

GETEF – GRUPO DE ESTUDOS EM TECNOLOGIA DE ENSINO DE FÍSICA

FÍSICA FAI 1

AUTO-INSTRUTIVO

- SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES
- FUNÇÕES E GRÁFICOS
- MOVIMENTO RETILÍNEO

FÍSICA FAI
AUTO-INSTRUTIVO

GETEF — GRUPO DE ESTUDOS EM TECNOLOGIA DE ENSINO DE FÍSICA

Coordenadores:

Fuad Daher Saad
Paulo Yamamura
Kazuo Watanabe

Autores:

Fuad Daher Saad
Instituto de Física — USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Prof. Wolny Carvalho Ramos"

Paulo Yamamura
Instituto de Física — USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Idalina Macedo da Costa Sodré"

Kazuo Watanabe
Instituto de Física — USP
Faculdade de Tecnologia de São Paulo

Norberto Cardoso Ferreira
Instituto de Física — USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Assis Chateaubriand"

Denitiro Watanabe
Instituto de Física — USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Mário Casassanta"

Dononzor Sella
Instituto de Física — USP
Colégio "Santa Cruz"

Iuda Dawid G. Legbman
Instituto de Física — USP

João André Guillaumon Filho
Instituto de Física — USP

Yashiro Yamamoto
Instituto de Física — USP

Wanderley de Lima
Instituto de Física — USP

Yamato Miyao
Instituto de Física — USP

Dr. Shozo Motoyama
Instituto de História — USP
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Antonio Raposo Tavares"

Maria Amélia M. Dantas
Instituto de História — USP

Marcelo Tassara
Faculdade de Comunicações e Artes — USP

Eda Tassara
Instituto de Psicologia — USP

Wilson Carron
Prof. efetivo de Física do Col. Est.
"Profª Eugenia Vilhena de Moraes" — Ribeirão Preto

Cláudio Chagas
Col. Est. Prof. "Wolny Carvalho Ramos"

José André P. Angotti

Oziel H.S. Leite

José F. M. Santos

AO ESTUDANTE

O trabalho que ora lhe apresentamos tem por objetivo dar a você condição de aprender uma parte substancial da Física Fundamental. São tratados assuntos que vão desde as primeiras leis elementares de movimento, passando pela análise dos conceitos de energia, movimentos complexos, etc., até noções básicas da Física Moderna. Quanto à importância prática da Física Fundamental, é desnecessário ressaltar. Entretanto, para sua compreensão e para seu uso eficaz, exigem-se conhecimentos razoavelmente detalhados.

Tendo em vista tal fato, este volume é constituído de textos programados, cujo conteúdo foi cuidadosamente analisado e apresentado em pequenos passos (itens). Em cada passo é fornecida uma certa informação e, logo em seguida, uma ou mais questões são apresentadas. Você deverá ler atentamente e escrever a resposta à questão formulada em espaço próprio ou desenvolver à parte. Tendo respondido, deverá verificar se sua resposta corresponde a um acerto, comparando-a com aquela correta apresentada logo a seguir.

Suas respostas servem de informação aos passos seguintes. Por isso, e por outros motivos, escrever a resposta é essencial. É essencial, também, que você escreva sua resposta *antes* de olhar a correta. Uma olhadela à resposta correta, ainda que bem intencionada, só poderá dificultar sua tarefa no futuro. Uma boa norma é fazer resumos de assuntos estudados, ressaltando pontos importantes.

As aparentes repetições que você poderá notar no texto foram incluídas porque há razão para tal. Não pule itens. Siga com o trabalho continuamente.

Se começar a notar que suas respostas não estão sendo correspondidas, é possível que você não tenha estudado o texto atentamente. Nesse caso, reestude o texto, antes de passar adiante. Se persistir a dificuldade, talvez você não esteja utilizando o texto adequadamente. Para sanar eventuais falhas peça auxílio a seu professor.

Este trabalho é um *desafio*: *você* é o responsável pelo seu aprendizado. Livre de esquemas tradicionalmente conhecidos, você irá trabalhar para criar dentro de si a satisfação de uma auto-realização, de ter enriquecido seu repertório e de sentir o sabor de um êxito constante cada vez maior.

Os autores

CAPÍTULO I

Introdução ao Sistema Internacional de Unidades.

OBJETIVOS: Ao final deste capítulo o estudante deve estar apto para:

- operar com as unidades padrões.
- operar com múltiplos e submúltiplos das unidades padrões.
- operar com unidades derivadas.
- escrever o resultado de operações e de medidas em notação científica.
- efetuar operações e medidas levando em consideração os algarismos significativos.

SEÇÃO 1 – NOTAÇÃO CIENTÍFICA OU NOTAÇÃO EM POTÊNCIA DE 10

Nas ciências em geral e na Física em particular, os cientistas lidam com medidas muito pequenas e muito grandes. Dimensões que variam desde o diâmetro do núcleo atômico até as distâncias entre galáxias. Massas que variam desde a do elétron até a do Sol ou superiores. Por exemplo, a massa de um elétron é cerca de

0,00000000000000000000000000000000911 kg

e a distância média entre a Terra e o Sol é cerca de 149 000 000 000 metros. Para evitar, entre outros, o problema de escrever números com muitos algarismos, os cientistas introduziram a **notação científica**, utilizando-se para tal da potência de 10. Desta forma, a massa de um elétron é expressa da seguinte forma: $9,11 \times 10^{-31}$ kg e a distância média entre a Terra e o Sol, $1,49 \times 10^{11}$ metros.

Nesta seção entraremos em contato com esta nova maneira de expressar os números provenientes de medidas físicas; para tal, vamos recordar algumas coisas sobre potências de base 10.

A – NOÇÕES BÁSICAS DE POTENCIAÇÃO – POTÊNCIA DE 10

$$10 \times 10 \times 10 = \frac{10^3}{10^2} \text{ (potência de 10)}$$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10^3

$$2 \times 10^4 = \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10} \times \underline{10}$$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10; 10; 10; 10

3 ■ $10\,000\,000 = 10^7$ (potência de 10)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10^7

4 ■ 10^7 . Esta é a representação em potência do número 10 000 000. A base da potência é o número 10 e o expoente é o número 7.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

potência de 10; 10; 7

$$4 \blacksquare 10^{-4} \times 10^4 = \underline{10^0 = 1}$$

$10^0 = 1$ (Qualquer número elevado ao expoente zero é igual a 1.)

$$5 \blacksquare 10^{-3} \times 10^6 = \underline{10^3}$$

10^3

$$6 \blacksquare 10^2 \times 10^{-7} = \underline{10^{-5}}$$

10^{-5}

$$7 \blacksquare 10^{-4} \times 10^{-3} = \underline{10^{-7}}$$

10^{-7}

$$8 \blacksquare 10^4 : 10^2 = \frac{10^4}{10^2} = \underline{10^2} \quad (\text{transfira a potência do denominador para o numerador})$$

$10^4 \times 10^{-2}$

$$9 \blacksquare 10^4 : 10^2 = \underline{10^{4-2} = 10^2} \quad (\text{realize a operação})$$

$10^{4-2} = 10^2$

10 ■ A divisão de potências (pode; não pode) ser transformada em multiplicação de potências. Para tal devemos transferir a potência do denominador para o numerador (complete).

pode; a potência do denominador para o numerador

11 ■ Para dividir potências de mesma base podemos primeiro transformar a divisão numa multiplicação; para tal, devemos transferir a potência do denominador para o numerador.

denominador

12 ■ Uma regra prática: no resultado da divisão de potências de mesma base, (conserva-se; não se conserva) a base e o expoente é o expoente da potência que está no numerador (mais; menos) o expoente da potência que está no denominador.

conserva-se; menos

$$13 \blacksquare 10^5 : 10^4 = \underline{10^5 - 10^4 = 10^1}$$

10^1

$$14 \blacksquare 10 : 10^6 = \underline{10^{1-6} = 10^{-5}}$$

10^{-5}

$$15 \blacksquare 10^{-4} : 10^8 = \overset{-4-8}{10^{-12}} = 10^{-12}$$

$$10^{-12}$$

$$16 \blacksquare 10^2 : 10^{-2} = \overset{2-(-2)}{10^4} = 10^4 = 1$$

$$10^4, \text{ pois } 10^{2-(-2)} = 10^{2+2} = 10^4$$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Realize as seguintes operações:

a) $10^3 \times 10^4 \times 10^2 =$

b) $10^{-3} \times 10^4 \times 10^{-2} =$

c) $10^{-4} \times 10^{-6} \times 10^4 \times 10^8 =$

d) $10^{-5} : 10^4 =$

e) $10^6 : 10^{-1} =$

f) $10^4 : 10^4 =$

2 ■ Realize as seguintes operações, em potência de 10:

a) $0,01 \times 1000 =$

b) $0,0001 \times 0,001 =$

c) $0,01 : 1000 =$

d) $100 : 0,1 =$

e) $1000 : 10 =$

3 ■ Realize as seguintes operações:

a) $\frac{10^6 \times 10^{-2}}{10^{-6}} =$

b) $\frac{10^6}{10^{-2} \times 10^4} =$

c) $\frac{10^{-3} \times 10^{-2}}{10^3 \times 10^{-8}} =$

RESPOSTAS

1. a) 10^9

b) 10^{-1}

c) 10^2

d) 10^{-9}

e) 10^7

f) $10^0 = 1$

2. a) $10^{-2} \times 10^3 = 10$

b) $10^{-4} \times 10^{-3} = 10^{-7}$

c) $10^{-2} : 10^3 = 10^{-5}$

d) $10^2 : 10^{-1} = 10^3$

e) $10^3 : 10 = 10^2$

3. a) 10^{10}

b) 10^4

c) $10^0 = 1$

C – NOTAÇÃO CIENTÍFICA

1 ■ $24 = 2,4 \times 10^1 = 2,4 \times 10$

$45 = \underline{\hspace{1cm}} \times 10$

4,5

2 ■ No número 24 a vírgula que localiza a casa decimal encontra-se implicitamente logo (à esquerda; à direita) do algarismo 4.

à direita

3 ■ $24 = 2,4 \times 10^1$. Nesta transformação, a vírgula que localiza a casa decimal foi deslocada (uma casa; duas casas) para a _____. O deslocamento de uma casa para a esquerda corresponde a multiplicar pela potência _____, de modo que o número permanece inalterado.

uma casa; esquerda; 10^1

4 ■ $235 = 2,35 \times \underline{\hspace{1cm}}$ (potência de 10)

10^2

- 37 ■ O país mais populoso do globo apresenta uma população com cerca de 800 milhões de habitantes. Expresse a população desse país em notação científica. _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

8×10^8 habitantes

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ Expresse em notação científica:

- | | |
|--------------|------------------|
| a) 0,00991 | g) 67,8 |
| b) 0,00054 | h) 255,6 |
| c) 0,584 | i) 6789 |
| d) 0,000078 | j) 72 |
| e) 0,059 | k) 584 |
| f) 0,0000098 | l) 8 000 000 000 |

- 2 ■ Expresse os números abaixo em notação científica:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) $0,56 \times 10^{-6}$ | e) $0,56 \times 10^6$ |
| b) $12,0 \times 10^4$ | f) $12,0 \times 10^{-4}$ |
| c) $24,2 \times 10^{-2}$ | g) $24,2 \times 10^2$ |
| d) 242×10^0 | h) 10×10^{-3} |

- 3 ■ Identifique, nos exemplos abaixo, os números que não estão expressos em notação científica:

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a) 5,6 | e) 4×10 |
| b) 56×10^2 | f) 2 |
| c) $2,0 \times 10^{-10}$ | g) 10×10^1 |
| d) 242×10^0 | h) 10×10^{-3} |

RESPOSTAS

- | | | | |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1. a) $9,91 \times 10^{-3}$ | b) $5,4 \times 10^{-4}$ | c) $5,84 \times 10^{-1}$ | d) $7,8 \times 10^{-5}$ |
| e) $5,9 \times 10^{-2}$ | f) $9,8 \times 10^{-6}$ | g) $6,78 \times 10$ | h) $2,556 \times 10^2$ |
| i) $6,789 \times 10^3$ | j) $7,2 \times 10$ | k) $5,84 \times 10^2$ | l) 8×10^9 |
| 2. a) $5,6 \times 10^{-7}$ | b) $1,20 \times 10^5$ | c) $2,42 \times 10^{-1}$ | d) $2,42 \times 10^2$ |
| e) $5,6 \times 10^5$ | f) $1,20 \times 10^{-3}$ | g) $2,42 \times 10^3$ | h) $1,0 \times 10^{-2}$ |
| 3. b) | d) | g) | h) |

D – MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE NÚMEROS EXPRESSOS EM NOTAÇÃO CIENTÍFICA

- 1 ■ $(2 \times 10^2) \times (3 \times 10^1) = (2 \times 3) \times (10^2 \times 10^1) =$ _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

6×10^3

- 2 ■ $(4 \times 10^{-2})(3 \times 10^4) = ___ \times ___ \cdot 10^{-2} \times 10^4 =$ _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$4; 3; 12 \times 10^2 = 1,2 \times 10^3$

- 3 ■ $2,4 \times 10^{-4}$ vezes $5 \times 10^3 =$ _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$1,2 \times 10^0$; como $10^0 = 1$, a resposta é 1,2.

4 ■ $5,4 \times 10^{-4}$ vezes $2 \times 10^{-2} =$ _____

$1,08 \times 10^{-5}$

- 5 ■ Para multiplicar números expressos em notação científica devemos multiplicar separadamente os números M e as _____.

potências de 10 respectivas (propriedade associativa)

6 ■ $4 \times 10^2 : 2 \times 10^1 =$ _____

$(4 : 2)(10^2 : 10^1) = 2 \times 10^{2-1} = 2 \times 10^1$

7 ■ $6 \times 10^5 : 2 \times 10^{-2} =$ _____

3×10^7

8 ■ Divida $3,0 \times 10^6$ por $1,5 \times 10^{-2}$. _____

$2,0 \times 10^8$

9 ■ Divida 15 por 0,00075; antes, porém, expresse-os em notação científica. _____

$1,5 \times 10 : 7,5 \times 10^{-4} = 0,2 \times 10^5 = 2 \times 10^4$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ Multiplique e expresse o resultado em notação científica:

a) 2×10^4 por 2×10^{-7}

b) $5,4 \times 10^{-2}$ por 2×10^4

- 2 ■ Efetue a divisão:

a) $2 \times 10^4 : 2 \times 10^{-7}$

b) $5,4 \times 10^{-2} : 2 \times 10^4$

- 3 ■ Efetue as operações:

a) $0,04 : 0,005$

b) $0,04 \times 0,005$

c) $\frac{0,072 \times 25640}{128 \times 36}$

RESPOSTAS

1. a) 4×10^{-3}

b) $1,08 \times 10^3$

2. a) 1×10^{11}

b) $2,7 \times 10^{-6}$

3. a) $8 \times 10^0 = 8$

b) 2×10^4

c) 4×10^{-1}

SEÇÃO 2 – INTRODUÇÃO AO SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

Os problemas referentes à metrologia, a ciência das medidas, sempre estiveram ligados ao desenvolvimento industrial. O marco mais importante dentro da História da Metrologia foi, sem dúvida, a Convenção do Metro, fruto da Revolução Francesa e do florescimento da era industrial.

Com o rápido desenvolvimento científico e industrial, foram surgindo unidades não abrangidas pelo sistema métrico, notadamente as elétricas. Surgiu então a necessidade de unificação, em virtude do crescimento do intercâmbio científico e industrial. Foram propostas diversas reuniões e congressos, que culminaram com a 11.ª Conferência Geral de Pesos e Medidas, realizada em Paris de 11 a 20 de outubro de 1960, com a adoção do Sistema Internacional (SI).

No Brasil, o SI foi implantado pelo Decreto n.º 52.423, de 30 de agosto de 1963 e tornou-se o nosso sistema legal de unidades. Entretanto, segundo este decreto, continuam a ser toleradas certas unidades não pertencentes ao SI (por exemplo, o cavalo-vapor, o quilogrâmetro, a atmosfera e outras).

As grandezas adotadas como fundamentais no SI são: comprimento; massa; tempo; intensidade de corrente elétrica; grau termométrico e intensidade luminosa.

Nesta seção desenvolveremos apenas as unidades de comprimento, massa e intervalo de tempo. Com o decorrer do curso, outras unidades fundamentais serão analisadas.

A – UNIDADE PADRÃO DE COMPRIMENTO – MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS

O metro é a unidade padrão de comprimento. É definido como “o comprimento igual a 1 650 763,73 comprimentos de onda no vácuo da radiação correspondente à transição entre os níveis $2p_{10}$ e $5d_5$ do átomo do criptônio 36”. (símbolo: m)

- 1 ■ O metro (m) é a unidade _____ de _____ do SI.

padrão; comprimento

- 2 ■ O metro admite unidades múltiplas e submúltiplas. O comprimento correspondente a 1 m pode ser dividido em 100 partes iguais. Cada parte é denominada _____ (símbolo: _____)

1 centímetro; cm

- 3 ■ 1 m = _____ centímetros (em potência de 10)

10^2

- 4 ■ 1 cm é uma unidade (múltipla; submúltipla) do padrão metro. O cm (é; não é) uma unidade padrão.

submúltipla; não é

- 5 ■ 1 m = _____ cm (potência de 10)

2 m = _____ cm (potência de 10)

10^2 ; 2×10^2

- 6 ■ 1 m = 10^2 cm

0,8 m = _____ cm

$0,8 \times 10^2 = 8 \times 10$

- 7 ■ 0,75 m = _____ cm

$0,75 \times 10^2 = 7,5 \times 10$

- 8 ■ Para converter metros em centímetros devemos (multiplicar; dividir; somar) a quantidade que representa a medida por 10^2 .

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

multiplicar

- 9 ■ $10 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$10 \times 10^2 = 1 \times 10^3$$

- 10 ■ $0,2 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$2 \times 10$$

- 11 ■ $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$

$$\underline{\hspace{1cm}} \text{ m} = 80 \text{ cm (aplique a regra de 3)}$$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$0,8, \text{ pois } \frac{80}{10^2} = 80 \times 10^{-2} = 8,0 \times 10^{-1} \text{ m ou } 0,8 \text{ m}$$

- 12 ■ $8 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$8 \times 10^{-2}$$

- 13 ■ $765 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$765 \times 10^{-2} = 7,65$$

- 14 ■ Para converter centímetros em metros devemos (multiplicar; dividir) a quantidade expressa em centímetro por 10^2 .

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

multiplicar

- 15 ■ O comprimento de uma sala é de 720 cm. Converta essa medida em metros. Resposta:

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$720 \times 10^{-2} = 7,20 \text{ m}$$

- 16 ■ $0,46 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$0,46 \times 10^{-2} = 4,6 \times 10^{-3} \text{ ou } 0,0046$$

- 17 ■ Um centímetro pode ser dividido em 10 partes iguais. A cada parte dá-se o nome de .
(símbolo:)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

1 milímetro; mm

- 18 ■ $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

$$2 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$2 \times 10$$

19 ■ $26,9 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$26,9 \times 10 = 2,69 \times 10^2$ ou 269

20 ■ Para converter cm em mm devemos (multiplicar; dividir) a quantidade medida por 10.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

multiplicar

21 ■ Converta 456 cm em mm.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$456 \times 10 = 4,56 \times 10^3 \text{ mm}$

22 ■ $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

 cm = 8 mm

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$\frac{8}{10} = 8 \times 10^{-1} = 0,8$

23 ■ $25 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$25 \times 10^{-1} = 2,5$

24 ■ Para converter mm em cm devemos (multiplicar; dividir) a quantidade medida por 10^{-1} .

