Cinemática Vetorial - parte I

Disciplina de Física Experimental I - IME

P. R. Pascholati

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

13 de agosto de 2013

Sumário

Conteúdo da Aula

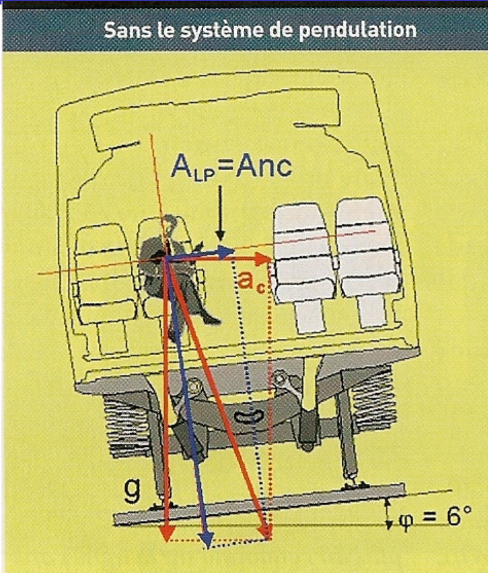
1. Cinemática Vetorial

Sumário

Movimento de Trem em Curva

Trem sem compensação pendular

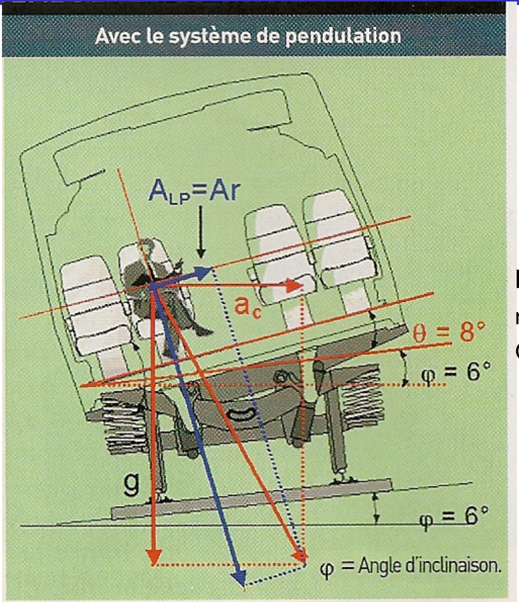
As figuras deste quadro e do próximo mostram a superelevaçcão de linha férrea, definida como $tg\phi$, e o efeito dela em um passageiro. No primeiro quadro é apresentado o conjunto de forças para a situação sem o sistema de compensação pendular adotado nos trens da França de alta velocidade, $\geq$ 300 km/h, e o seguinte mostra o mesmo conjunto para o sistema com compensação pendular.



A_{LP} pour accélaration non compensée.

Movimento de Trem em Curva

Trem com compensação pendular



Figuras de La Recherche, novembre 2007, n° 413, Cahier Spécial.

Velocidade de Trens

Recordes de velocidade de trens franceses

trem	velocidade km/h	ano
CC7177	331	1 955
TGV001	318	1972
Z7001	309	1975
TGV SUD-EST	380	1981
TGV Atlantique	515	1989
RAME V150	482,4	07/04/2007
MAGLEV*	581	2003

*Velocidade em um trecho experimental, trem japonês com sustentação magnética.

La Recherche, novembre 2007, n° 413, Cahier Spécial.

Um veículo robótico está explorando a superfície de Marte. O módulo de aterrissagem é a origem do sistema de coordenadas e a superfície do planeta é o plano xy. O veículo, que será representado por um ponto, possui componentes x e y que variam com o tempo de acordo com

$$x = 2,0\ m - (0,25\ m/s^2)t^2 \quad y = (1,0\ m/s)t + (0,025\ m/s^3)t^3$$

Cinemática Vetorial

Adaptado do exemplo Sears-Zemanski, página 71-75

$$x = 2,0\ m - (0,25\ m/s^2)t^2 \tag{1}$$

$$y = (1,0\ m/s)t + (0,025\ m/s^3)t^3 \tag{2}$$

grandeza		valores			unidade
t		0,0	1,0	2,0	s
r	x	2,0	1,75	1,0	m
	y	0,0	1,025	2,2	m
$tg(\gamma)$		0	0,59	2,20	
γ		0	30	66	$\circ$

