

Roteiro do Experimento “Roda de Inércia”

A) Introdução ao experimento

Dois discos acoplados, de diferentes materiais, raios e massas, podem girar em torno de um eixo horizontal que coincide com seus eixos de simetria. Um fio, enrolado na borda externa de um deles, tem um peso amarrado na extremidade, que provoca um movimento de rotação dos discos. O objetivo do experimento é familiarizar a/o estudante com as grandezas cinemáticas e dinâmicas associadas aos movimentos de rotação tais como torque, aceleração angular e momento de inércia, bem como medir essas grandezas e confrontar os valores obtidos com os esperados por um modelo físico. Esse modelo precisará descrever tanto a rotação dos discos quanto a translação do peso, de modo que será necessário levar em conta as massas, dimensões e posições dos componentes que afetam esses movimentos, que força atua (ou que forças atuam) para que o sistema gire, e a relação entre a aceleração angular dos discos e a aceleração linear do peso.

B) Procedimento de análise

B1. Assista aos vídeos do experimento disponibilizados na página *Vídeos* (acessível a partir da aba *Filmes e Quadros*) e reflita sobre o que acontece com o movimento dos discos quando diferentes massas são amarradas na extremidade do fio. E o que muda quando a única diferença for o disco em que o fio for enrolado, se os discos têm raios diferentes? Tente analisar a grandeza física que provoca essa diferença de comportamento no movimento do conjunto. Anote suas reflexões para compará-las aos resultados obtidos na elaboração do relatório.

B2. Anote os valores e desvios-padrões de todos os parâmetros do conjunto de imagens que lhe foi designado: diâmetros e massas dos discos, massa do peso pendurado e seu respectivo braço de força. Essas informações estão disponíveis na aba *Filmes e Quadros*.

B3. A partir de leituras no conjunto de imagens que lhe foi designado, monte uma tabela com os instantes de tempo t_i (em segundos) e as posições angulares θ_i (em graus) do raio-vetor de referência marcado no disco, para cada imagem i . A fim de minimizar os erros devidos ao tempo finito de registro da imagem pela filmadora¹, é necessário realizar a leitura das posições angulares do raio que estiver sempre na mesma região do quadro.

Note que há quatro raios desenhados no disco. Escolha um deles como o raio de referência, em relação ao qual há um raio girado 90° , outro, 180° e o último, 270° . Leia sempre o raio que estiver na faixa $45 \leq \theta \leq 135^\circ$ e transforme para a posição do raio de referência somando 90° , 180° ou 270° , conforme o caso; provavelmente é mais fácil escolher como raio de referência aquele que estiver na faixa de leitura nas primeiras imagens. Lembre-se que também é necessário adicionar o ângulo correspondente ao número n de voltas inteiras dadas pelo raio-vetor de referência, $\theta_i = \theta + n \cdot 360^\circ$.

Você pode consultar também os documentos “*Guia de Leitura do Raio-vetor*” e o documento “*Guia de Leitura das Posições Angulares*”, disponíveis no menu *Guias Auxiliares*.

B4. A partir da tabela construída no item **B3**, calcule a velocidade angular média em função do tempo. Como o intervalo de tempo entre imagens sucessivas é sempre o mesmo, a velocidade angular média entre t_{i-1} e t_{i+1} é aproximadamente igual à velocidade angular instantânea no instante t_i . Assim, adote:

¹ As imagens foram obtidas no modo de varredura progressiva (OS, de *progressive scan*), em que a filmadora registra as intensidades luminosas dos pixels por linhas, começando pela mais de cima do quadro até a mais de baixo. A taxa de imagem é o número de quadros arquivados por unidade de tempo, de modo que há uma diferença de tempo de registro da última para a primeira linha do quadro igual ao inverso do número de quadros gravados por segundo. Este experimento foi filmado a 240 quadros por segundo, portanto, essa diferença de tempo é 4 ms, aproximadamente.

$$\omega(t_i) = \bar{\omega}(t_{i-1}, t_{i+1}) = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (1)$$

em que θ corresponde à posição angular do raio-vetor de referência, t ao instante de tempo e i ao número da imagem. Perceba que não é possível calcular a velocidade nos instantes de tempo em que a primeira e a última imagem foram tomadas.

B5. Construa o gráfico da velocidade angular em função do tempo, $\omega(t_i)$, e determine a linha de tendência para encontrar os coeficientes da reta que representa melhor o conjunto de pontos. Note que o coeficiente angular corresponde à aceleração angular α . Não esqueça de incluir no gráfico as barras de incerteza e identifique as grandezas da abscissa e ordenada, inclusive suas unidades – atenção nas unidades.

B6. Determine o desvio-padrão da aceleração angular **experimental**, α_e , pela fórmula:

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_\omega \sqrt{12}}{T\sqrt{N}} \quad (2)$$

em que T é o intervalo de tempo total durante o qual as velocidades foram determinadas, N o número de pontos experimentais e σ_ω a incerteza da velocidade angular, que precisa ser estimada por propagação. Se precisar, consulte o “*Roteiro para Cálculo de Incertezas*”, disponível no menu *Guias Auxiliares*.

B7. Modelo teórico. A fim de construir um modelo físico para o sistema, resolva o Problema que se encontra na última página deste roteiro.