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

multiplicar

25 ■ Converta 456 mm em cm.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$456 \times 10^{-1} = 4,56 \times 10 \text{ cm}$

26 ■ $1 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$ (potência de 10)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10^3 , pois $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$ e $10^2 \text{ cm} = 10^3 \text{ mm}$

27 ■ $1 \text{ m} = 10^3 \text{ mm}$

$2 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

2×10^3

28 ■ $0,8 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$0,8 \times 10^3 = 8 \times 10^2$

29 ■ Para converter m em mm devemos a quantidade medida por 10^3 .

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

multiplicar

30 ■ Converta 0,08 m em mm.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$0,08 \times 10^3 = 8 \times 10 \text{ mm}$

31 ■ Converta 88 m em mm. _____

$$88 \times 10^3 = 8,8 \times 10^4 \text{ mm}$$

32 ■ $1 \text{ m} = 10^3 \text{ mm}$.

$$\text{_____ m} = 20 \text{ mm}$$

$$\frac{20}{10^3} = 20 \times 10^{-3} = 2,0 \times 10^{-2}$$

33 ■ Para converter mm em m devemos _____ a quantidade medida por 10^{-3} .

multiplicar

34 ■ $560 \text{ mm} = \text{_____ m}$

$$560 \times 10^{-3} = 5,60 \times 10^{-1} \text{ ou } 0,56$$

35 ■ A espessura de um caderno é de 15 mm. Converta essa medida em metros. _____

$$15 \times 10^{-3} \text{ m} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

36 ■ Muitas vezes, comprimentos a serem medidos são bem maiores do que 1 metro. Por exemplo, a distância entre São Paulo e Rio. Nestes casos, podemos utilizar um múltiplo do metro: o quilômetro (símbolo: km). 1 km corresponde a _____ metros.

$$10^3$$

37 ■ $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$

$$2 \text{ km} = \text{_____ m}$$

$$2 \times 10^3$$

38 ■ $56 \text{ km} = \text{_____ m}$

$$56 \times 10^3 = 5,6 \times 10^4$$

39 ■ Para transformar km em m devemos _____ (complete)

multiplicar a quantidade medida por 10^3

40 ■ Converta 0,43 km em m. _____

$$0,43 \times 10^3 = 4,3 \times 10^2 \text{ m ou } 430 \text{ m}$$

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ A unidade padrão de comprimento no SI é o _____.

2 ■ O cm e o mm são unidades de medida _____.

3 ■ Um dos múltiplos mais utilizados do padrão metro é o _____.

4 ■ Converta em cm:

- | | |
|------------|-----------|
| a) 25 mm | e) 56 mm |
| b) 25 m | f) 56 m |
| c) 0,45 m | g) 56 km |
| d) 0,45 mm | h) 0,56 m |

5 ■ Converta em m:

- | | |
|------------|------------|
| a) 45 cm | e) 0,45 km |
| b) 18 cm | f) 0,18 cm |
| c) 78 mm | g) 0,78 mm |
| d) 0,87 cm | h) 89 km |

6 ■ Converta em mm:

- | | |
|----------|------------|
| a) 34 cm | e) 0,34 cm |
| b) 43 m | f) 0,43 m |
| c) 90 km | g) 0,9 km |
| d) 52 cm | h) 0,52 m |

7 ■ Converta em km:

- a) 456 m
b) 2 456 m
c) $1,49 \times 10^{11}$ m
d) $3,8 \times 10^{10}$ m

8 ■ Converta em m:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $4,5 \times 10^4$ mm | f) $5,6 \times 10^{-8}$ km |
| b) $6,5 \times 10^{-2}$ km | g) $9,0 \times 10^{-2}$ cm |
| c) $5,7 \times 10^{-1}$ km | h) $2,4 \times 10^{-1}$ mm |
| d) $6,0 \times 10^6$ cm | i) 245 cm |
| e) $6,78 \times 10^9$ mm | j) 2 456 mm |

RESPOSTAS

- | 1. metro | 2. submúltiplas do padrão metro | 3. km |
|--------------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| 4. a) 2,5 cm | b) $2,5 \times 10^3$ cm | c) $4,5 \times 10$ cm |
| e) 5,6 cm | f) $5,6 \times 10^3$ cm | d) $4,5 \times 10^{-2}$ cm |
| 5. a) $4,5 \times 10^{-1}$ m | b) $1,8 \times 10^{-1}$ m | e) $5,6 \times 10$ cm |
| e) $4,5 \times 10^2$ m | f) $1,8 \times 10^{-3}$ m | d) $8,7 \times 10^{-3}$ m |
| 6. a) $3,4 \times 10^2$ mm | b) $4,3 \times 10^4$ mm | h) $8,9 \times 10^4$ m |
| e) 3,4 mm | f) $4,3 \times 10^2$ mm | d) $5,2 \times 10^2$ mm |
| 7. a) $4,56 \times 10^{-1}$ km | b) 2,456 km | h) $5,2 \times 10^2$ mm |
| 8. a) $4,5 \times 10$ m | b) $6,5 \times 10$ m | c) $1,49 \times 10^8$ km |
| e) $6,78 \times 10^6$ m | f) $5,6 \times 10^{-5}$ m | d) $3,8 \times 10^7$ km |
| i) 2,45 m | j) 2,456 m | d) $6,0 \times 10^4$ m |
| | | h) $2,4 \times 10^{-4}$ m |

B — UNIDADE PADRÃO DE MASSA

O quilograma é a unidade padrão de massa. É definido como a massa de um cilindro de platina-irídio, conservado sob todos os cuidados no Museu de Pesos e Medidas de Paris. No Instituto de Pesos e Medidas do Estado de São Paulo existe uma cópia desse cilindro. (símbolo: kg)

- 1 ■ A massa correspondente a 1 kg pode ser dividida em 1 000 partes iguais e a massa correspondente a cada parte é denominada _____.

1 grama

- 2 ■ 1 kg corresponde então a 1 000 ou 10^3 _____. (símbolo: g)

gramas

- 3 ■ 1 kg = _____ g

10^3

- 4 ■ 1 kg = 10^3 g

0,2 kg = _____ g

$0,2 \times 10^3 = 200 = 2 \times 10^2$

- 5 ■ 1,5 kg = _____ g

$1,5 \times 10^3$

- 6 ■ 1 kg = 10^3 g

0,06 kg = _____ g

$6,0 \times 10$

- 7 ■ Para transformar X kg em gramas devemos (multiplicar; dividir) o número X por _____.

multiplicar; 10^3 ou 1 000

- 8 ■ 10^3 g = 1 kg

1 g = _____ kg

$\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$

- 9 ■ 1 g = 10^{-3} kg

8 g = _____ kg

8×10^{-3}

- 10 ■ Converta 9,8 g em kg. _____

$9,8 \times 10^{-3}$ kg

- 11 ■ Para converter X g em kg podemos multiplicar o número X por _____ ou dividir o número X por _____.

10^{-3} ; 10^3

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ A massa de um elétron é cerca de $9,11 \times 10^{-31}$ kg. Converta em gramas.
- 2 ■ A massa da Terra é cerca de $5,96 \times 10^{24}$ kg. Converta em gramas.
- 3 ■ Converta em kg:
- | | |
|------------|---------------------------|
| a) 10 g | d) 10×10^3 g |
| b) 0,50 g | e) $2,5 \times 10^{-2}$ g |
| c) 7 500 g | f) $4,6 \times 10^{-6}$ g |

RESPOSTAS

- | | | |
|-------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1. $9,11 \times 10^{-28}$ g | 2. $5,96 \times 10^{27}$ g | |
| 3. a) $1,0 \times 10^{-2}$ kg | b) $5,0 \times 10^{-4}$ kg | c) 7,5 kg |
| d) $1,0 \times 10$ kg | e) $2,5 \times 10^{-5}$ kg | f) $4,6 \times 10^{-9}$ kg |

C – UNIDADE PADRÃO DE INTERVALO DE TEMPO

Um padrão natural de tempo é o período de rotação da Terra em torno de seu eixo. Em função disso, definia-se o segundo como 86 400 avos do dia solar médio (intervalo entre duas passagens consecutivas do Sol pelo plano meridiano do lugar). Entretanto, medidas cuidadosas evidenciaram que, em virtude da trajetória da Terra em torno do Sol ser elíptica e não circular, surge um erro de 10^{-7} segundos na determinação do dia solar médio. Isto não é mau, mas não satisfaz às exigências modernas de precisão.

Atualmente, existe um padrão natural de tempo baseado nas vibrações periódicas do átomo de Césio 133 ($Z = 55$). Baseado nisso, ficou oficialmente estabelecido na 13.^a Conferência Geral de Pesos e Medidas de 1967 que:

$$1 \text{ segundo} = 9\,192\,631\,770 \text{ vibrações do Césio 133 (símbolo: s)}$$

Evidentemente, podemos escapar de todas essas preocupações visto que todos nós temos, direta ou indiretamente, um cronômetro ou um relógio, cujo segundo deve estar de acordo com a definição oficial.

- 1 ■ O conjunto de 60 segundos constitui um intervalo de tempo que denominamos _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

1 minuto (símbolo: min)

- 2 ■ 1 min = _____ s

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

60

- 3 ■ 1 min = 60 s

0,5 min = _____ s

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

30

- 4 ■ 1,5 min = _____ s

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

90

- 5 ■ 0,7 min = _____ s

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$0,7 \times 60 = 42$$

- 6 ■ 2,7 min = _____ s
 ★★★★★★★★★★
 $2,7 \times 60 = 162$
- 7 ■ A conversão de minutos em segundos (obedece; não obedece) a um critério decimal. Tal transformação obedece a um critério (sexagesimal; centesimal). Para converter X minutos em segundos devemos multiplicar X por _____.
 ★★★★★★★★★★
 não obedece; sexagesimal; 60
- 8 ■ O conjunto de 60 min constitui um intervalo de tempo que denominamos 1 hora (símbolo: h). Portanto, 1 h = _____ s.
 ★★★★★★★★★★
 3 600
- 9 ■ 1 h = 60 min
 1,5 h = _____ min
 ★★★★★★★★★★
 $1,5 \times 60 = 90$
- 10 ■ 2,7 h = _____ min
 ★★★★★★★★★★
 162
- 11 ■ 1 h = 3 600 s
 1,5 h = _____ s
 ★★★★★★★★★★
 5 400
- 12 ■ 1,7 h = _____ s
 ★★★★★★★★★★
 6 120
- 13 ■ 1,6 h significa (1 h e 6 min; 1 h e 6 décimos de min; 1 h e 6 décimos de h; 1 h e 36 min).
 ★★★★★★★★★★
 1 h e 6 décimos de h; 1 h e 36 min
- 14 ■ O minuto e a hora são unidades (padrões; múltiplas) de intervalo de tempo.
 ★★★★★★★★★★
 múltiplas
- 15 ■ Para medir intervalos de tempo maiores do que 1 hora utilizamos, entre outros, o dia, a semana e o ano, que entretanto não são utilizados nos trabalhos científicos. 1 dia = _____ horas.
 ★★★★★★★★★★
 24
- 16 ■ Em geral, nos trabalhos científicos, aparecem intervalos de tempo menores que 1 segundo. Cada 1 segundo pode ser dividido em 10, 100, 1000, ... partes. Cada parte será denominada, respectivamente, 1 décimo de segundo, 1 _____, 1 _____, ...
 ★★★★★★★★★★
 centésimo de segundo; milésimo de segundo

17 ■ 1 milésimo de segundo = _____ (potência de 10)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10^{-3} s

18 ■ Em geral, a menor divisão de um cronômetro comum é de 1 décimo de segundo, isto é, _____ s.
(potência de 10)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10^{-1}

SEÇÃO 3 – PRECISÃO DAS MEDIDAS E ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

O enorme crescimento do conhecimento humano nos últimos séculos está relacionado com a habilidade dos homens em medir os fenômenos que ele observa. Medindo fenômenos observáveis, formulam leis. Newton, medindo as acelerações produzidas por várias forças sobre um objeto, descobriu uma relação simples existente entre aceleração e força. Para comprovar ou derrubar uma teoria científica deve-se construir dispositivos experimentais e realizar medições.

O avanço da tecnologia auxilia cada vez mais as técnicas experimentais, permitindo aos cientistas verificarem com maior precisão as previsões contidas em suas teorias. Entretanto, existe sempre uma margem de erro em cada medida obtida, por mais avançada que seja a técnica experimental.

1 ■ Sempre existirá alguma diferença entre o verdadeiro valor de uma grandeza que está sendo medida e o valor fornecido pelo aparelho medidor. Quanto menor for esta diferença, (mais precisa; menos precisa) será a medida obtida.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

mais precisa

2 ■ O micrômetro é um aparelho para medir pequenos comprimentos. O diâmetro de uma barra cilíndrica medido com o micrômetro revelou ser de 1,101 cm. O mesmo diâmetro medido com uma régua comum revelou ser igual a 1,1 cm. A primeira medida (é; não é) mais precisa que a segunda.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

é

3 ■ O micrômetro é um instrumento de (maior; menor) precisão que a régua comum.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

maior

4 ■ O micrômetro é um instrumento que permite medir distâncias de até 0,001 cm, isto é, até a milésima parte de 1 centímetro. A régua comum consegue medir até 0,1 cm, isto é, até a _____ parte do cm. O micrômetro tem mais _____ que a régua comum porque ele mede até 0,001 cm e a régua comum até _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

décima; precisão; 0,1 cm

5 ■ O instrumento de maior precisão sempre medirá com (maior; menor) quantidade de casas decimais.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

maior

- 6 ■ Você tem em mãos duas réguas: uma comum, cuja menor divisão é 1 mm; outra, cuja menor divisão é 1 cm. A régua cuja menor divisão é _____ é de maior precisão.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

1 mm

- 7 ■ A precisão de uma medida (depende; não depende) do instrumento através do qual está sendo realizada a mensuração.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

depende

- 8 ■ Durante a realização de uma medida experimental a pessoa que a realiza (nunca erra; pode errar).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

pode errar

- 9 ■ Pessoas com maior habilidade em realizar medidas, em geral, têm (maior; menor) possibilidade de cometer enganos.

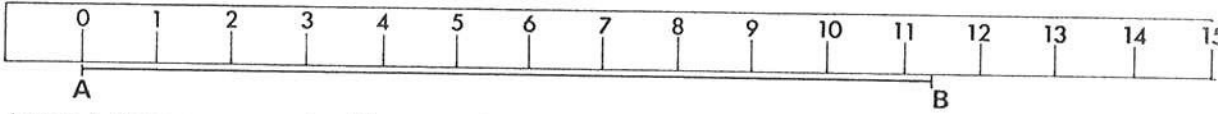
★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

menor

- 10 ■ Em geral, a precisão de uma medida é determinada pelo _____ através do qual a medida é realizada e pela habilidade da pessoa que a realiza.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

instrumento

- 11 ■  Acima é dado um segmento AB e uma régua centimetrada. O comprimento AB está compreendido entre _____ cm e _____ cm.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

11; 12

- 12 ■ O comprimento AB está mais próximo de (11; 12) cm.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

11

- 13 ■ Como a menor divisão de uma régua centimetrada é 1 cm, nós não podemos avaliar com exatidão os milímetros, e muito menos os décimos ou centésimos de milímetros. Entretanto, podemos *estimar* os milímetros: por exemplo, podemos dizer que o comprimento AB seja 11,3 cm. Nesta medida o algarismo 3 (foi; não foi) “chutado”, e portanto ele não é exato.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

foi

- 14 ■ O valor do comprimento AB (item 11) é um número (aproximado; exato).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

aproximado

- 15 ■ Você agora é solicitado a contar o número de carteiras existentes em sua sala de aula. Você registra 42 carteiras. Supondo que não existam enganos pessoais, o número que representa a quantidade de carteiras é (aproximado; exato).

exato

- 16 ■ Você mede a espessura de seu livro de Matemática e determina ser esta igual a 3,15 cm. Um outro amigo seu é solicitado a contar o número de livros de Matemática existentes na sala e determina ser este igual a 36. A medida da espessura do livro é um número _____ e a quantidade de livros contados é um número _____, se a contagem for correta.

aproximado; exato

- 17 ■ O número que surge de uma medição (representa; não representa) um valor exato.

não representa

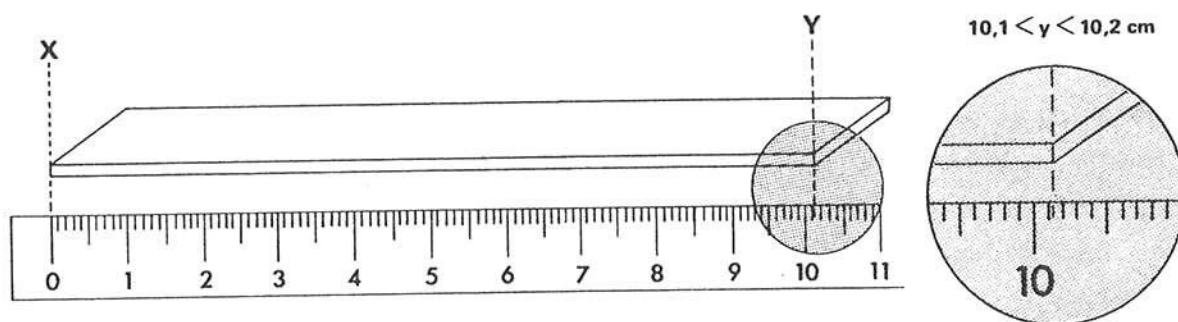
- 18 ■ O número que surge por um processo de contagem (representa; não representa) um valor exato, salvo enganos pessoais.

representa

- 19 ■ Um estudante de Física mede o tempo que ele gasta para vir de sua casa até a escola e verifica ser 2 min e 37 s. Um outro, conta a quantidade de dias que o mês de abril contém. Em qual dos processos acima o resultado é um número aproximado? Justifique. _____

Na medida do tempo. Num processo de contagem resulta sempre um número exato, ao passo que num processo que envolve medida por um instrumento qualquer sempre um valor aproximado.

- 20 ■ Você tem uma régua milimetrada e deseja medir o comprimento de uma peça, conforme a figura abaixo.



O comprimento XY (da peça) está compreendido entre _____ cm e _____ cm.

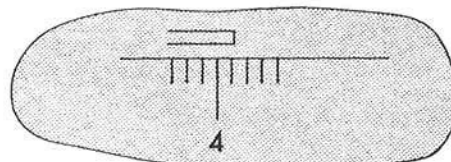
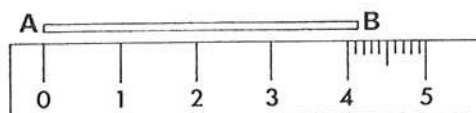
10,1; 10,2

- 21 ■ A menor divisão de uma régua milimetrada é 1 mm. Nesta régua, o milímetro (é; não é) um algarismo exato. Nesta régua, os décimos de milímetros (são; não são) exatos.