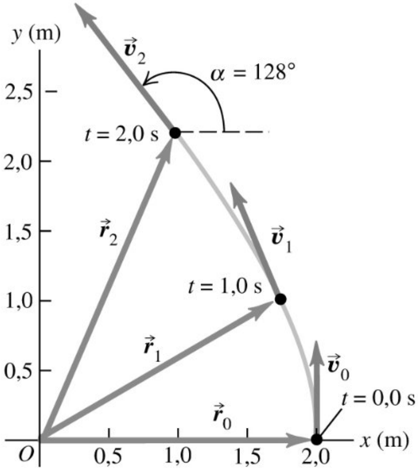
$$x = 2,0\ m - (0,25\ m/s^2)t^2 \quad v_x = -(0,50\ m/s^2)t \tag{3}$$

$$y = (1,0\ m/s)t + (0,025\ m/s^3)t^3 \quad v_y = (1,0\ m/s) + (0,075\ m/s^3)t^2 \tag{4}$$

grandeza		valores			unidade
t		0,0	1,0	2,0	s
v	v_x	0,0	-0,5	-1,0	m/s
	v_y	1,0	1,075	1,3	m/s
$tg(\alpha)$		∞	-2,15	-1,30	
α		90	-65	-52	$^\circ$
α			**115**	**128**	$^\circ$

Cinemática Vetorial

Adaptado do exemplo Sears-Zemanski, página 71-75



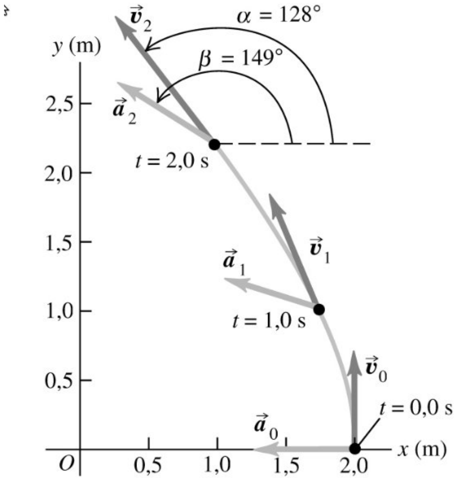
$$v_x = -(0,50\ m/s^2)t \quad a_x = -0,50\ m/s^2 \tag{5}$$

$$v_y = 1,0\ m/s + (0,075\ m/s^3)t^2 \quad a_y = (0,15\ m/s^3)t \tag{6}$$

grandeza		valores			unidade
t		0,0	1,0	2,0	s
a	a_x	-0,5	-0,5	-0,5	m/s^2
	a_y	0,0	0,15	0,3	m/s^2
$tg(\beta)$		0	-0,30	-0,60	
β		0	-16	-31	°
β			**164**	**149**	°

Cinemática Vetorial

Adaptado do exemplo Sears-Zemanski, página 71-75



No cinemática em uma dimensão a distância percorrida é escrita como

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) \tag{7}$$

tomando x como a distância percorrida sobre a circunferência e R o raio dela pode-se escrever

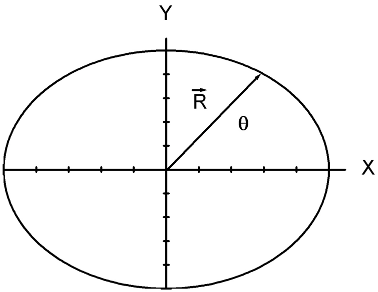
$$\frac{x(t)}{R} = \frac{x_0}{R} + \frac{v_0}{R}(t - t_0) \tag{8}$$

ou

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) \tag{9}$$

Tomando $\theta_0 = 0$e $t_0 = 0$, e como só existe uma velocidade angular $\omega_0 = \omega$

$$\theta(t) = \omega t \tag{10}$$


Y
$\vec{R}$
θ
X

O vetor posição **R** pode ser escrito como

$$\mathbf{R} = Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j} \tag{11}$$

e o vetor velocidade

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} = R\omega(-sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{12}$$

$$= -R\omega sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{13}$$

e a aceleração

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = R\omega^2(-cos(\omega t))\mathbf{i} + R\omega^2(-sen(\omega t))\mathbf{j} \tag{14}$$

