vetores unitários nas direções Ox e Oy, respectivamente. Encontre a massa da moeda na tabela “*Massa da Moeda*” da aba *Filmes e Quadros*; um clique na célula abaixo da legenda abre uma imagem da balança usada na medida.

**B9.** Calcule o módulo da força resultante a cada instante, que é dado por:

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (5)$$

**B10.** Construa os gráficos do módulo da força resultante sobre a moeda e das suas projeções Ox e Oy em função do tempo,  $|\vec{F}_R|(t)$ ,  $F_x(t)$  e  $F_y(t)$ . Não esqueça de traçar as barras de incerteza.

**B11.** Encontre o ângulo formado pelo plano com a horizontal,  $\theta$ , na tabela *Inclinação do Plano* na aba *Filmes e Quadros*, que direciona para uma imagem das medidas feitas com um transferidor. Preste atenção ao transferidor, uma vez que foram usados dois equipamentos que medem o ângulo em relação a referências diferentes. O ângulo  $\theta_{\text{transferidor}}$  lido na escala refere-se à inclinação com relação à normal ao plano em um deles e, no outro, à horizontal. Nos cálculos abaixo,  $\theta$  é o ângulo formado entre o plano inclinado e a horizontal, que é  $90^\circ - \theta_{\text{transferidor}}$  num caso e  $\theta_{\text{transferidor}}$ , no outro.

**B12.** Considere a força resultante:

$$\vec{F}_R = \vec{f} + \vec{N} + \vec{P} \quad (6)$$

em que  $\vec{f}$ ,  $\vec{N}$  e  $\vec{P}$  são as forças resistente, normal e peso, respectivamente. Uma vez separadas as projeções da resultante nas direções Ox e Oy, determine as projeções da força resistente, que são dadas por:

$$f_x = F_x \quad (7)$$

$$f_y = F_y + mg \sin \theta \quad (8)$$

onde  $m$  é a massa da moeda e  $g$  o módulo da aceleração da gravidade local (use  $g = 9,79 \text{ m/s}^2$  em São Paulo).

Note que na Equação (8) o sinal de  $mg \sin \theta$  decorre da orientação dos eixos coordenados conforme a descrição no item **B2**; se você adotou outra orientação, pode obter um sinal diferente. Na propagação de incertezas, ignore aquelas correspondentes a  $m$ ,  $g$  e  $\theta$ .

**B13.** Determine o módulo da força resistente, que é dado por:

$$f = |\vec{f}| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (9)$$

**B14.** Construa o gráfico do módulo da força resistente em função do tempo,  $f(t) = |\vec{f}|(t)$ . Não esqueça de traçar as barras de incerteza.

Você deve ter construído uma tabela semelhante à Tabela 1 abaixo, em que os desvios-padrões das várias grandezas da estão calculados na última linha.

**Tabela 1.** Modelo de tabela para a análise do lançamento da moeda.

Não há necessidade de outra coluna para  $\bar{t}_i$ , pois  $\bar{t}_i = t_i$  para todo  $i$ .

| i               | t<br>(s) | x<br>(cm) | y<br>(cm) | v <sub>x</sub><br>(cm/s) | v <sub>y</sub><br>(cm/s) | v<br>(cm/s) | a <sub>x</sub><br>(cm/s <sup>2</sup> ) | a <sub>y</sub><br>(cm/s <sup>2</sup> ) | F <sub>x</sub><br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) | F <sub>y</sub><br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) | F <sub>R</sub><br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) | f <sub>x</sub><br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) | f <sub>y</sub><br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) | f<br>(g.cm/s <sup>2</sup> ) |
|-----------------|----------|-----------|-----------|--------------------------|--------------------------|-------------|--|--|--|--|--|--|--|-----------------------------|
| 1               | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         |  |  |  |  |  |  |  |                             |
| 2               | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         |  |  |  |  |  |  |  |                             |
| 3               | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         | ###                                    | ###                                    | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                         |
| ...             | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         | ###                                    | ###                                    | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                         |
| 29              | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         | ###                                    | ###                                    | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                         |
| 30              | ###      | ###       | ###       | ###                      | ###                      | ###         |  |  |  |  |  |  |  |                             |
| 31              | ###      | ###       | ###       |                          |                          |             |  |  |  |  |  |  |  |                             |
| desvios-padrões | 0        | 0,04      | 0,04      | ###                      | ###                      | ###         | ###                                    | ###                                    | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                                      | ###                         |

### C) Procedimento de elaboração da síntese

Nesta primeira etapa, você deve entregar apenas uma descrição curta dos resultados experimentais, que será conferida, corrigida e devolvida a você, de modo a garantir uma base adequada para o relatório final. Na aba *Apresentação* da página do experimento, há um modelo de documento para esta síntese, com as seções solicitadas.

**C1. Identificação:** liste os nomes dos membros do grupo e identifique o conjunto de dados analisado.

**C2. Expectativas Iniciais:** faça uma breve descrição do experimento e registre as suas expectativas e previsões após refletir sobre o experimento, como sugerido no item **B1**.

**C3. Dados Obtidos:** apresente os gráficos solicitados no item **B3** e sua respectiva interpretação. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas, bem como se inseriu barras de incerteza em todos os gráficos.

**C4. Análise de Dados:** apresente a tabela com os dados e cálculos, que deve ser parecida com a **Tabela 1** de exemplo acima; certifique-se de apresentar apenas os algarismos significativos. Apresente os gráficos solicitados nos itens **B7**, **B10** e **B14** e interprete-os. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com o número adequado de algarismos significativos, bem como se inseriu barras de incerteza em todos os gráficos.

**C5. Discussão:** nesta seção, explique o *como se vê* e o *por que acontece* – por enquanto, não vale a pena dizer se você encontrou respostas compatíveis com as do formalismo teórico. Use suas próprias palavras e ideias, resgatando, quando necessário, comentários do item **C2**.

- i. Descreva a trajetória da moeda sobre o plano inclinado. Comente se a sua previsão no item **B1** foi correta; esse comentário não será avaliado, mas esta foi a questão motivadora, e esperamos que ela tenha engajado você.
- ii. Liste as grandezas que influenciam a trajetória da moeda.
- iii. Liste as grandezas que, se modificadas, alteram a forma da trajetória. Qual seria a mudança em cada caso?
- iv. Liste as forças que atuam sobre a moeda ao longo do movimento. Esboce o diagrama de corpo livre e explique, com suas próprias palavras, como seria o vetor força de atrito ao longo do caminho.
- v. Olhando para as forças que você citou no item **iv** acima, qual(is) dela(s) permanece(m) constante(s)? Qual(is) dela(s) varia(m)? Lembre-se de que força é um vetor.