é; não são

- 22 ■ A medida XY acima está mais próxima de 10,1 cm do que de 10,2 cm. Podemos estimar então que o valor de XY seja 10,12 cm. Esta medida (é; não é) exata.
- *****
- não é
- 23 ■ 10,12 cm
- Nesta medida, os algarismos 1, 0 e 1, contados a partir da esquerda (correspondem; não correspondem) a divisões reais da escala da régua.
- *****
- correspondem
- 24 ■ 10,12 cm
- Os algarismos 1, 0 e 1 (são; não são) exatos, porque eles correspondem a valores não estimados da escala da régua.
- *****
- são
- 25 ■ 10,12 cm
- Finalmente, o algarismo 2 (surgiu; não surgiu) de uma fração da menor divisão da escala, que nós estimamos. Portanto, o algarismo 2 desta medida (é; não é) exato; ele (é; não é) duvidoso.
- *****
- surgiu; não é; é
- 26 ■ A medida realizada no item 20, isto é, o comprimento XY igual a 10,12 cm, nos informa que tal comprimento está compreendido entre 10,1 cm e _____ cm e que o valor mais aproximado é _____.
- *****
- 10,2; 10,12 cm
- 27 ■ A medida do comprimento XY (item 20) (apresenta; não apresenta) um elemento ou algarismo duvidoso. Tal algarismo é _____ e é o (primeiro; segundo; terceiro; último) algarismo contado a partir da esquerda, ou o primeiro contado a partir da _____.
- *****
- apresenta; 2; último; direita
- 28 ■ 10,12 cm
- Na medida acima constatamos quatro algarismos. Dizemos que tal medida apresenta quatro algarismos significativos. O algarismo duvidoso (é; não é) significativo.
- *****
- é
- 29 ■ A medida do comprimento XY (item 20) pode ser escrita utilizando-se como unidade de medida o metro. Escreva 10,12 cm em metros. _____
- *****
- 0,1012 m
- 30 ■ 0,1012 m. A medida apresenta _____ algarismos significativos. O primeiro zero surge apenas para localizar a casa decimal. Ele (é; não é) algarismo significativo.
- *****
- quatro; não é

- 31 ■ O comprimento XY foi estimado ser igual a _____ m. Transforme esta medida em km: _____.
- *****
- 0,1012; 0,0001012 km
- 32 ■ 0,0001012 km é a medida do comprimento XY. Ela apresenta _____ algarismos significativos. Os quatro zeros à esquerda do algarismo 1 (são; não são) significativos. Estes zeros apenas localizam a casa decimal quando da transformação de m em km.
- *****
- quatro; não são
- 33 ■ 0,0001012 km. O algarismo 0 compreendido entre os algarismos 1 e 2 (é; não é) significativo.
- *****
- é
- 34 ■ Escreva a medida do comprimento XY (10,12 cm) em notação científica. 10,12 cm = _____.
- *****
- $1,012 \times 10^1 = 1,012 \times 10 \text{ cm}$
- 35 ■ $10,12 \text{ cm} = 1,012 \times 10 \text{ cm}$. A medida expressa em notação científica apresenta M = _____.
- *****
- 1,012
- 36 ■ O número M, na notação científica, (exprime; não exprime) claramente a quantidade de algarismos _____.
- *****
- exprime; significativos
- 37 ■ $0,0001012 \text{ km} = \text{_____}$ (em notação científica)
- *****
- $1,012 \times 10^{-4} \text{ km}$
- 38 ■ $1,012 \times 10^{-4} \text{ km}$. O número M é constituído de _____ algarismos e a medida apresenta _____ significativos.
- *****
- quatro; quatro algarismos
- 39 ■ A medida expressa em notação científica (revela; não revela) a quantidade de algarismos significativos.
- *****
- revela
- 40 ■ Para evitarmos dúvidas quanto à quantidade de algarismos significativos de uma medida, devemos utilizar a _____ científica.
- *****
- notação
- 41 ■ Meça o comprimento AB abaixo com a régua milimetrada desenhada na figura.



O comprimento AB está compreendido entre _____ e _____ .

4,1 cm; 4,2 cm

- 42 ■ A medida do comprimento AB está mais próximo de _____ que de 4,2 cm.

4,1 cm

- 43 ■ Pelo nosso julgamento, escreveremos que o comprimento AB é 4,10 cm. A nossa estimativa é de que o comprimento AB possui 4 cm, _____ mm e zero décimos de _____ .

1; milímetro

- 44 ■ 4,10 cm. A medida apresenta _____ algarismos significativos. O algarismo duvidoso é o _____ .

três; 0

- 45 ■ O algarismo zero na medida 4,10 cm é duvidoso, porém ele (é; não é) significativo. Este zero nos informa que a medida, por nossa estimativa, apresenta 0 décimos de milímetro.

é

- 46 ■ 4,10 cm = _____ m

0,0410

- 47 ■ 0,0410 m. Esta medida apresenta _____ algarismos significativos. Os dois zeros à esquerda do algarismo 4 (são; não são) significativos, pois eles apenas localizam a casa decimal ao transformarmos a medida dada em cm para _____ .

três; não são; metros

- 48 ■ Escreva a medida 0,0410 m em notação científica. _____

$4,10 \times 10^{-2}$ m

- 49 ■ O número M (conserva; não conserva) a quantidade de algarismos significativos.

conserva

- 50 ■ O valor de uma medida foi anotado como sendo 0,977 6 m. A medida quer dizer que o comprimento está compreendido entre _____ e _____ m.

0,977; 0,978

- 51 ■ 0,977 6. O algarismo 6 (é; não é) duvidoso. Ele é um valor estimado e diz que o comprimento está compreendido entre 0,977 m e _____ m, porém nós "achamos" que está a 6 décimos da distância entre a menor divisão da escala, isto é, entre 0,007 m (7 mm) e _____ (8 mm).

é; 0,978; 0,008 m

52 ■ $0,9776 \text{ m} =$ _____ (notação científica)

$9,776 \times 10^{-1} \text{ m}$

53 ■ $0,9776 \text{ m} = 9,776 \times 10^{-1} \text{ m}$. Esta medida apresenta _____ algarismos significativos.

quatro

54 ■ $9,776 \times 10^{-1} \text{ m}$. O último algarismo é _____ e ele é o _____ duvidoso.

6; algarismo

55 ■ É dada uma medida: $0,000786 \text{ cm}$. Em notação científica: _____. A medida apresenta _____ algarismos significativos e o duvidoso é o _____.

$7,86 \times 10^{-4} \text{ cm}$; três; 6

56 ■ $7,86 \times 10^{-4} \text{ cm}$. Este valor indica que a medida se encontra entre $7,8 \times 10^{-4} \text{ cm}$ e _____ cm .

$7,9 \times 10^{-4}$

SEÇÃO 4 — OPERAÇÕES ENVOLVENDO QUANTIDADES MEDIDAS — ALGUMAS UNIDADES DERIVADAS

A maioria das experiências realizadas em Física envolvem medidas diretas cujos resultados são combinados em uma série de operações, tais como adições, subtrações, multiplicações e divisões, etc. Muitas vezes, os números que exprimem tais medidas são elevados ao quadrado, ao cubo, extraem-se raízes, etc. Torna-se importante que os cálculos sejam realizados de forma que o resultado final não contenha mais de um algarismo duvidoso e por outro lado o resultado final não deve ser mais preciso do que o menos preciso das medidas diretas realizadas.

1 ■ Suponha que vamos somar duas medidas diretas de comprimento realizadas por instrumentos diferentes: $0,52 \text{ m}$ e $14,5 \text{ m}$. Na medida $0,52 \text{ m}$, o algarismo duvidoso é _____ e, na medida $14,5 \text{ m}$, o algarismo duvidoso é _____.

2; 5

2 ■ Efetue a adição de $0,52 \text{ m}$ com $14,5 \text{ m}$. _____

$15,02 \text{ m}$

3 ■ $14, \textcircled{5} \text{ m}$

$0,5 \textcircled{2} \text{ m}$

$15, \textcircled{0} \textcircled{2} \text{ m}$

Os algarismos circundados são os _____.

duvidosos

- 4 ■ No resultado 15,02 m, o algarismo 2 é o resultado da adição do algarismo 2 da parcela 0,52 com o algarismo supostamente zero da parcela 14,5. Portanto, ele (é; não é) um algarismo duvidoso.

é

- 5 ■ Da adição de um algarismo exato com um outro duvidoso resulta um algarismo (duvidoso; exato). No resultado 15,02, o algarismo 0 é o resultado da adição do algarismo duvidoso 5 da parcela 14,5 m com o algarismo (exato; duvidoso) 5 da parcela 0,52 m. Portanto, o algarismo 0 (é; não é) duvidoso.

duvidoso; exato; é

- 6 ■ 15,02 m. Tanto o algarismo 0 como o 2 (são; não são) duvidosos.

são

- 7 ■ Uma medida deve apresentar (somente um; dois; diversos) algarismo(s) duvidoso(s).

somente um

- 8 ■ Portanto, no resultado da adição de 14,5 m com 0,52 m, devemos desprezar o algarismo (0; 2).

2

- 9 ■ Logo, o resultado final pode ser arredondado para _____ m.

15,0

- 10 ■ Devemos somar dois comprimentos medidos com aparelhos diferentes (régua diferentes). Tais comprimentos são: 12,39 cm e 1,4 cm. Faça a adição destes dois comprimentos. Circunde os algarismos duvidosos nas parcelas e no resultado da adição.

12, 3 ⑨ cm

1, ④ cm

13, ⑦⑨ cm

- 11 ■ No resultado acima, 13,79 cm, devemos desprezar o algarismo (7; 9).

9

- 12 ■ Quando o algarismo a ser desprezado for maior que 5, devemos acrescentar, para o arredondamento, uma unidade no algarismo duvidoso restante. Logo, o resultado desta adição é: _____.

13,8 cm

- 13 ■ Na adição proposta no item 1, cujo resultado foi 15,02, desprezamos o algarismo duvidoso _____. Ao algarismo duvidoso restante no resultado final, que é o algarismo _____, não foi acrescentada nenhuma unidade porque o algarismo desprezado foi (maior; menor) que 5.

2; 0; menor

- 14 ■ No resultado de uma adição, 15,156, os algarismos 6 e 5, contados da direita para a esquerda, são duvidosos. Faça o arredondamento para que a resposta seja correta. _____

15,16

- 15 ■ Os lados de um triângulo foram medidos por instrumentos diferentes. Obteve-se os seguintes valores: 15,31 cm; 8,752 cm e 17,7 cm. Calcule o perímetro do referido triângulo (soma dos lados).

15, 3 ① cm

8, 7 5 ② cm

17, ⑦ cm

41, ⑦⑥② cm

- 16 ■ No resultado do cálculo do perímetro do triângulo citado acima, 41,762 cm, o algarismo 7 é duvidoso porque ele é resultado da adição de dois algarismos exatos, _____ e _____ e de um duvidoso, _____.

3; 7; 7

- 17 ■ Portanto, o perímetro é 41,8 cm = $4,18 \times 10$ cm. O resultado 41,762 cm foi arredondado para 41,8 cm porque _____. (complete)

o algarismo duvidoso desprezado (6) é maior que 5

- 18 ■ Os lados de um quadrado foram medidos por instrumentos diferentes e obteve-se os seguintes valores: 2,3 cm; 2,32 cm; 2,290 cm e 2,30 cm. Calcule o perímetro do quadrado considerado.

2, ③ cm

2, 3 ② cm

2, 2 9 ① cm

2, 3 ① cm

9, ②①①① cm

Perímetro do quadrado: 9,2 cm

- 19 ■ Calcule a diferença entre dois comprimentos: $d_1 = 10,23$ cm e $d_2 = 8,5$ cm.

$$d_1 - d_2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

10, 2 ③ cm

- 8, ⑤ cm

1, ⑦③ cm

$$d_1 - d_2 = 1,7 \text{ cm}$$

- 20 ■ Faça a adição de 14,75 g com 6,489 g. _____

21,24 g

- 21 ■ Faça a adição de $6,85 \times 10^2$ km com $5,42 \times 10$ km. (Cuidado: Somente é possível a adição quando as potências de 10 possuem o mesmo expoente.) _____

Primeiramente deve-se transformar os números em potências de mesmo expoente:

$$5,42 \times 10 \text{ km} = (0,542 \times 10) \times 10 = 0,542 \times 10^2 \text{ km}$$

Então faz-se a adição:

$$6,8 \text{ (5)} \times 10^2 \text{ km}$$

$$0,54 \text{ (2)} \times 10^2 \text{ km}$$

$$7,3 \text{ (9)(2)} \times 10^2 \text{ km}$$

$$\text{Soma} = 7,39 \times 10^2 \text{ km}$$

- 22 ■ Subtraia 46,7 g de 96 g. _____

$$9 \text{ (6)} \text{ g}$$

$$- 46,7 \text{ (7)} \text{ g}$$

$$4 \text{ (9), (3)} \text{ g}$$

Resposta: 49 g

- 23 ■ Faça a adição de $1,39 \times 10^2 \text{ kg}$ com $6,31 \times 10^{-2} \text{ kg}$. _____

$$1,39 \times 10^2 \text{ kg}$$

- 24 ■ A unidade de área no SI é 1 metro quadrado, cujo símbolo é m^2 . 1 m^2 é a área de um quadrado de _____ de lado.

$$1 \text{ m}$$

- 25 ■ Calcule a área (A) de um quadrado de 2 m de lado.

$$A = \text{_____}$$

$$A = (2 \text{ m}) \times (2 \text{ m}) = 2 \times 2 \times \text{m} \times \text{m} = 4 \text{ m}^2$$

- 26 ■ $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

$$1 \text{ m}^2 = \text{_____} \text{ cm}^2$$

$$10^4, \text{ pois } 1 \text{ m}^2 = (100 \text{ cm})(100 \text{ cm}) = 10\,000 \text{ cm}^2 = 10^4 \text{ cm}^2$$

- 27 ■ $1 \text{ m}^2 = \text{_____} \text{ cm}^2$

$$\text{_____} \text{ m}^2 = 1 \text{ cm}^2$$

$$10^4; \quad 10^{-4}$$

- 28 ■ $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$

$$1 \text{ cm}^2 = \text{_____} \text{ mm}^2$$

$$100 \text{ ou } 10^2$$

- 29 ■ $1 \text{ m} = 10^3 \text{ mm}$

$$1 \text{ m}^2 = \text{_____} \text{ mm}^2$$

$$10^6$$

- 30 ■ Um quadrado tem uma área de $1,6 \text{ cm}^2$. A sua área é igual a _____ m^2 .

$$1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2, \text{ portanto } 1,6 \text{ cm}^2 = 1,6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

- 31 ■ A área de um pequeno círculo é de $3,14 \times 10^{-6} \text{ m}^2$. Dê a área deste círculo em cm^2 e em mm^2 . _____

$3,14 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$; $3,14 \text{ mm}^2$

- 32 ■ As dimensões de um pequeno retângulo foram medidas por um estudante, utilizando para tal uma régua milimetrada. Para o comprimento (C) ele determinou o valor 1,32 cm e para a largura (L), o valor 0,98 cm. O comprimento C é expresso com (dois; três) e a largura L, com _____ algarismos significativos.

três; dois

- 33 ■ 1,32 cm. O algarismo duvidoso é _____. Isto significa que a medida do comprimento C está entre 1,3 cm e _____ cm, porém mais próximo de _____ cm.

2; 1,4; 1,3

- 34 ■ 1, 3 2 cm. Coloque um círculo em torno do algarismo duvidoso.

1, 3 (2) cm

- 35 ■ Ao multiplicarmos um número duvidoso por um outro, duvidoso ou não, obteremos como resultado (sempre; às vezes; nunca) um outro número duvidoso.

sempre

- 36 ■ Para se calcular a área de um retângulo de dimensões L e C, devemos (multiplicar; dividir) L por C. Simbolicamente: $A = \underline{\hspace{2cm}}$

multiplicar; $L \cdot C$

- 37 ■ Calcule a área do retângulo cujas dimensões são: $L = 1,32 \text{ cm}$ e $C = 0,98 \text{ cm}$. Leve em consideração o item 35 acima e coloque, dentro de um círculo, todos os algarismos resultantes da multiplicação com um outro duvidoso.

$$\begin{array}{r} 1,3(2) \text{ cm} \\ 0,9(8) \text{ cm} \\ \hline (1)(0) \ (5)(6) \\ 1 \ 1 \ 8 \ (8) \\ \hline 1,(2)(9) \ (3)(6) \text{ cm}^2 \end{array}$$

- 38 ■ $1,2936 \text{ cm}^2$. O resultado apresenta 5 algarismos dos quais pelo menos _____ são duvidosos, pois resultaram da soma de algarismos provenientes da multiplicação de algarismos, um dos quais, pelo menos, era duvidoso.

quatro

- 39 ■ (Devemos; Não devemos) portanto, descartar os algarismos 9, 3 e 6.

devemos

40 ■ A área do pequeno retângulo deve então ser escrita, levando em consideração o arredondamento, como

A = _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

1,3 cm²

41 ■ O resultado final apresenta então (dois, um) algarismo(s) significativo(s). O algarismo duvidoso é o _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

dois; 3

42 ■ 1,3 cm² é proveniente da multiplicação de 1,32 cm por 0,98 cm. O fator que apresenta **menor** quantidade de algarismos significativos é _____. Ele apresenta _____ algarismos significativos.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

0,98; dois

43 ■ Multiplique 1,467 m por 0,748 m e apresente o resultado levando em consideração os algarismos significativos.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

```

      1, 4 6 ⑦ m
      0, 7 4 ⑧ m
      -----
    ①①⑦③⑥
      5 8 6 ⑧
      -----
    1 0 2 6 ⑨
      -----
    1, 0 ⑨⑦③①⑥
```

Resposta: 1,10 m² (arredondado)

44 ■ 1,10 m². O resultado final apresenta _____ algarismos significativos. O fator que apresenta **menor** quantidade de algarismos significativos é _____, que contém _____ algarismos significativos.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

três; 0,748 m; três

45 ■ O resultado do produto da multiplicação de duas ou mais quantidades medidas pode ser escrito com a mesma quantidade de algarismos significativos que o fator que apresentar (menor; maior) quantidade de algarismos significativos.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

menor

46 ■ O resultado do produto: 2,34 m × 0,34 m × 11,45 m deverá ser escrito com _____ algarismos significativos, pois o produto deve ser escrito com a mesma quantidade de algarismos significativos do fator que apresentar a menor quantidade de algarismos significativos e que no caso é o fator _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

dois; 0,34

47 ■ Dê o resultado do produto do item 46. _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

9,2 m³

48 ■ Determine a área de um retângulo cujas dimensões foram medidas como sendo 6,1 m e 9,26 m. _____

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

56 m². (Com dois algarismos significativos, porque o fator que apresenta menor quantidade deles é 6,1 m, com apenas dois algarismos significativos.)