$$= -R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j} \tag{15}$$

O vetor posição **R** pode ser escrito como

$$\mathbf{R} = Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j} \tag{11}$$

e o vetor velocidade

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} = R\omega(-sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{12}$$

$$= -R\omega sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{13}$$

e a aceleração

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = R\omega^2(-cos(\omega t))\mathbf{i} + R\omega^2(-sen(\omega t))\mathbf{j} \tag{14}$$

$$= -R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j} \tag{15}$$

O vetor posição **R** pode ser escrito como

$$\mathbf{R} = Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j} \tag{11}$$

e o vetor velocidade

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} = R\omega(-sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{12}$$

$$= -R\omega sen(\omega t))\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j} \tag{13}$$

e a aceleração

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = R\omega^2(-cos(\omega t))\mathbf{i} + R\omega^2(-sen(\omega t))\mathbf{j} \tag{14}$$

$$= -R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j} \tag{15}$$

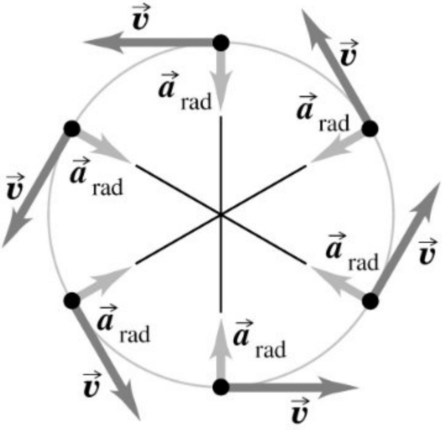
$$|\mathbf{R}| = R \tag{16}$$

$$|\mathbf{v}| = \omega R \tag{17}$$

$$|\mathbf{a}| = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \tag{18}$$

Cinemática Vetorial

Movimento circular uniforme



$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{v} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j}) \quad (19)$$

$$= -Rcos(\omega t)R\omega sen(\omega t) + Rsen(\omega t)R\omega cos(\omega t) = 0 \quad (20)$$

$$\mathbf{v}\cdot\mathbf{a} = (-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \quad (21)$$

$$= R\omega sen(\omega t)R\omega^2 cos(\omega t) - R\omega cos(\omega t)R\omega^2 sen(\omega t) = 0 \quad (22)$$

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{a} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \quad (23)$$

$$= (Rcos(\omega t)(-R\omega^2 cos(\omega t) + Rsen(\omega t)(-R\omega^2 sen(\omega t)) = -R^2\omega^2 \quad (24)$$

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{v} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j}) \tag{19}$$

$$= -Rcos(\omega t)R\omega sen(\omega t) + Rsen(\omega t)R\omega cos(\omega t) = 0 \tag{20}$$

$$\mathbf{v}\cdot\mathbf{a} = (-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \tag{21}$$

$$= R\omega sen(\omega t)R\omega^2 cos(\omega t) - R\omega cos(\omega t)R\omega^2 sen(\omega t) = 0 \tag{22}$$

$$\mathbf{R}\cdot\mathbf{a} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j})\cdot(-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \tag{23}$$

$$= (Rcos(\omega t)(-R\omega^2 cos(\omega t) + Rsen(\omega t)(-R\omega^2 sen(\omega t)) = -R^2\omega^2 \tag{24}$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{v} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j}) \cdot (-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j}) \tag{19}$$

$$= -Rcos(\omega t)R\omega sen(\omega t) + Rsen(\omega t)R\omega cos(\omega t) = 0 \tag{20}$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} = (-R\omega sen(\omega t)\mathbf{i} + R\omega cos(\omega t)\mathbf{j}) \cdot (-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \tag{21}$$

$$= R\omega sen(\omega t)R\omega^2 cos(\omega t) - R\omega cos(\omega t)R\omega^2 sen(\omega t) = 0 \tag{22}$$

$$\mathbf{R} \cdot \mathbf{a} = (Rcos(\omega t)\mathbf{i} + Rsen(\omega t)\mathbf{j}) \cdot (-R\omega^2 cos(\omega t)\mathbf{i} - R\omega^2 sen(\omega t)\mathbf{j}) \tag{23}$$

$$= (Rcos(\omega t)(-R\omega^2 cos(\omega t) + Rsen(\omega t)(-R\omega^2 sen(\omega t)) = -R^2\omega^2 \tag{24}$$