B8. Desvio-padrão da aceleração calculada pelo modelo, α_m . Infelizmente, a equação que relaciona α_m com as grandezas que caracterizam o sistema e são afetadas por incerteza (raios dos discos e massas dos objetos), é um quociente:

$$\alpha_m = \frac{\tau}{J}$$

em que τ é o torque do peso e J inclui todas as contribuições dos elementos do sistema para sua inércia. Como a massa e o braço de alavanca do peso comparecem tanto no denominador quanto no numerador, o cálculo do desvio-padrão da aceleração angular, σ_α , é complicado. No entanto, as incertezas no raio do disco maior, R , e no raio do disco em que o peso está pendurado, r , dominam a incerteza do resultado, assim **ignore todas as demais incertezas**. No caso em que o peso está pendurado no disco menor, ignore também a contribuição do desvio-padrão de r no desvio-padrão em J , de modo a usar a fórmula de propagação para o quociente de duas grandezas. Quando o peso está pendurado no disco maior, a incerteza depende de apenas do raio R desse disco, assim calcule

$$\sigma_\alpha = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial R} \right|_{\hat{R}} \sigma_R$$

em que \hat{R} é o valor medido do raio do disco maior. Essa derivada pode ser calculada tanto analítica quanto numericamente.

B9. Compare seus resultados de acelerações angulares experimental e esperada. **Mas atenção** para verificar se as unidades e os sinais da aceleração angular experimental e teórica correspondem a ângulos medidos nas mesmas unidades e em sistemas de referência orientados igualmente;

C) Procedimento de elaboração do relatório

Escreva um relatório para um público que não conheça o experimento nem os procedimentos de análise, mas que possua conhecimentos em Física. Descreva o que foi feito, formule a conclusão e explique como ela foi obtida. Tente ser claro, objetivo e sintético, usando suas próprias palavras. Cada grupo deve entregar um único relatório, com as seguintes seções:

C1. Identificação: liste os nomes dos membros do grupo (ou apenas o seu, se trabalhou individualmente) e identifique o conjunto de imagens analisado.

C2. Introdução: apresente uma introdução resumida contendo a situação física e o objetivo do experimento, com suas palavras.

C3. Descrição do Experimento: descreva o arranjo experimental de forma sucinta, não deixando de mencionar os principais dispositivos e componentes usados, assim como suas características.

C4. Análise de Dados: explique o comportamento da velocidade angular a partir dos elementos possíveis de se avaliar graficamente (explora o significado dos trechos crescentes ou decrescentes e dos pontos de máximo ou de mínimo, correlacionando-os com uma análise qualitativa do movimento da roda de inércia).

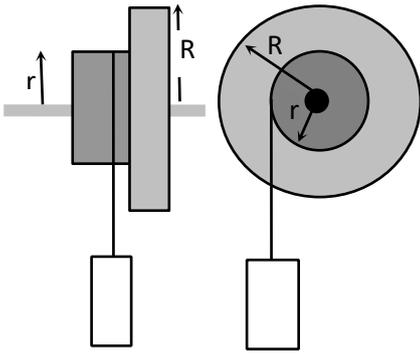
C5. Resultados Obtidos: apresente uma tabela contendo os dados brutos de tempo e posição angular (item **B3**) e os valores calculados de velocidade angular (item **B4**). Inclua o gráfico da velocidade angular em função do tempo com a linha de tendência (item **B5**). Apresente os valores finais de α e α_m com seus respectivos desvios-padrões, bem como sua avaliação da compatibilidade entre o valor experimental e o calculado pelo modelo. Verifique se expressou os valores das grandezas em unidades apropriadas e com os números adequados de algarismos significativos.

C6. Discussão: Discuta se o resultado obtido está conforme ou em desacordo do esperado. O modelo incluiu ou ignorou cada uma das propriedades abaixo:

- i. o atrito do eixo
- ii. a massa do fio
- iii. a elasticidade do fio
- iv. o balanço do peso
- v. a contribuição da massa do peso à inércia do movimento
- vi. outras que você imaginar.

Escolha as que você considerar mais importantes e discuta se incluir ou ignorá-las foi relevante para o acordo ou desacordo com o valor experimental da aceleração angular. Proponha explicações, com base em modelos físicos, que deem suporte para a sua discussão.

C7. Conclusão: Retome a introdução, considere as reflexões do item **B1**, atente para o objetivo do experimento e comente se ele foi alcançado plenamente, parcialmente ou não, e por quê.



Problema: Como medir o momento de inércia de um corpo rígido.

A figura ao lado mostra uma polia formada por dois discos acoplados que podem girar sem atrito em torno de um eixo horizontal que passa pelos centros dos dois. O menor dos discos possui raio r_A e massa m_A e o outro, raio r_F e massa m_F .

Um fio, cuja espessura e massa devem ser ignoradas, é fixa e enrolada na borda de um dos discos, e um peso de massa m é pendurado na sua extremidade, portanto a uma distância $r = r_A$ ou $r = r_B$ do eixo de rotação. Em um determinado instante, a polia é liberada para girar.

Use g para a aceleração local da gravidade e responda às questões abaixo.

- Faça os diagramas de corpo livre do bloco e da polia, durante o movimento. Defina as coordenadas que usará no equacionamento do problema.
- Escreva as equações de movimento para a translação e a rotação.
- Encontre a relação entre as acelerações do bloco e da polia.
- Resolva as equações de movimento e encontre uma expressão para a aceleração angular dos discos.
- Determine o momento de inércia da polia.
- Determine, usando os dados do sistema filmado, o valor numérico da aceleração angular do disco de acordo com este modelo, α_m . Anote claramente as unidades desse resultado.