- 49 ■ Quando dividimos quantidades provenientes de medições, devemos tomar o mesmo cuidado que foi observado durante uma multiplicação: o quociente da divisão deve apresentar uma quantidade de algarismos significativos igual ao fator que contiver (maior; menor) quantidade de algarismos significativos.

menor

- 50 ■ Duas quantidades foram medidas e apresentaram os seguintes valores: 26,34 e 7,3. Divida 26,34 por 7,3. A resposta deve ser escrita com _____ algarismos significativos e deve ser apresentada como sendo _____.

dois; 3,6

- 51 ■ Quando multiplicamos ou dividimos uma quantidade medida por um número puro, o resultado deve ser escrito com a mesma quantidade de algarismos significativos que a medida apresentar. Divida 0,935 kg por 2 (número puro).

0,468 kg

- 52 ■ O raio de um círculo foi medido como sendo $R = 1,34 \times 10^{-2}$. Calcule o diâmetro do círculo.

diâmetro = $2R = 2 \times 1,34 \times 10^{-2} \text{ m} = 2,68 \times 10^{-2} \text{ m}$

- 53 ■ A unidade de volume do SI é 1 metro cúbico. (símbolo: m^3) 1 m^3 é o volume correspondente a um cubo de _____ de lado.

1 m

- 54 ■ $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

$1 \text{ m}^3 = \text{_____} \text{ cm}^3$

10^6 ou 1 000 000

- 55 ■ $1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$

$0,56 \text{ m}^3 = \text{_____} \text{ cm}^3$

$0,56 \times 10^6 = 5,6 \times 10^5$

- 56 ■ Para transformar $X \text{ m}^3$ em cm^3 devemos _____

multiplicar o número X por 10^6 , pois cada $1 \text{ m}^3 = 10^6 \text{ cm}^3$

- 57 ■ $10^6 \text{ cm}^3 = 1 \text{ m}^3$

$1 \text{ cm}^3 = \text{_____} \text{ m}^3$

10^{-6}

- 58 ■ $1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$

$98 \text{ cm}^3 = \text{_____} \text{ m}^3$

$98 \times 10^{-6} = 9,8 \times 10^{-5}$

70 ■ Unidade de massa específica = $\frac{\text{unidade padrão de massa}}{\text{unidade de volume}} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

kg

71 ■ $\rho = \frac{m}{V}$. O volume de um objeto foi determinado como sendo $2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ e a sua massa medida numa balança foi determinada como sendo $7,5 \times 10^{-3} \text{ kg}$. Calcule a massa específica deste objeto. _____.

$$\rho = \frac{7,5 \times 10^{-3} \text{ kg}}{2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = \frac{7,5}{2,5} \times 10^{-3+6} \times \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

72 ■ No SI a unidade de massa específica ou densidade é _____.

kg/m³

73 ■ Se medirmos a massa em g e o volume em cm³, a unidade de massa específica ou densidade será dada por _____.

g/cm³

74 ■ 1 kg = 10³ g

1 g = _____ kg

10⁻³

75 ■ 1 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{1 \text{ kg}}{1 \text{ m}^3}$

1 kg = 10³ g

1 m³ = 10⁶ cm³, logo, 1 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (em g/cm³)

$$1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = \frac{10^3 \text{ g}}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^{3-6} \text{ g/cm}^3 = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

76 ■ $3,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ g/cm³

$$3,0 \times 10^3 \times 10^{-3} = 3,0 \times 10^{3-3} = 3,0 \times 10^0 = 3,0 \text{ g/cm}^3$$

77 ■ Transforme 4,5 kg/m³ em g/cm³. _____

$$4,5 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$$

78 ■ 1 g = 10⁻³ kg

1 cm³ = 10⁻⁶ m³

Logo, 1 g/cm³ = _____ (em kg e m³)

$$1 \text{ g/cm}^3 = \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 10^{-3+6} \text{ kg/m}^3 = 10^3 \text{ kg/m}^3$$

79 ■ 1 g/cm³ = 10³ kg/m³

7,9 g/cm³ = _____ kg/m³

$$7,9 \times 10^3$$

80 ■ Para se transformar $X \text{ g/cm}^3$ em kg/m^3 devemos (multiplicar; dividir) X por 10^3 .

multiplicar

81 ■ A velocidade é uma grandeza física derivada de duas outras padrões. Ela é calculada dividindo-se um comprimento por um intervalo de tempo. A unidade de velocidade é então determinada dividindo-se unidade de comprimento por unidade _____.

de intervalo de tempo

82 ■ Unidade de velocidade = $\frac{\text{unidade padrão de comprimento}}{\text{unidade _____}}$

padrão de intervalo de tempo

83 ■ No Sistema Internacional, a unidade padrão de comprimento é o _____ e a unidade padrão de intervalo de tempo é o _____. Logo, a unidade de velocidade será _____.

m; s; m/s

84 ■ Em determinadas situações (que analisaremos em outro capítulo) a velocidade é calculada dividindo-se uma distância (comprimento) que um objeto percorre pelo intervalo de tempo que o objeto gasta para percorrer tal distância. Se chamarmos a velocidade de v , a distância de Δd e o intervalo de tempo de Δt , então a velocidade é, simbolicamente, dada por:

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta d}{\Delta t}$$

85 ■ $v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$. Se a distância percorrida por um objeto foi medida como sendo $98,6 \times 10^{-2} \text{ m}$ e o intervalo de tempo gasto medido como sendo $2,0 \text{ s}$, a velocidade é igual a _____.

$$v = \frac{98,6 \times 10^{-2} \text{ m}}{2,0 \text{ s}} = 4,9 \times 10^{-1} \text{ m/s}$$

86 ■ Se medirmos a distância em cm ao invés de m, a velocidade será dada como _____.

cm/s

87 ■ Uma formiga caminha em cada $8,2 \text{ s}$ uma distância de $16,6 \text{ cm}$. Calcule a velocidade em cm/s. _____.

$$v = \frac{16,6 \text{ cm}}{8,2 \text{ s}} = 2,0 \text{ cm/s}$$

88 ■ No SI, a unidade de velocidade é (cm/s; m/s).

m/s

89 ■ $2,0 \text{ cm/s} = \text{_____ m/s}$

$$2,0 \text{ cm/s} = \frac{2,0 \text{ cm}}{1,0 \text{ s}} = \frac{2,0 \times 10^{-2} \text{ m}}{1,0 \text{ s}} = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m/s}$$

90 ■ Transforme 25,6 m/s em cm/s. _____

$2,56 \times 10^3$ cm/s

91 ■ Transforme 45,7 cm/s em unidade de velocidade do SI. _____

$4,57 \times 10^{-1}$ m/s

SEÇÃO 5 – EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Expresse os números abaixo em notação científica:

a) 4

b) 32

c) 186 000 (três algarismos significativos)

d) 30 000 000 (um algarismo significativo)

e) 0,70

f) 0,001 2

g) 0,000 403

h) 53 200 (três algarismos significativos)

i) 232

j) 789

k) 3 300 (quatro algarismos significativos)

l) $24,6 \times 10^6$

m) $0,34 \times 10^{-4}$

n) $0,045 \times 10^2$

o) 0,000 096 8

p) 0,001 3

q) 0,000 000 000 000 28

r) $0,000 045 \times 10^6$

2 ■ Converta $4,2 \times 10^3$ m em: a) km;
b) cm;
c) mm.

3 ■ Converta $6,2 \times 10^{-1}$ m³ em: a) cm³;
b) mm³.

4 ■ Converta $6,6 \times 10^{-2}$ m² em: a) cm²;
b) mm².

5 ■ O raio do planeta Júpiter é cerca de $7,2 \times 10^7$ m. Converta tal distância em: a) cm;
b) km.

6 ■ Um mesmo comprimento foi medido por instrumentos diferentes e as duas medidas foram anotadas como sendo 5,4 cm e 5,40 cm. Qual das duas medidas é mais precisa? Por quê?

7 ■ Calcule a soma de 15,61 g; 23,4 g e 5,867 g.

8 ■ Calcule a soma de $7,65 \times 10^2$ m e $4,52 \times 10$ m.

9 ■ Subtraia 46,7 g de 96 g.

10 ■ Calcule o produto de $4,67 \times 10^6$ cm por $4,6 \times 10^{-2}$ cm.

11 ■ Multiplique 7,32 kg por 520 g.

12 ■ Divida $8,83 \times 10^4$ m por $1,35 \times 10^{-3}$ m.

13 ■ Divida 32,5 cm por 0,32 m.

14 ■ O raio de um círculo mede cerca de 7,16 cm. Determine o valor de sua área. Use π com três algarismos significativos.

15 ■ Escreva sobre a diferença entre as duas medidas: 2,0 cm e 2,00 cm.

16 ■ Um veículo percorre 0,627 km em 82,5 s. Determine o valor da velocidade do referido veículo em:

a) m/s;

b) cm/s.

17 ■ Uma pessoa caminha 32,5 m em 48 s. Determine sua velocidade em: a) m/s;
b) cm/s.

RESPOSTAS

1. a) 4 b) $3,2 \times 10$ c) $1,86 \times 10^5$ d) 3×10^7 e) $7,0 \times 10^{-1}$ f) $1,2 \times 10^{-3}$
g) $4,03 \times 10^{-4}$ h) $5,32 \times 10^4$ i) $2,32 \times 10^2$ j) $7,89 \times 10^2$ k) $3,300 \times 10^3$
l) $2,46 \times 10^7$ m) $3,4 \times 10^{-5}$ n) 4,5 o) $9,68 \times 10^{-5}$ p) $1,3 \times 10^{-3}$
q) $2,8 \times 10^{-13}$ r) $4,5 \times 10$
2. a) 4,2 km b) $4,2 \times 10^5$ cm c) $4,2 \times 10^6$ mm
3. a) $6,2 \times 10^5$ cm³ b) $6,2 \times 10^8$ mm³
4. a) $6,6 \times 10^2$ cm² b) $6,6 \times 10^4$ mm²
5. a) $7,2 \times 10^9$ cm b) $7,2 \times 10^4$ km
6. 5,40 cm. Porque tem mais algarismos significativos.
7. 44,9 g 8. $8,10 \times 10^2$ m 9. 49 g 10. 21×10^4 cm²
11. $3,81 \times 10^6$ g² 12. $6,54 \times 10^7$ m 13. 1,0 14. 161 cm²
15. A medida 2,00 é mais precisa que 2,0 porque tem mais algarismos significativos.
16. 7,60 m/s; $7,60 \times 10^2$ cm/s 17. 0,68 m/s; $6,8 \times 10$ cm/s

SEÇÃO 6 – PESOS E MEDIDAS – HISTÓRICO

ANTIGUIDADE

Em nossa civilização atual, os processos de medição são bastante complexos, a fim de satisfazerem às necessidades da ciência e da tecnologia. Em épocas remotas, o homem utilizou processos simples, suficientes para a sua técnica primitiva.

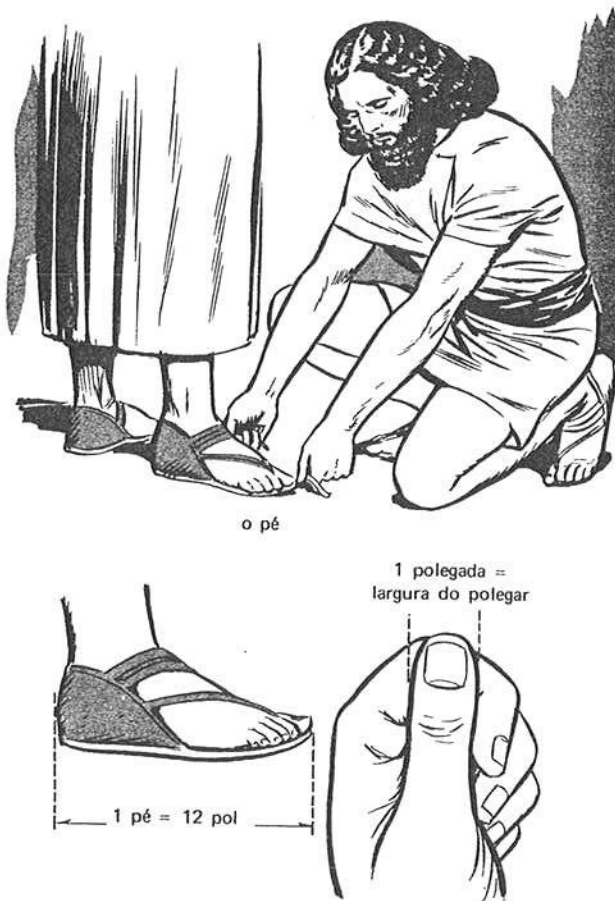
Mas, quando começou a medir? Começou provavelmente quando ainda nem falava, pois poderia medir ou comparar um peixe com outro e saber qual o maior ou o menor. Também seria do seu conhecimento que uma certa quantidade de alimento saciava sua fome. Obviamente, eram maneiras intuitivas de medir.

A partir do momento em que o homem passou a viver em grupos e à proporção que esses aglomerados cresciam, a necessidade de medir aumentava ainda mais. As maneiras como mediam as grandezas eram bastante simples: usavam partes do próprio corpo, como o comprimento do pé, a largura da mão ou a grossura do dedo, o palmo e a passada. Utilizavam ainda uma vara ou um bastão.

Com o surgimento das primeiras civilizações, tais processos não mais satisfaziam às necessidades dos homens, pois os mesmos sabiam constatar as diferenças daquelas partes para cada indivíduo. As construções de casas e navios, a divisão de terras e o comércio com outros povos exigiam medidas padrões, que fossem as mesmas em qualquer lugar. Assim, um mercador de tecidos da Babilônia poderia vender sua mercadoria em Jerusalém, usando uma vara padrão de tamanho aproximado ao da adotada lá.

Os povos antigos — os egípcios, os babilônios, os assírios, os chineses, os persas e os gregos — possuíam padrões diferentes de comprimento. A unidade de com-

primento dos babilônios era o dedo (aproximadamente 16 milímetros). Usavam também o cúbito, que equivalia a 30 dedos. O pé e a polegada foram, em geral, para esses povos, as unidades padrões.



É interessante ressaltar que, segundo L.A. San-ches, os egípcios possuíam uma estranha medida denominada "polegada piramidal", encontrada na grande pirâmide de Quéops, junto ao Nilo, construída a 3 ou 4 mil a.C. Ao ser estudada, concluíram que o diâmetro da Terra mede um bilhão e meio destas polegadas. O cálculo do perímetro da base da pirâmide resulta 365 242 polegadas, resultado cujos algarismos exprimem exatamente o número de dias do ano solar (365,242 dias).

O homem também precisou pesar, ou melhor, comparar massas, pois peso e massa são duas grandezas diferentes, sendo o primeiro uma força resultante da atração gravitacional, como você verá mais adiante no seu curso de Física. Massa é a quantidade de matéria de um corpo, ou em termos mais físicos, é a resistência que ele oferece a uma força aplicada. O peso pode variar dependendo das condições e a massa é invariante no estado de repouso.

Nos primeiros tempos, o homem comparava a massa de dois corpos equilibrando-os um em cada mão. Até que surgiu a primeira máquina de comparação: uma vara suspensa no meio por uma corda. Os objetos eram pendurados nas suas extremidades e, se houvesse o equilíbrio, ou seja, se a vara ficasse na horizontal, eles possuíam a mesma massa.

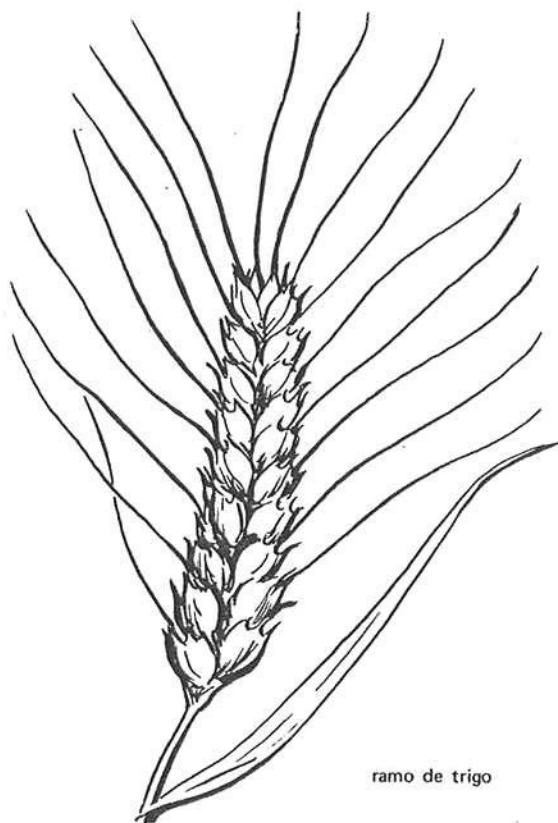


Os povos antigos padronizaram centenas de diferentes pesos e medidas para atender às necessidades de suas civilizações.

O grão de trigo tirado do meio da espiga, provavelmente foi o primeiro elemento padrão de peso. Dos sistemas adotados, um deles propagou-se pela Europa to-

da e hoje ainda é usado pelos países de língua inglesa, após pequenas modificações: trata-se do sistema comercial chamado "avoirdupois", palavra francesa que significa "bens de peso". Suas unidades são:

grão	(gr.)
dracma	(dr.)
onça	(oz.)
libra	(lb.)
quintal	(cwt.)
tonelada	(t.)



Com relação ao tempo, apesar de não poder segurá-lo ou guardá-lo, o homem conseguia medi-lo registrando as repetições dos fenômenos periódicos. Qualquer evento familiar servia para marcar o tempo: o período entre um e outro nascer do Sol, a sucessão das luas cheias, ou a das primaveras.

Você deve saber que, assim como os antigos, os índios contavam os anos por invernos ou verões, os meses por luas e os dias por sóis. Tais cálculos não eram muito exatos. As horas de claridade entre o nascer e o pôr do sol variam muito durante o ano. Já o período que vai de uma lua cheia a outra permanecia constante. Logo os homens perceberam tal fato e concluíram que a maneira mais exata de medir o tempo era baseando-se na periodicidade de eventos em corpos celestes.

O nosso ano é o período de tempo em que a Terra faz o seu movimento de translação em torno do Sol. Ele é, às vezes, chamado de ano astronômico, equi-

nocial, natural ou solar. Os cientistas chamam-no geralmente de ano trópico e tem 365 dias, 5 horas, 48 minutos, 45 segundos e 7 décimos. Como no calendário consideramos apenas 365 dias, a cada quatro anos, as horas e os minutos que sobram são reunidos, formando mais um dia, que aparece no ano bissexto.

O mês foi a primeira medida exata de tempo. Era calculado de uma lua cheia a outra e tinha exatamente 29 dias e meio. Entretanto, dividindo-se o ano em meses lunares, obtinha-se 12 meses e uma sobra de 11 dias. Não havia relação exata entre o ano calculado pela translação da Terra em torno do Sol e o mês lunar. Isto originava confusão ao iniciar um novo mês. Outras tentativas de divisões em relação a fenômenos naturais foram refutadas pela mesma razão. Júlio César, no ano 46 a.C., aboliu o ano lunar e adotou o ano solar de 365 dias, com um dia a mais a cada quatro anos. Os meses eram baseados aproximadamente nos meses lunares, porém com duração diferente. Os imperadores romanos costumavam subtrair dias de alguns meses para adicioná-los a outros, seus favoritos.

A semana de 7 dias não tem relação exata com os corpos celestes e seus movimentos, embora a divisão do mês em quatro semanas tenha origem nas divisões que representavam as quatro fases da Lua.

O dia é estabelecido pelo período de rotação da Terra em torno do seu eixo.

A hora é a vigésima quarta parte do dia, não existindo, porém, relação entre os fenômenos naturais e as repetições de duração de uma hora: a divisão foi feita arbitrariamente e por conveniência.

O relógio de Sol, que consistia em um bastão espetado no chão no centro de um círculo, foi o primeiro instrumento para medir o intervalo de tempo.

Uma hora possui 60 minutos e este, 60 segundos. Esta divisão foi feita pelos antigos babilônios (≈ 2000 a.C.), que adotavam um sistema de base sexagesimal, pois já haviam dividido o círculo na base 60, critério que até hoje conservamos.

IDADE MÉDIA E RENASCENÇA

Os pesos e medidas usados nas civilizações antigas eram levados a outras através do comércio ou da conquista. Assim, no início da Idade Média, as unidades adotadas eram as dos romanos, o último e maior império da Antiguidade, que levaram-nas por toda a Europa, oeste da Ásia e África. Sem dúvida, os mais usados eram ainda aqueles das dimensões humanas. Obviamente eram necessárias medidas mais precisas para certas atividades, como no caso das construções bizantinas e árabes. Esses povos certamente possuíam seus padrões de pesos e medidas, embora fossem diferentes para cada região. Ao que tudo indica, nenhum padrão foi criado em termos nacionais, até que, na Inglaterra, Ricardo I (reinou de 1189 a 1199), já no século XII, determinou unidades

para comprimento e para capacidade. Estas eram de ferro e mantidas em várias regiões do país por autoridades regionais com o objetivo de comprovar a veracidade de uma medida. Datam desta época a jarda e o galão, até hoje usados pelos países de língua inglesa.

Várias versões existem para explicar o aparecimento da jarda: no norte da Europa, supõe-se que era o tamanho da cinta usada pelos anglo-saxões e no sul seria o dobro do comprimento do cúbito dos babilônios. Seu valor também pode ter sido determinado por Henrique I (reinou de 1100 a 1135), que teria fixado o seu comprimento como sendo a distância entre o seu nariz e a ponta de seu braço esticado. Informações como esta provavelmente não carecem de verdade, pois a maioria dos padrões da Idade Média era realmente criada pelos soberanos, primeiros interessados nas medidas dos valores de seus reinos.



a jarda

Os pesos padrões eram aqueles dos povos antigos, conforme a região, em geral mantendo o grão como unidade fundamental. Em algumas regiões européias, continuava o uso do sistema "avoirdupois" nas transações comerciais. Para o comércio de jóias e pedras preciosas, que exigia processos de medidas mais delicados, era usado o sistema "troy", cujas unidades eram:

grão	(gr.)
pennyweight	(dw.t)
onça	(oz.t)
libra	(lb.t)

Para pedras preciosas, a unidade era o quilate, que equivale aproximadamente a 4 grãos.

De todos os padrões de pesos e medidas criados, nenhum conseguiu uma utilização internacional e homogênea, existindo ainda aqueles remanescentes da Antiguidade. A situação se tornava mais delicada e confusa, devido a reprodução inexata, erros de interpretação e desonestidade de alguns.

O mesmo não aconteceu com as medidas de tempo que já haviam sido padronizadas por Júlio César, sendo seu calendário adotado pelo menos em toda a Europa. Ainda devemos lembrar que nas invenções do fim da Idade Média e Renascença eram adotados padrões cautelosos, pois tratava-se de uma nova atividade e podia ser muito bem controlada. Como exemplo, a tipografia e a imprensa, cujos tipos móveis de padrões internacionais foram criados em fins do século XV e são até hoje mantidos.

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL E SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES

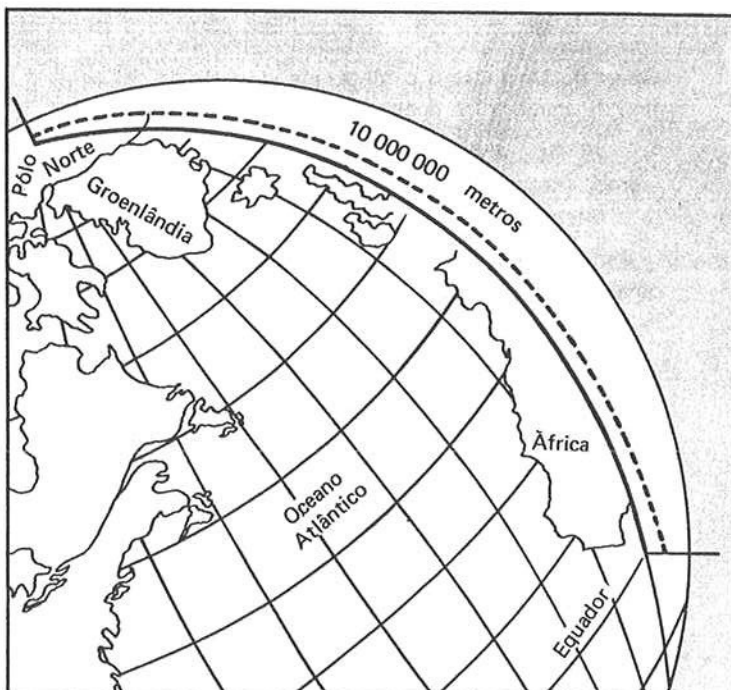
Em fins do século XVIII, a diversificação de medidas era enorme, dificultando muito as transações comerciais. Na França, a situação estava pior e graças às novas idéias trazidas pela Revolução Francesa de 1789 e as imposições que fazia o florescimento da era industrial, foi criada uma comissão de homens de ciência para a determinação e construção de padrões, de tal modo que fossem universais.

Os padrões deveriam reproduzir os fenômenos naturais, para não dependerem de futuras mudanças. Após estudos e pesquisas, a comissão que incluía nomes famosos como Borda, Lagrange e Laplace concluiu que a unidade de comprimento deveria pertencer ao sistema decimal, de maior facilidade, e presa a um dos três seguintes fenômenos naturais:

- a) comprimento de um pêndulo de período (2 oscilações) igual a 1 segundo, latitude 45°
- b) comprimento de $\frac{1}{4}$ do círculo equatorial
- c) comprimento de $\frac{1}{4}$ de meridiano terrestre do equador a um dos pólos

Como na primeira a medida iria depender de grandezas alheias ao comprimento, como o tempo e o peso, e como medidas do equador eram quase impossíveis, foi aceita a proposição do meridiano, pois, além de não apresentar os defeitos das anteriores, já contava com uma boa comparação. O meridiano que passa por Paris já havia sido medido precisamente e podia ser comparado com a nova determinação.

Imediatamente foram tomadas as medidas necessárias para o trabalho e designadas cinco comissões para a execução, onde figuravam Lavoisier, Coulomb e Legendre. Devido à demora que o empreendimento levaria e à urgência da criação do sistema, foi proposto e aceito pela Assembléia o metro provisório, baseado na medida antiga. Mais tarde, verificou-se que a diferença realmente era mínima.



A distância do Pólo Norte ao Equador é de quase exatamente 10 000 000 metros.

As unidades padrões eram o metro, o quilograma e o segundo.

O metro foi definido como a décima milionésima parte do meridiano terrestre, medido de Dunkerke a Barcelona.

A unidade de massa era o quilograma, construído em platina iridiada, massa próxima de 1 litro de água destilada a 4°C .

O segundo era a unidade de tempo, de valor 86 400 avos do dia solar médio.

Por decreto-lei, as unidades tornaram-se oficiais na França e, passados alguns anos, vários países já as adotavam.

Os padrões foram feitos e cópias exatas foram enviadas aos países que legalizaram o sistema métrico, dentre eles o Brasil.

Anualmente, por volta de 1870, reuniam-se em Paris os membros da Confederação Internacional de Pesos e Medidas e, em 1875, determinou-se a criação do Bureau Internacional de Medidas. Participaram 30 países, dentre os quais o Brasil, através de seu representante, Visconde de Itajubá.

A Inglaterra resolveu não adotar o sistema decimal, mantendo até hoje suas unidades, juntamente com os Estados Unidos.

Com o desenvolvimento científico e tecnológico de nosso século, verificou-se, além de melhores maneiras de definir as unidades, a insuficiência destas, pois não havia um padrão para grandezas fundamentais como no caso da eletricidade.

Enfim, em 1960, na XI Conferência Internacional de Pesos e Medidas, foi adotado o Sistema Interna-

cional de Unidades e o metro e o segundo foram redefinidos, como você encontrou neste capítulo.

As grandezas fundamentais do SI são: Comprimento, Massa, Tempo, Intensidade Elétrica, Temperatura e Intensidade Luminosa.

Devido a sérios prejuízos que sofre a Inglaterra pela não adoção do SI, já está determinado oficialmente que passará a implantá-lo a partir de 1974.

Como você deve ter observado, um modelo ou uma teoria científica nunca é eternamente exata, podendo vir a sofrer mudanças conforme a própria ciência e tecnologia exija, de acordo com o seu desenvolvimento.

QUESTÕES

- 1 ■ Por que o homem precisou medir?
- 2 ■ Por que na Idade Média e Renascença aumentou a necessidade de medir com mais sistematização?
- 3 ■ Procure deduzir as razões que levaram às redefinições do metro e segundo.
- 4 ■ Você acha que as unidades atuais iriam satisfazer mais aos povos anteriores que as por eles usadas?
- 5 ■ Pelo desenvolvimento das maneiras de medir, você acha que as unidades atuais não mais necessitarão serem redefinidas?

CAPÍTULO II

Funções e gráficos.

OBJETIVOS: Ao final deste capítulo, o estudante deve estar apto para:

- construir e interpretar gráficos.
- equacionar funções representadas graficamente.
- verificar de que modo algumas leis físicas são formuladas: equações (funções), tabelas e gráficos.
- resolver problemas.

Uma das preocupações do cientista, ao focalizar um determinado fenômeno, é representá-lo de forma simples e racional, de tal modo que ele possa ser entendido e imediatamente analisado nos pontos considerados importantes. A representação deve ser, portanto, universal, suficientemente clara e tão completa quanto possível.

Ao descrever um evento físico, os primeiros elementos que o representam são as medidas das grandezas envolvidas. Uma descrição de vários eventos envolvem grandezas variáveis, obedecendo leis naturais, que estamos interessados em descrevê-las. Os dados obtidos experimentalmente poderão ser expressos, dinamicamente, por uma representação gráfica, fácil de ser visualizada.

A partir de gráficos pode-se obter analiticamente (outra maneira de representação de fenômenos) a função correspondente.

A representação gráfica é portanto um dos vínculos importantes e imprescindíveis na descrição e análise de fenômenos físicos.

A descrição de muitos fenômenos no plano cartesiano nos levará à obtenção de uma reta e a sua descrição matemática é feita através da função linear. Daí, portanto, a necessidade de conhecermos as características e propriedades da função linear, cuja representação no plano cartesiano é uma reta.

SEÇÃO 1 – ABSCISSA DE UM PONTO DE UMA RETA

- 1 ■ Dada a reta r abaixo, podemos percorrer os pontos desta reta de dois modos: da esquerda para a direita e da direita para a _____.

_____ r _____

esquerda

- 2 ■ Uma reta admite (um; dois) sentidos de percurso. Podemos afirmar que os sentidos de percurso das retas abaixo são da direita para a esquerda e da esquerda para a direita. (sim; não)

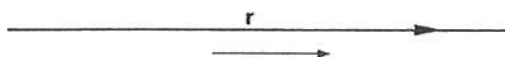
r

s

t

dois; não

- 3 ■ Já vimos que uma reta admite dois sentidos de percurso. Quando convencionamos que um deles, qualquer um, é o sentido chamado positivo, obtemos uma reta orientada. Portanto uma reta _____ é qualquer reta na qual se estabeleceu qual é o sentido positivo. Abaixo, indicamos uma reta orientada.



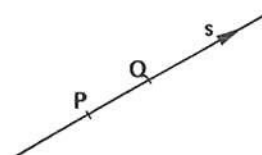
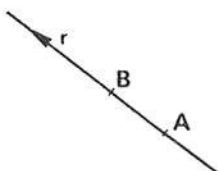
orientada

- 4 ■ Graficamente, o sentido positivo é indicado por uma seta. A presença da seta convencionada também se trata-mos ou não com retas orientadas. O sentido positivo da reta s é da direita para a esquerda e o negativo _____



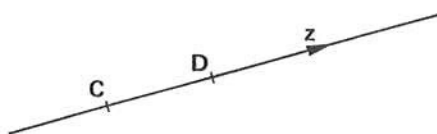
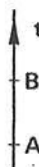
da esquerda para a direita

- 5 ■ Podemos utilizar 2 pontos distintos das retas orientadas para nos referirmos aos seus sentidos positivos e negativos. Assim é que o sentido positivo da reta r abaixo é de A para B e o negativo de B para A. A reta orientada s possui sentido positivo de _____ para _____ e o negativo de _____.



P; Q; Q para P

- 6 ■ O sentido negativo da reta orientada t é de _____ para _____.



O sentido positivo da reta orientada z é de _____ para _____.

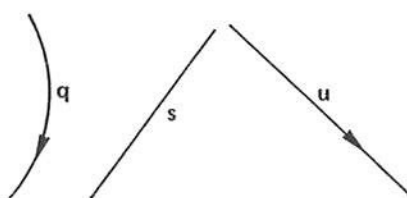
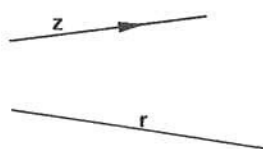
B; A; C; D

- 7 ■ Observe as retas abaixo. A reta r é _____, ao passo que a reta s _____.



orientada; não é orientada

- 8 ■ Das retas abaixo, as orientadas são _____, _____ e _____.



t; z; u

- 9 ■ Fixado o sentido positivo, também fica determinado o sentido oposto, que é chamado de _____.



O móvel A desloca-se no sentido _____, ao passo que o B no sentido _____.

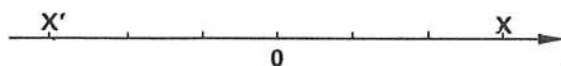
negativo; positivo; negativo

- 10 ■ As retas, orientadas ou não, podem ser representadas por duas letras. Nas figuras abaixo X'X representa uma reta ao passo que Z'Z representa uma reta _____.



orientada

- 11 ■ Se arbitrariamente fixarmos um ponto O (chamado origem), sobre uma reta orientada, e adotarmos uma unidade de medida, obteremos um eixo.



X'X representa um _____ ao passo que Z'Z representa uma _____.

eixo; reta orientada

- 12 ■ Portanto, um eixo consta de uma reta _____, uma origem e uma _____.

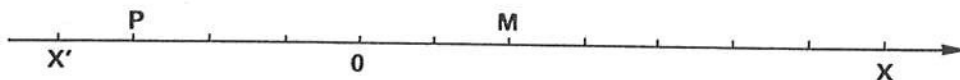
orientada; unidade de medida

- 13 ■ A origem (O) divide o eixo em duas regiões chamadas de semi-eixos: um positivo e outro negativo. Ambos contêm a origem. Na figura abaixo, OX representa o semi-eixo positivo, ao passo que OX' representa o _____ negativo.



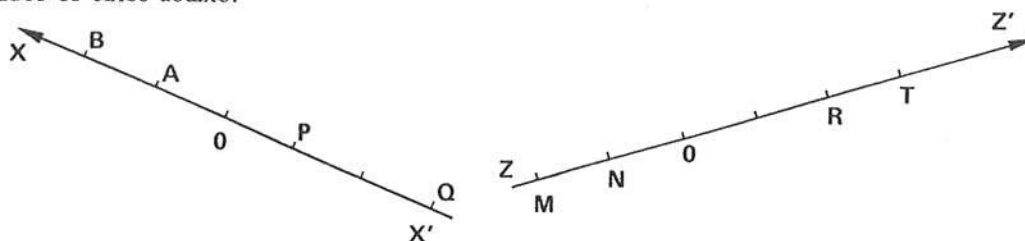
semi-eixo

- 14 ■ O ponto M, na figura abaixo, pertence ao _____, ao passo que o ponto P pertence ao semi-eixo _____.



semi-eixo positivo; negativo

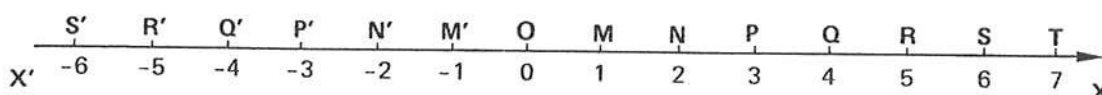
15 ■ Dados os eixos abaixo:



Os pontos neles indicados pertencentes aos semi-eixos positivos são: _____, _____, _____ e _____; e os pertencentes aos semi-eixos negativos são: _____, _____, _____ e _____.

A; B; R; T; P; Q; M; N

16 ■ Existe uma correspondência biunívoca entre os pontos de um eixo $X'X$ e os números reais. Ao zero corresponde a origem e reciprocamente. Ao ponto $M \neq 0$ corresponde a medida do segmento OM , se M pertencer ao semi-eixo positivo, e o oposto dessa medida (portanto um número real negativo), se M pertencer ao semi-eixo negativo e reciprocamente.



A medida do segmento OM está associada ao número real 1. O comprimento ON' está associado ao número real _____. Ao número 5 corresponde o comprimento do segmento OR , enquanto que ao número real -4 , corresponde o comprimento do segmento _____.

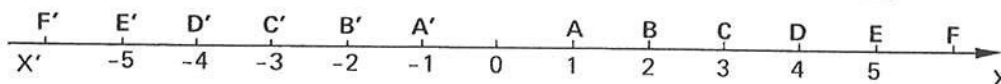
-2 ; OQ'

17 ■ Ao ponto B está associado um número (positivo; negativo). Ao ponto A está associado um número (positivo; negativo).



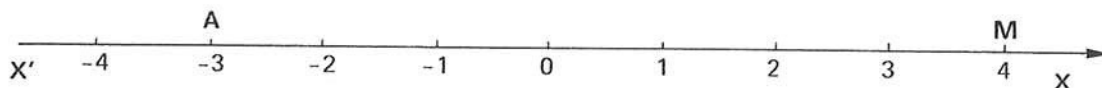
positivo; negativo

18 ■ Os números são chamados de abscissas dos pontos e o eixo $X'X$ é chamado de eixo das abscissas. No eixo indicado a seguir, o número 3 é a _____ do ponto C ; já a abscissa de B é _____ e a de E' , _____.



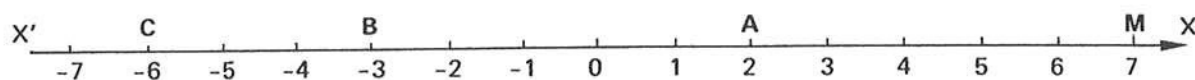
abscissa; 2; -5

19 ■ A abscissa de um ponto qualquer é o valor algébrico da medida do segmento OP . O valor algébrico da medida do segmento OA é _____ e do segmento OM é _____.



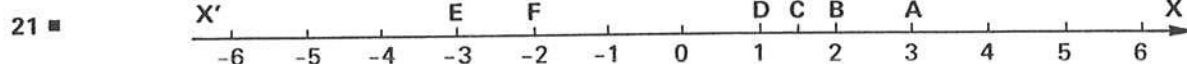
-3 ; 4

- 20 ■ É usual representar-se a abscissa de um ponto da seguinte maneira: A(2) ou B(-3). Isto significa que a abscissa de A é 2 e a de B, -3.



Da mesma forma podemos indicar C(____) e ____ (7).

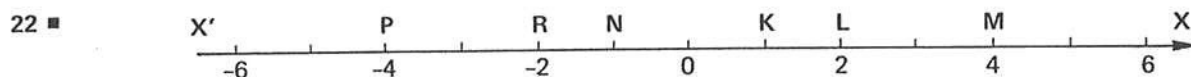
-6; M



Indique as abscissas dos pontos assinalados no eixo:

A(____); B(____); C(____); D(____); E(____); F(____)

3; 2; 1,5; 1; -3; -2

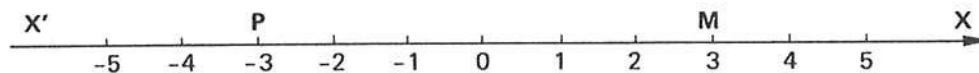


Indique as letras correspondentes aos pontos:

____(-4); ____ (2); ____ (4); ____ (-1); ____ (1); ____ (-2)

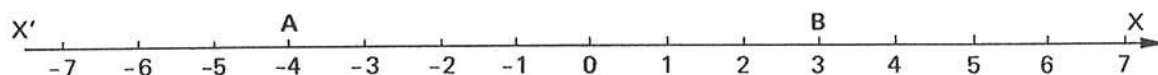
P; L; M; N; K; R

- 23 ■ A abscissa da origem é zero. Dois pontos equidistantes da origem e situados em semi-eixos opostos são chamados simétricos em relação à origem (ou simplesmente simétricos) e possuem abscissas iguais em valor absoluto e de sinais contrários. Os pontos P e M indicados no eixo abaixo são _____ e suas abscissas são respectivamente _____ e _____.



simétricos; -3; 3

- 24 ■ Construindo um eixo em escala, de tal forma que cada divisão corresponda a 1 metro, o ponto B(3) encontra-se 3 metros à direita da origem e o ponto A(-4) situa-se a uma distância de _____ à esquerda da origem. Já a distância entre os pontos A(-4) e B(3) é _____.

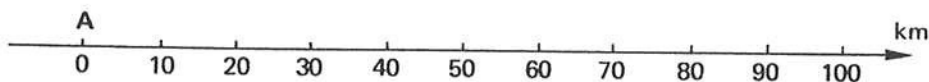


4 metros; 7 metros

- 25 ■ Com o auxílio de um eixo podemos estudar movimentos de objetos em trajetórias retilíneas, isto é, objetos que se movem em linha reta. Para tanto, basta construir um eixo de tal forma que seus pontos estejam em correspondência com os da trajetória retilínea (um móvel numa estrada por exemplo). Portanto, uma estrada pode ser representada, numa folha de caderno, por um _____.

eixo

- 26 ■ O eixo abaixo representa um trecho de uma estrada retilínea. A cada 10 km, na estrada, existem placas indicativas da quilometragem, a partir de uma cidade A.

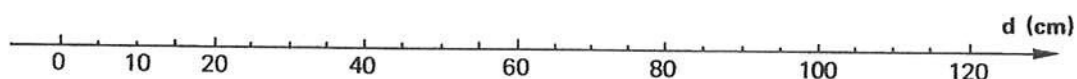
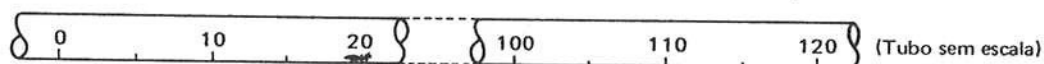


No eixo acima cada divisão representa _____ km. A escala do eixo é portanto dada por:

1 divisão = _____ km.

10; 10

- 27 ■ Se colocarmos um tatuzinho de jardim (ou uma formiga) em um tubo cilíndrico de vidro, graduado de 5 em 5 cm, poderemos estudar a posição que ele ocupa no interior do tubo à medida que o tempo passa. O tubo de vidro pode ser representado por um semi-eixo; sua graduação, pelas abscissas dos pontos a ela associados.



A posição ocupada pela formiga pode ser representada no semi-eixo pela abscissa _____. A escala utilizada no semi-eixo acima é: 1 cm = _____ cm.

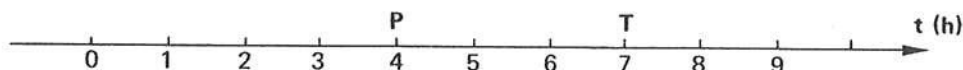
20 cm; 10

- 28 ■ Imaginemos um veículo percorrendo uma estrada retilínea. Podemos representar a referida estrada através de um _____. Logo, se soubermos o ponto (ou marco da estrada) onde se encontra o veículo num determinado instante, (podemos; não podemos) situá-lo inequivocamente em nosso eixo.

eixo; podemos

- 29 ■ Se estivéssemos estudando o tempo em que um móvel percorre uma estrada, poderíamos associar à contagem dos tempos um semi-eixo positivo, onde a origem do semi-eixo (0) corresponde ao início da contagem dos tempos. A abscissa do ponto P é _____ horas. Do ponto P(4) ao T(7) o móvel gastou _____ horas.

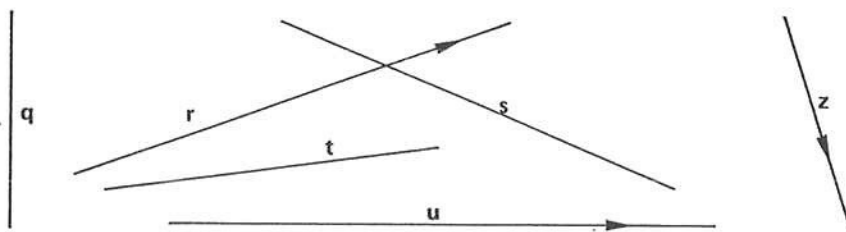
Escala: 1 cm = 1 hora



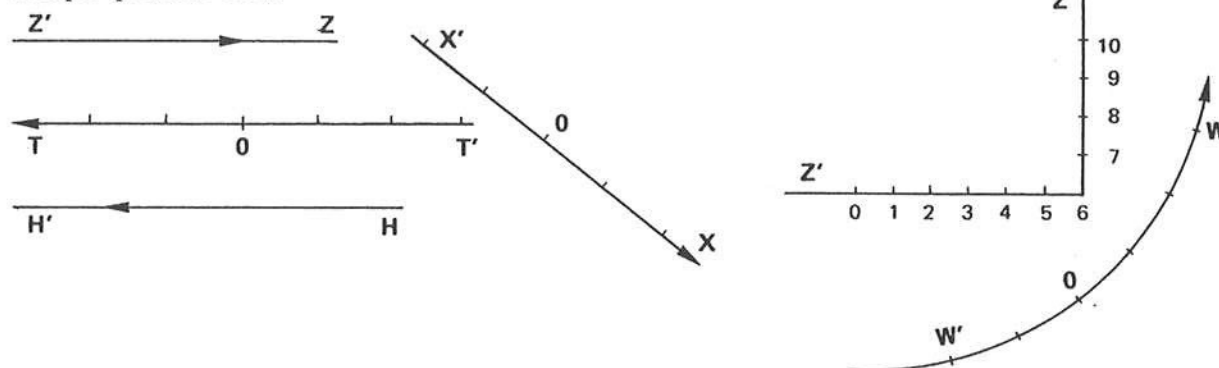
4; 3

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

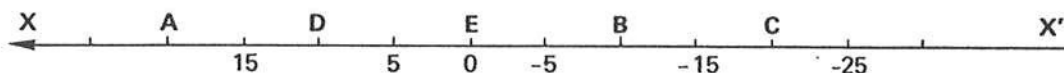
- 1 ■ Indique quais das retas são orientadas.



- 2 ■ Indique quais são eixos.



- 3 ■



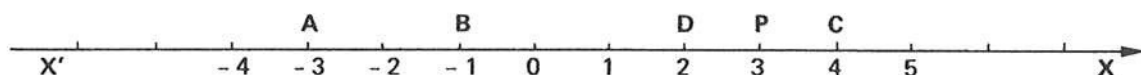
Indique as abscissas dos seguintes pontos:

Escala: 1 divisão = 5 unidades

A(); B(); C(); D(); E().

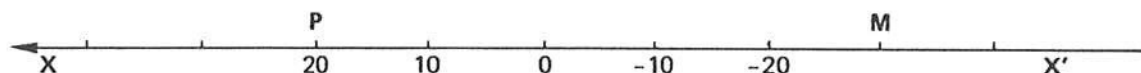
- 4 ■ Um veículo encontra-se no quilômetro 25 de uma estrada retilínea. Construa um eixo para estudar as posições deste veículo na estrada. Faça com que a origem deste seu eixo corresponda à origem da estrada. Marque no eixo a posição inicial do veículo. Imagine que ele caminha para o início da estrada lá parando. Assinale no eixo sua posição final. (Sugestão: Adote a seguinte escala: 1 cm = 5 km.)

- 5 ■ Dado o eixo:



- a) o simétrico do ponto A é _____ .
b) a abscissa de C é _____ .

- 6 ■ Dado o eixo:

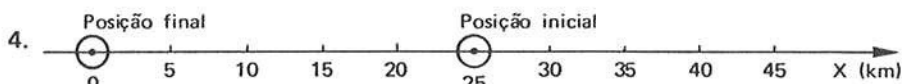


- a) o semi-eixo positivo está a _____ de 0.
b) a abscissa de P é _____ e a de M, _____ .

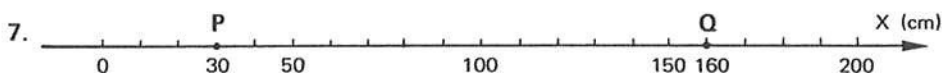
- 7 ■ Uma formiga caminha no interior de um tubo de vidro que foi dividido de 10 em 10 cm. O tubo possui 2 metros de comprimento. Construa um eixo adotando a seguinte escala: cada 20 cm do tubo corresponde a 1 cm do eixo. Faça a origem do eixo corresponder a uma das extremidades do tubo. Supondo que a formiga se encontra inicialmente a 30 cm de uma das extremidades e caminha até parar a 40 cm da extremidade oposta, situe estes dois pontos no eixo. (Chame-os de P e Q, respectivamente.)

RESPOSTAS

1. r; u; z 2. T'T; X'X 3. A(20); B(-10); C(-20); D(10); E(0)



4. 5. a) P(3) b) 4 6. a) esquerda b) 20; -30



SEÇÃO 2 – GRÁFICOS CARTESIANOS

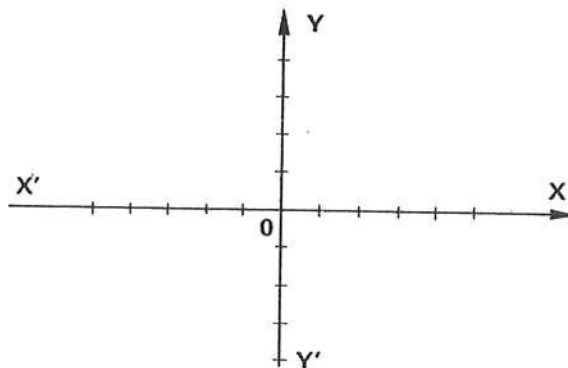
Nesta seção deveremos aprender como interpretar e construir gráficos. Uma das formas mais eficientes de se transmitir informações é através de gráficos. É muito mais fácil visualizar um fenômeno que está ocorrendo através da análise de um gráfico do que por meio de equações.

A – PLANO CARTESIANO

- 1 ■ Na seção anterior verificamos que poderíamos representar os pontos de uma estrada ou trajeto retilíneos através de um _____ chamado de _____.

eixo; eixo das abscissas

- 2 ■ Para representarmos os pontos de um plano, utilizamos dois eixos perpendiculares entre si chamados de eixos coordenados. Sua representação é a da figura ao lado. O ponto de intersecção dos eixos é a origem, e, em conjunto, definem um sistema de coordenadas cartesianas (homenagem a René Descartes). Portanto, para representarmos os pontos de um plano, utilizamos dois _____ perpendiculares entre si, que definem um _____.

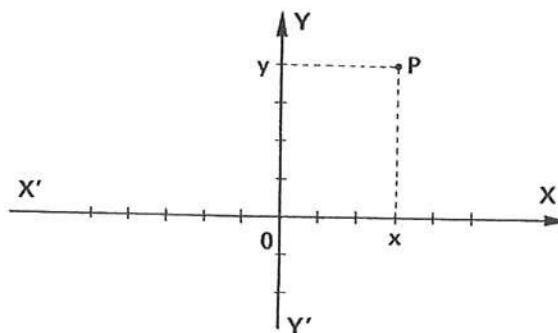


eixos; sistema de coordenadas cartesianas

- 3 ■ Estabelecido um sistema de coordenadas cartesianas, um ponto do plano é identificado não mais por um único número, mas por um par de _____.

números

- 4 ■ O ponto P do plano (figura ao lado) é identificado traçando-se, a partir de P, perpendiculares até os eixos. Os números representados por x e y são chamados de coordenadas do ponto P. Portanto, os pontos x e y são obtidos traçando-se _____.

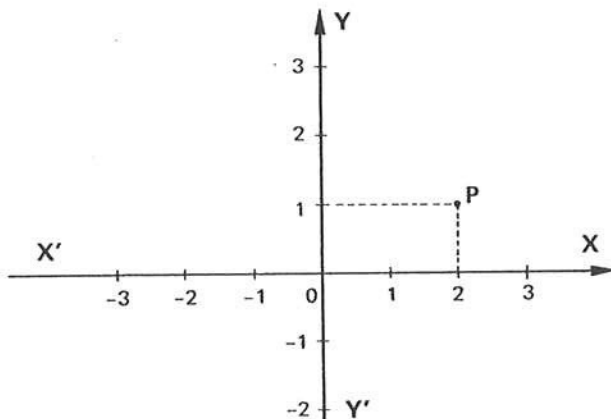


perpendiculares a partir de P até os eixos coordenados

- 5 ■ O ponto obtido sobre o eixo $X'X$ (x) é chamado de abscissa de P e o ponto obtido sobre o eixo $Y'Y$ (y) é chamado de ordenada de P . Escreve-se $P(x, y)$. No plano cartesiano representado a seguir, temos

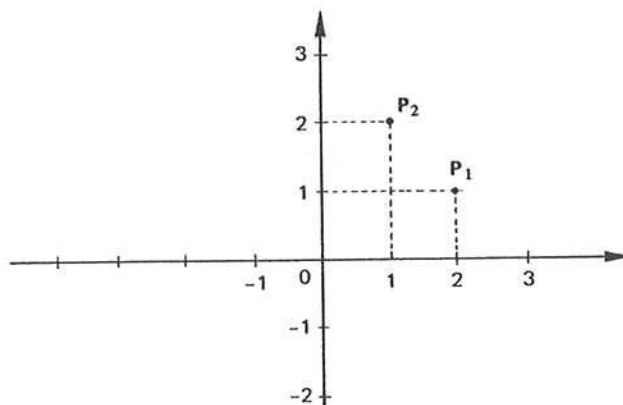
$P(2, \quad)$

1



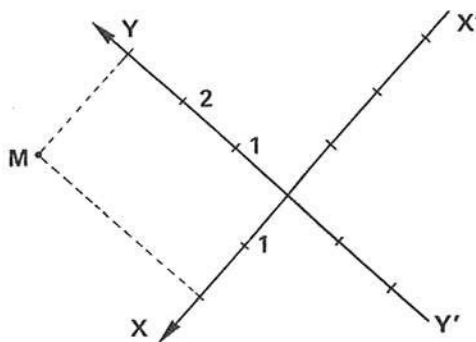
- 6 ■ As coordenadas de um ponto do plano são escritas de tal forma que o primeiro número indica sempre a abscissa do ponto e o segundo número, a ordenada. Assim, na figura ao lado, $P_1(2, 1)$ e $P_2(1, 2)$ representam (os mesmos; distintos) pontos do plano.

distintos



- 7 ■ As coordenadas do ponto M são $(\quad, \quad)$

2; 3

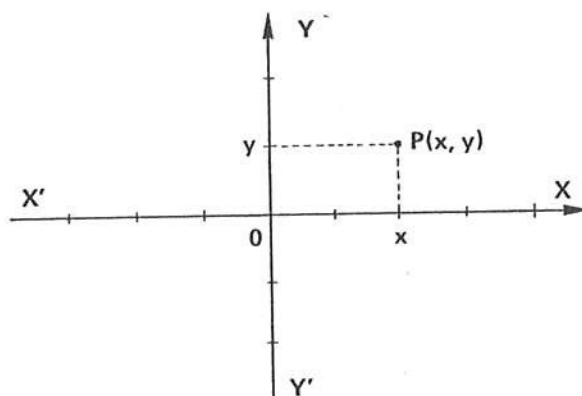


- 8 ■ Já verificamos que qualquer ponto do plano corresponde a um par ordenado de números reais. Da mesma forma que um par de números reais (x, y) corresponde a um $\quad$ no plano cartesiano.

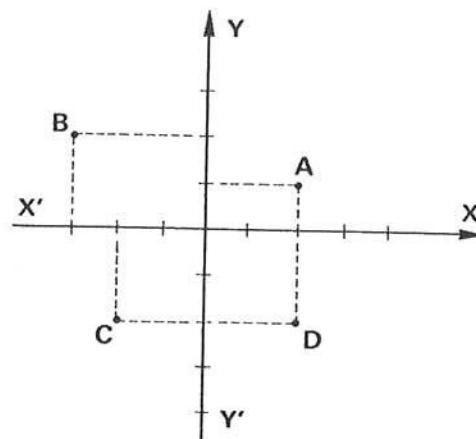
ponto

- 9 ■ Temos uma correspondência biunívoca entre os pontos do plano e os pares ordenados de números reais. Um sistema de coordenadas fica determinado escolhendo-se um par de eixos $X'X$ e $Y'Y$ perpendiculares entre si. Desta forma, construindo-se um sistema de coordenadas bem determinado, cada ponto do plano está associado a um par de $\quad (x, y)$ e a cada par de números está associado um $\quad$ do plano.

números; ponto



10 ■ Identifique cada ponto indicado no plano cartesiano:



A(2, ____); B(____, 2); C(-2, ____); D(____, -2)

1; -3; -2; 2

- 11 ■ Uma reta divide o plano em duas partes chamadas de semiplanos, ao passo que dois eixos coordenados dividem o plano em quatro partes chamadas de quadrantes, que são identificados pelos números I, II, III e IV.

Os pontos pertencentes ao primeiro quadrante (I) possuem abscissas e ordenadas positivas. Os pontos pertencentes ao II quadrante possuem _____ negativas e _____ positivas.

abscissas; ordenadas

- 12 ■ Os pontos que pertencem ao III quadrante possuem abscissas e ordenadas _____. Finalmente os pontos pertencentes ao IV quadrante possuem abscissas _____ e ordenadas _____.

negativas; positivas; negativas

- 13 ■ Os pontos localizados sobre os eixos coordenados não pertencem a nenhum dos quadrantes. O ponto (8, 0) pertence ao eixo das _____, enquanto que o ponto (0, -5) pertence ao eixo das _____.

abscissas; ordenadas

- 14 ■ A origem dos sistemas de coordenadas corresponde ao ponto de coordenadas (____, ____). Os pontos situados sobre o eixo X'X possuem coordenadas (x, ____) e os situados sobre o eixo Y'Y, (____, y).

0; 0; 0; 0;

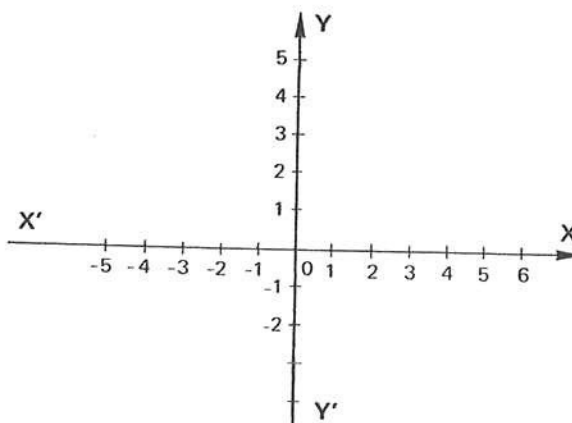
EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ Represente graficamente os pontos:

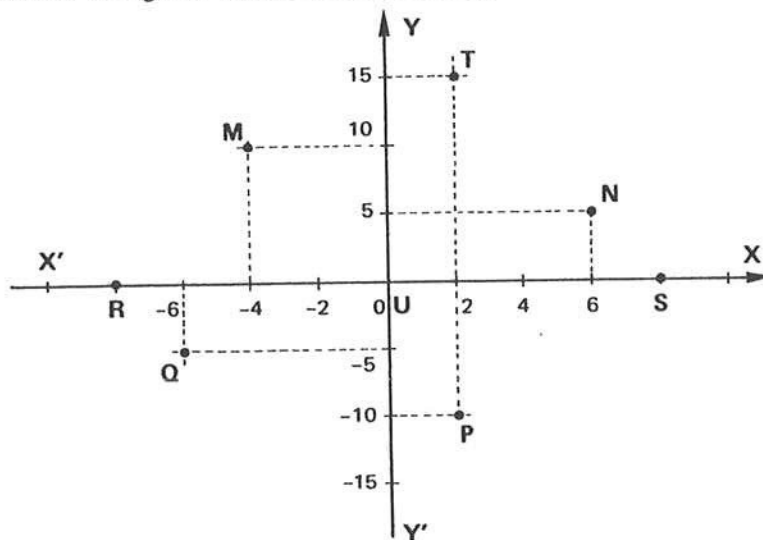
A(3, 2); B(5, -2); C(-1, 3); D(-2, -1);

E(6, 0); F(0, 4); G(-2, 0); H(0, -4);

M(5, 5); N(-3, -3); O(0, 0).



As questões 2 a 13 referem-se ao seguinte sistema de coordenadas:



2 ■ Dê as coordenadas dos pontos:

M(,); N(,); P(,); Q(,); R(,); S(,); T(,);
U(,).

3 ■ As coordenadas da origem são _____.

4 ■ A ordenada do ponto A(16, 5) é _____.

5 ■ A abscissa do ponto P(-4, 0) é _____.

6 ■ O ponto representado pelos números (2, 0) encontra-se sobre o eixo das _____.

7 ■ O ponto representado pelo par de números (0, -5) encontra-se sobre o eixo das _____.

8 ■ O ponto P(1, 3) pertence ao _____ quadrante.

9 ■ O ponto M(1, -8) pertence ao _____.

10 ■ O ponto N(-53, -14) pertence ao _____.

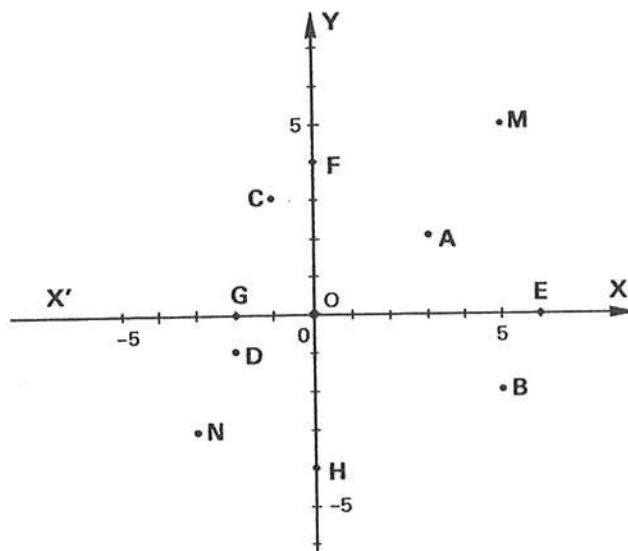
11 ■ O ponto O(15, 0) pertence ao _____.

12 ■ O ponto R(-7, 12) pertence ao _____.

13 ■ O ponto T(0, 8) pertence ao _____.

RESPOSTAS

1.

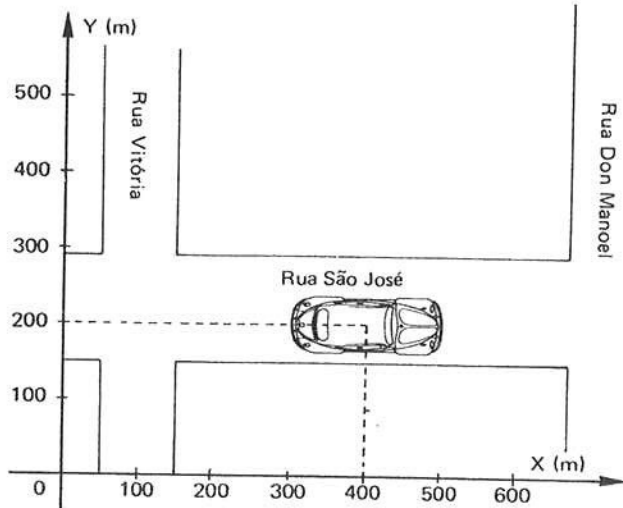


2. $M(-4, 10)$; $N(6, 5)$; $P(2, -10)$; $Q(-6, -5)$; $R(-8, 0)$; $S(8, 0)$; $T(2, 15)$; $U(0, 0)$
 3. 0; 0 4. 5 5. -4 6. abscissas 7. ordenadas
 8. 1.º 9. 4.º quadrante 10. 3.º quadrante
 11. eixo das abscissas 12. 2.º quadrante 13. eixo das ordenadas

B – ANÁLISE DE GRÁFICOS

- 1 ■ Na figura ao lado representamos um pequeno trecho de uma cidade, através de um sistema de coordenadas. A localização do veículo representado esquematicamente ficará determinada se conhecermos as coordenadas cartesianas x e y da posição por ele ocupada no instante ao qual corresponde a figura. As coordenadas cartesianas do veículo são _____.

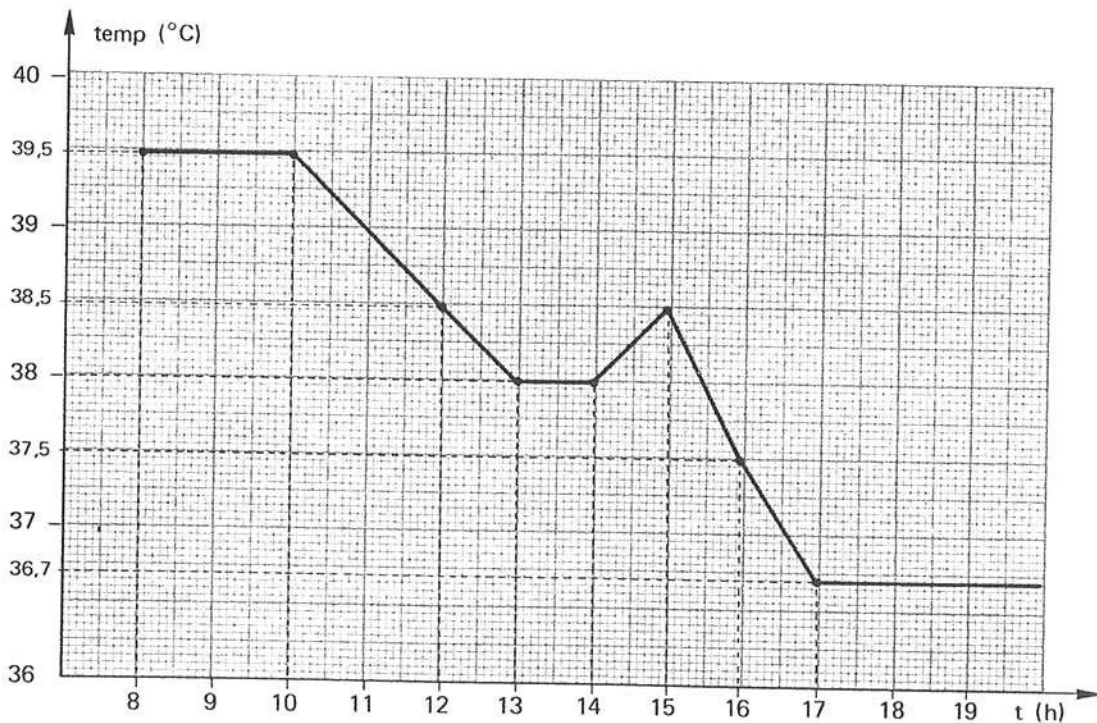
(400, 200)



Leia atentamente o Quadro A e em seguida responda às questões 2 a 13.

QUADRO A

- a. Uma pessoa dá entrada num hospital em estado febril. O médico examina-o e faz o diagnóstico de sua doença. Determina o seu internamento e a medicação que julga recomendável para o caso. Para acompanhar a evolução da enfermidade solicita que a temperatura do doente seja tomada de hora em hora.
 b. A primeira temperatura do paciente foi tirada às 8 h, quando o termômetro acusou $39,5^{\circ}\text{C}$ ($39,5$ graus Celsius). O gráfico cartesiano abaixo representa a temperatura do doente em função do tempo. O eixo das abscissas corresponde ao tempo e o eixo das ordenadas às respectivas temperaturas:



2 ■ Às 8 h o paciente acusava a temperatura de _____ .

39,5°C

3 ■ Às 10 h a temperatura do doente era de _____ .

39,5°C

4 ■ Às 12 h sua temperatura era de _____ .

38,5°C

5 ■ Às 15 h o termômetro acusava _____ °C.

38,5

6 ■ Às 18 h o termômetro acusava _____ .

36,7°C

7 ■ A temperatura do paciente permaneceu constante nos intervalos de tempo compreendidos entre 8 e 10 h;
_____ e _____ h; _____ e _____ h.

13 (e) 14; 17 (e) 20

8 ■ A temperatura do paciente decresceu nos seguintes intervalos de tempo: das _____ às _____ h e das _____ às _____ h.

10; 13; 15; 17

9 ■ Levando em consideração que a temperatura do paciente reflete o seu estado de saúde, podemos afirmar que o mesmo sofreu uma piora das _____ às _____ h.

14; 15

10 ■ A temperatura do paciente decresceu mais rapidamente das (15 às 16 h; 16 às 17 h).

15 às 16 h (Neste intervalo de tempo, 1 hora, a temperatura diminuiu de 1°C, ao passo que das 16 às 17 h a temperatura diminuiu menos: 0,8°C.)

11 ■ Das 10 às 13 h a temperatura do paciente diminuiu numa proporção de _____ °C em cada _____ .

0,5; hora

12 ■ O doente acusou a temperatura de 38,0°C _____ .

das 13 às 14 h

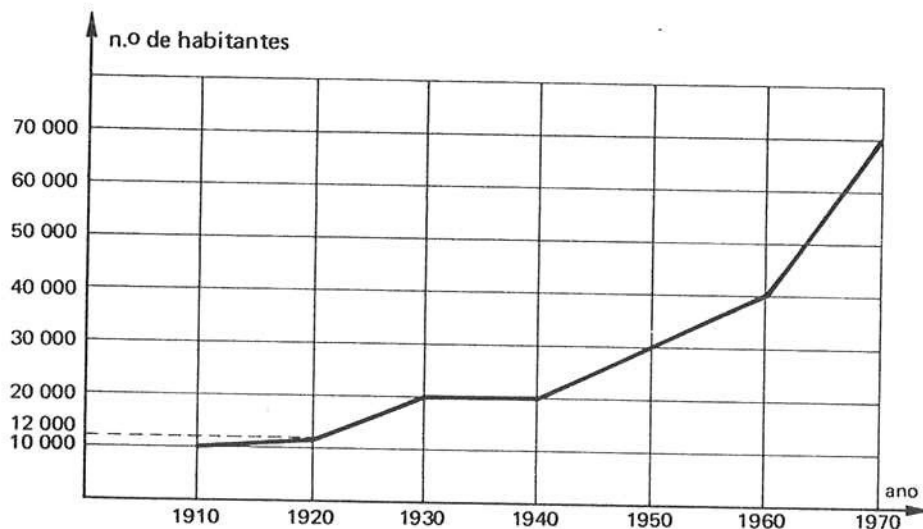
13 ■ O paciente acusou a temperatura de 38,5°C _____ .

às 12 h e às 15 h

Leia atentamente o Quadro B e em seguida responda às questões 14 a 29.

QUADRO B

- a. O censo de determinada cidade foi realizado de 1910 a 1970, de 10 em 10 anos. O censo corresponde ao levantamento do número de habitantes de determinada cidade, região ou país.
- b. O gráfico cartesiano abaixo representa os resultados obtidos nos diversos censos realizados a partir de 1910, quando a cidade possuía cerca de 10 000 habitantes. Foram arredondados os números de habitantes para uma melhor análise do gráfico:



14 ■ Em 1910 a cidade possuía cerca de _____ habitantes.

10 000

15 ■ No censo realizado em _____ a cidade possuía cerca de 30 000 habitantes.

1950

16 ■ Em 1970 a cidade possuía cerca de _____ habitantes.

70 000

17 ■ A cidade não apresentou aumento de população entre os anos de _____ e _____, uma vez que os dois censos realizados registraram cerca de _____ habitantes.

1930; 1940; 20 000

18 ■ Entre 1910 e 1940 a população aumentou em _____ habitantes.

10 000

19 ■ De 1940 a 1970 a população da cidade aumentou em _____ habitantes.

50 000

20 ■ O maior aumento de população registrou-se entre os anos de _____ e _____ .

1960; 1970

21 ■ Em algum censo realizado foi registrado uma diminuição de população? (sim; não)

não

22 ■ De 1910 a 1970 a população da cidade aumentou em _____ habitantes.

60 000

23 ■ Podemos dizer que, em média, o crescimento da população entre 1910 e 1920 foi de _____ habitantes por ano.

$(12\ 000 - 10\ 000) : (1920 - 1910) = 2\ 000 : 10 = 200$

24 ■ De 1920 a 1930 a taxa de crescimento populacional foi de _____ habitantes por ano.

$(20\ 000 - 12\ 000) : (1930 - 1920) = 8\ 000 : 10 = 800$

25 ■ Entre 1930 e 1940 a taxa de crescimento populacional foi de _____ habitantes por ano.

$(20\ 000 - 20\ 000) : (1940 - 1930) = 0 : 10 = 0$ (Não houve crescimento ou aumento de população nesta década.)

26 ■ Entre 1940 e 1950 a taxa de crescimento populacional foi de _____ hab/ano e entre 1950 e 1960 foi de _____ hab/ano.

1 000; 1 000

27 ■ Entre 1960 e 1970 a taxa de crescimento foi de _____ .

3 000 hab/ano

28 ■ Entre 1910 e 1970 o aumento médio de população foi da ordem de _____ habitantes por ano.

$(70\ 000 - 10\ 000) : (1970 - 1910) = 60\ 000 : 60 = 1\ 000$

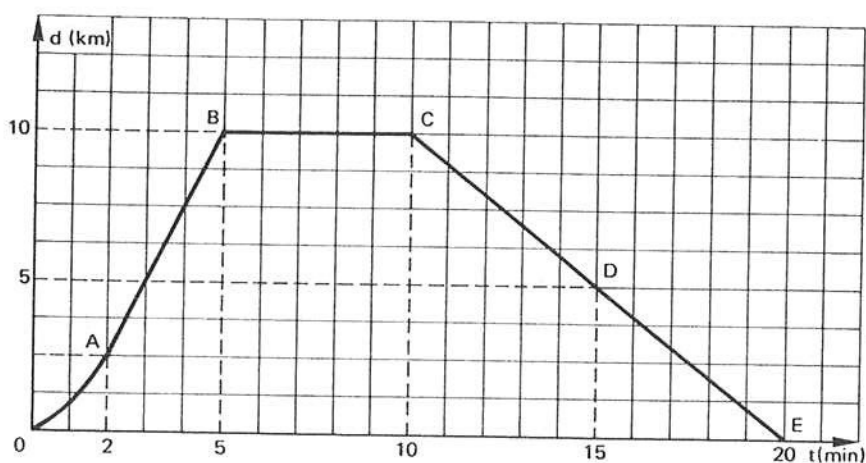
29 ■ A maior taxa de crescimento populacional foi entre os anos de _____ e _____ e a menor, entre os anos de _____ e _____ .

1960; 1970; 1930; 1940

Leia atentamente o Quadro C e em seguida responda às questões 30 a 37.

QUADRO C

- a. Um motorista sai de sua casa e realiza um percurso ao longo de uma estrada retilínea, retornando ao ponto de partida ao fim de 20 minutos.
- b. O gráfico abaixo nos mostra a distância do motorista à sua casa (eixo das ordenadas), em cada instante particular t (eixo das abscissas). Portanto, qualquer ponto da curva nos indica o valor de d para aquele particular valor de t (A, B, C, D, E, ou qualquer outro ponto não indicado da curva).



- 30 ■ O ponto A indica que o veículo alcançou a distância de _____ km no instante $t = 2$ min.
 ★★★★★★★★★★
 2,5
- 31 ■ O ponto B possui coordenadas B(__ , __). Isto significa que o veículo estava a _____ km de sua casa ao fim de 5 min.
 ★★★★★★★★★★
 5; 10; 10
- 32 ■ Ao fim de 10 min o veículo encontrava-se a _____ km do ponto de partida.
 ★★★★★★★★★★
 10
- 33 ■ Ao fim de 15 min a distância do veículo ao ponto de partida era de _____ km.
 ★★★★★★★★★★
 5
- 34 ■ No instante $t = 20$ min o veículo encontrava-se a uma distância de _____ do ponto de partida. Isto significa que o motorista retornou ao ponto de partida (sua casa).
 ★★★★★★★★★★
 0 km
- 35 ■ O ponto mais distante de sua casa alcançado pelo motorista foi de _____ km.
 ★★★★★★★★★★
 10

36 ■ O veículo permaneceu parado entre os instantes _____ min e _____ min.

5; 10

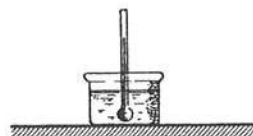
37 ■ O veículo afastou-se de sua casa entre os instantes _____ min e _____ min e iniciou o retorno no instante $t =$ _____ min, atingindo sua casa no instante $t =$ _____ min.

0; 5; 10; 20

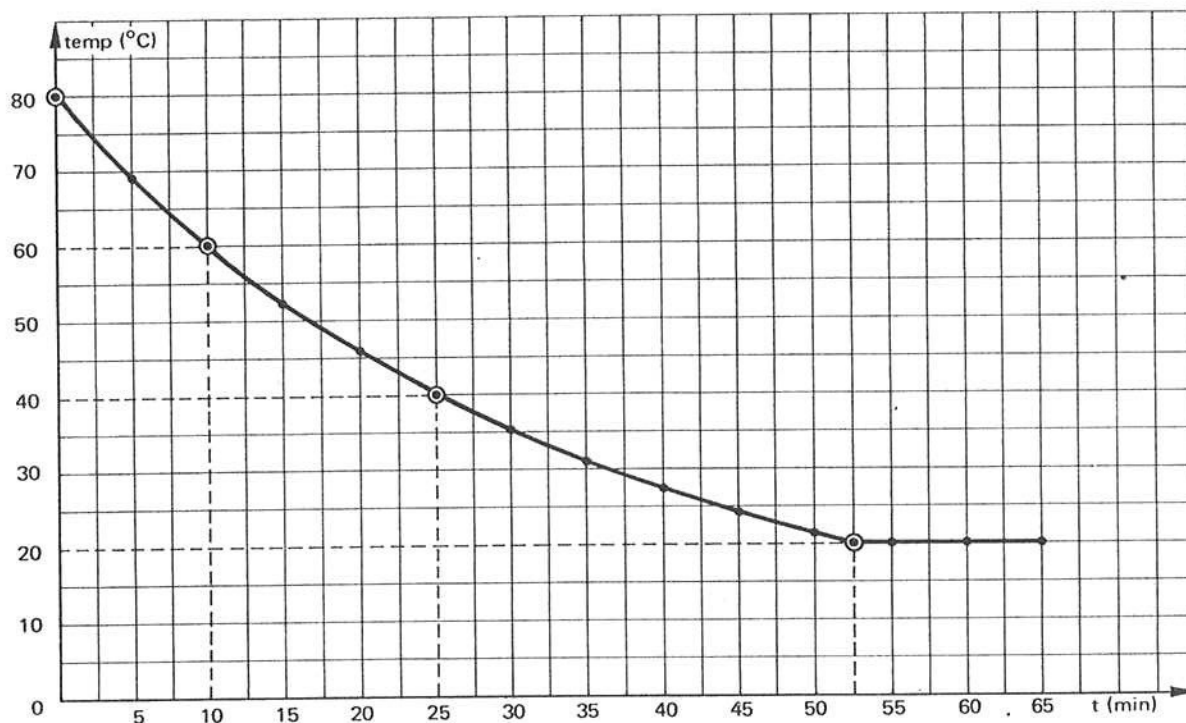
Leia atentamente o Quadro D e em seguida responda às questões 38 a 42.

QUADRO D

- a. Um recipiente contendo água foi aquecido e em seguida posto sobre uma mesa para resfriar naturalmente. Em seu interior foi introduzido um termômetro que nos permitiu ler a temperatura da água. (Vide figura ao lado.)



- b. A temperatura do líquido era lida de 5 em 5 minutos. Com os valores obtidos construiu-se o gráfico abaixo:



38 ■ O gráfico indica que, no início da contagem do tempo, a temperatura da água era de _____.

80°C

39 ■ A temperatura da água atingiu 60°C no instante $t =$ _____ min.

10

40 ■ No instante $t = 25$ min, o termômetro registrava _____.

40°C

41 ■ A partir do instante $t = 52,5$ min a temperatura do líquido (permaneceu; não permaneceu) constante.

permaneceu

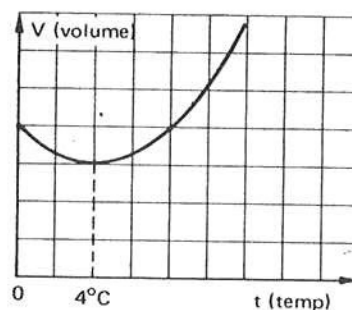
42 ■ A análise do gráfico nos permite concluir que a temperatura do líquido caiu até o instante $t =$ _____ min.
A partir deste instante o termômetro sempre registrou a temperatura de _____.

52,5; 20°C

Leia atentamente o Quadro E e em seguida responda às questões 43 a 47.

QUADRO E

Tem-se determinada quantidade de água contida no interior de um recipiente, à temperatura de 0°C. O recipiente é aquecido e através de instrumentos apropriados são medidos os volumes e as respectivas temperaturas da água. Com os valores obtidos constrói-se o gráfico $V \times t$, para a água, que está indicado ao lado.



43 ■ O gráfico mostra de que forma o volume da água varia em função da sua _____.

temperatura

44 ■ O gráfico mostra o comportamento da água à medida que sua temperatura cresce. Entre 0 e 4°C o volume da água (aumenta; diminui; permanece constante).

diminui

45 ■ A partir de 4°C, à medida que a temperatura da água cresce, seu volume (aumenta; diminui; permanece constante).

aumenta

46 ■ O menor volume apresentado por uma determinada massa de água é o correspondente à temperatura de _____.

4°C

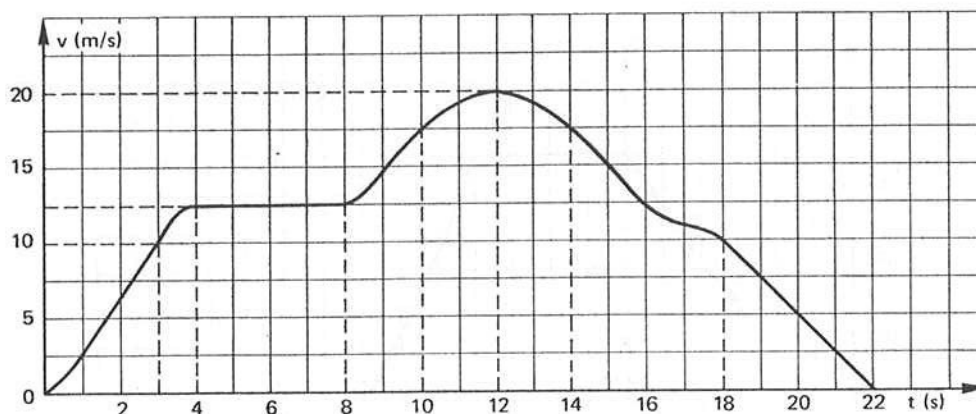
47 ■ Lembrando que a massa específica de uma substância é dada por $\rho = \frac{m}{V}$, podemos verificar através do gráfico que a massa específica da água é maior à temperatura de _____.

4°C

Leia atentamente o Quadro F e em seguida responda às questões 48 a 52.

QUADRO F

O gráfico abaixo representa a velocidade em função do tempo de um veículo que se movimenta numa trajetória retilínea.



48 ■ A velocidade do veículo após 4 segundos é de _____.

12,5 m/s

49 ■ A máxima velocidade atingida pelo veículo foi no instante $t =$ _____ s e seu valor foi de _____ m/s.

12; 20

50 ■ A velocidade do veículo permaneceu constante entre os instantes _____ s e _____ s.

4; 8

51 ■ O veículo possuía a velocidade de 10 m/s nos instantes _____ s e _____ s.

3; 18

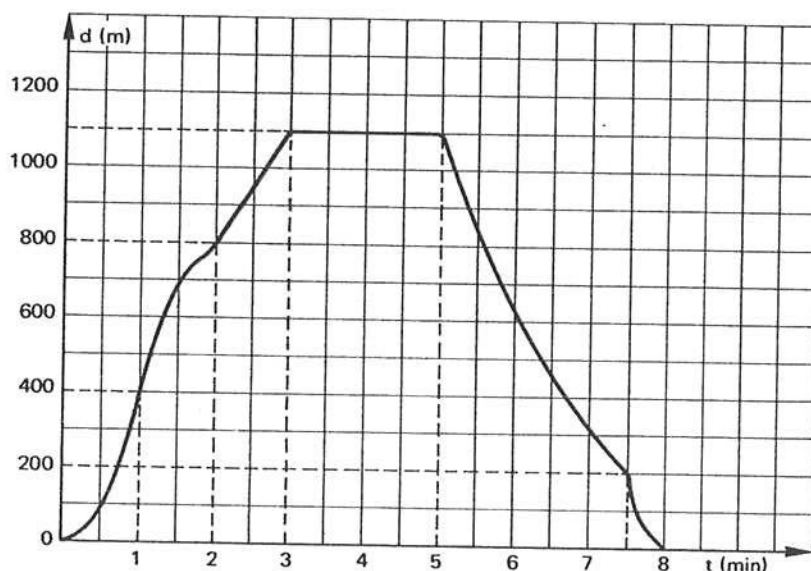
52 ■ A velocidade do veículo era nula nos instantes _____ s e _____ s.

0; 22

Leia atentamente o Quadro G e em seguida responda às questões 53 a 57.

QUADRO G

Um motorista sai de sua casa e percorre um trecho retilíneo da rua onde reside. O gráfico abaixo mostra, em cada instante, a distância em que se encontra do ponto de partida (sua casa).



53 ■ Após 1 min o veículo encontrava-se a uma distância de _____ m do ponto de partida.

400

54 ■ No instante $t = 2$ min o motorista estava a uma distância de _____ m de sua casa.

800

55 ■ O veículo esteve parado a uma distância de _____ m de sua casa entre os instantes _____ min e _____ min.

1 100; 3; 5

56 ■ O motorista iniciou o retorno para sua casa no instante $t =$ _____ min e a ela chegou no instante $t =$ _____ min.

5; 8

57 ■ Desde o instante da partida até o retorno o motorista percorreu o espaço de _____ m.

2 200

C - FUNÇÃO LINEAR

- 1 ■ Podemos fazer corresponder a cada número real x , um número real y tal que $y = ax + b$, onde a e b são constantes reais. Na equação: $y = 2x - 4$, a constante real 2 corresponde à letra a e à letra b corresponde a constante real ____.

-4

- 2 ■ Dada a equação $y = \frac{x}{2} + 3$, temos: $a = \frac{1}{2}$ e $b =$ ____.

3

- 3 ■ Dada a equação $y = 7x - 1$, temos: $b = -1$ e $a =$ ____.

7

- 4 ■ Dada a equação $d = 3t + 2$, temos: $a =$ ____ e $b =$ ____.

3; 2

- 5 ■ Dada a equação $v = 6 - 5t$, temos: $a =$ ____ e $b =$ ____.

-5; 6

- 6 ■ Dada a equação $F = kx$, temos: $a =$ ____ e $b =$ ____.

k ; 0

- 7 ■ Dada a equação $V = 10$, temos: $a = 0$ e $b =$ ____.

10

- 8 ■ Dada a equação $d = 5$, temos: $a =$ ____ e $b =$ ____.

0; 5

- 9 ■ O conjunto dos pares ordenados (x, y) tais que $y = ax + b$ caracteriza uma função linear. y é chamado valor da função no ponto x , ou então, imagem de x pela função $y = ax + b$.

O valor da função $y = -x + 3$ no ponto 8 é: $y = -(8) + 3 = -5$.

O valor da função $y = 3x - 5$ no ponto 4 é: _____

$$y = 3(4) - 5 = 7 \quad \therefore \quad y = 7$$

- 10 ■ Dada a função linear $y = 2x - 1$, o valor da função no ponto 2 é ____.

$$y = 2x - 1 = 2(2) - 1 = 3 \quad \therefore \quad y = 3$$

- 11 ■ Dada a função linear $y = x - 4$, para $y = 6$ o valor de x é: $6 = x - 4 \quad \therefore \quad x = 10$.

Quando o valor da função linear (acima) for 3, o valor de x será ____.

$$y = x - 4 \rightarrow 3 = x - 4 \quad \therefore \quad x = 7$$

- 12 ■ Dada a função linear $y = 2x - 4$, para $y = 12$ temos $x =$ _____
 ★★★★★★★★★★
 8
- 13 ■ Dada a função $y = 2x - 4$, para cada valor de x corresponde (um só; mais de um) valor de y .
 ★★★★★★★★★★
 um só
- 14 ■ Dada a função linear $F = 2x$, para cada valor de x (corresponde; não corresponde) um só valor de F .
 ★★★★★★★★★★
 corresponde
- 15 ■ Dada a função linear $d = 5 - t$, para cada valor de _____ corresponde apenas um valor de d .
 ★★★★★★★★★★
 t
- 16 ■ Dada a equação $d = 2 + 5t$, os valores de d (dependem; independem) dos valores de t .
 ★★★★★★★★★★
 dependem
- 17 ■ Dada a equação $V = 5t - 10$, os valores de V (dependem; independem) dos valores atribuídos a t .
 ★★★★★★★★★★
 dependem
- 18 ■ Dada a função $y = ax + b$, onde a e b são constantes reais, os valores de y (dependem; independem) dos valores atribuídos a x .
 ★★★★★★★★★★
 dependem
- 19 ■ Das equações abaixo, indique as funções lineares:
 a) $d = 3t + 1$ b) $d = 2t^2 + 1$ c) $y = \frac{2}{x}$ d) $y = -x$
 e) $y = x^3 - 1$ f) $y = 3x^2 - x$ g) $F = 10x$ h) $V = 2 - t$
 ★★★★★★★★★★
 a); d); g); h)
- 20 ■ $y = x + 2$. Esta equação (é; não é) uma função linear. Quando for atribuído a x o valor 3 ($x = 3$), o valor da função (y) será _____.
 ★★★★★★★★★★
 é; 5
- 21 ■ $y = x + 2$. Para $x = 1$, temos $y = 3$. O par de números (1, 3) satisfaz à equação dada, porque, quando substituídos na equação, fazem com que o primeiro membro (y) fique (igual; desigual) ao segundo membro ($x + 2$).
 ★★★★★★★★★★
 igual
- 22 ■ $y = x + 2$. O par de números ($x = 2$) e ($y = 3$) (satisfaz; não satisfaz) à equação dada, porque quando substituídos tornam o primeiro membro (y) (igual; desigual) ao segundo membro ($x + 2$).
 ★★★★★★★★★★
 não satisfaz; desigual ($3 \neq 2 + 2$)

23 ■ $V = 5 - t$. Assinale quais dos pares de números abaixo satisfazem à equação dada:

a) $(V = 0, t = 5)$

b) $(V = 2, t = 4)$

c) $(V = 1, t = 2)$

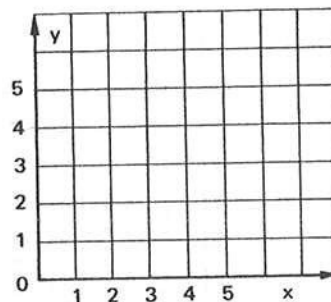
d) $(V = -1, t = 6)$

e) $(V = 4, t = 1)$

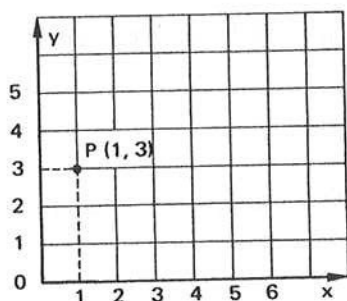
f) $(V = -2, t = 3)$

a); d); e)

24 ■ $y = x + 2$. O par de números $(x = 1, y = 3)$ (satisfaz; não satisfaz) à equação dada. No sistema de coordenadas cartesianas dado ao lado, representaremos no eixo das abscissas os valores de x e no eixo das ordenadas os correspondentes valores de y . Represente graficamente o par $(x = 1, y = 3)$.



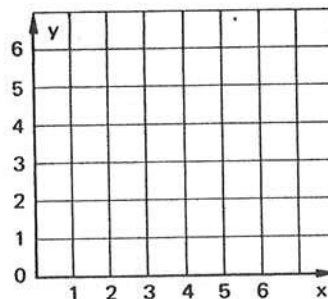
satisfaz;



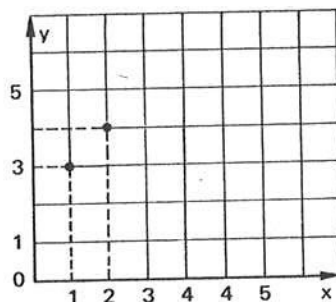
25 ■ Com referência ao item anterior, ao par de números $(x = 1, y = 3)$ que satisfaz à equação $y = x + 2$ corresponde, no sistema de coordenadas cartesianas, (um ponto; dois pontos).

um ponto

26 ■ $y = x + 2$. Os pares $(x = 1, y = 3)$ e $(x = 2, y = 4)$ (satisfazem; não satisfazem) à equação $y = x + 2$. Represente os dois pares no sistema de coordenadas cartesianas dado ao lado.



satisfazem;

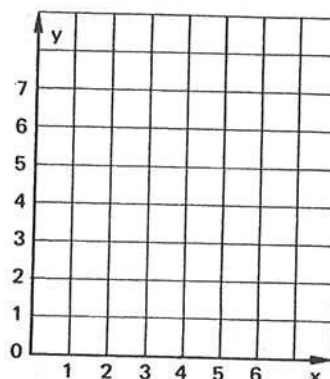
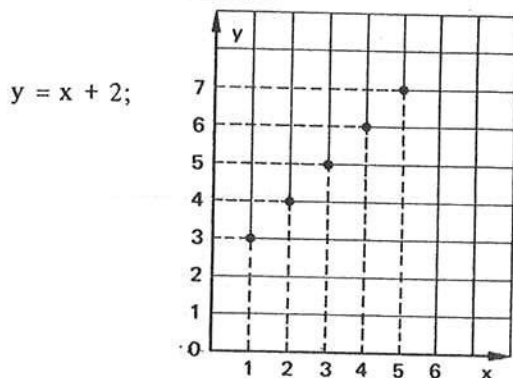


27 ■ Com referência à questão anterior, os dois pares de números que satisfazem à equação representam, no plano de um sistema de coordenadas cartesianas, dois _____.

pontos

- 28 ■ $y = x + 2$. Os pares de números, $(x = 1, y = 3)$, $(x = 2, y = 4)$, $(x = 3, y = 5)$, $(x = 4, y = 6)$, $(x = 5, y = 7)$, satisfazem à equação _____ .
Represente-os no plano cartesiano ao lado.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★



- 29 ■ Com referência à questão anterior, os pares de números que satisfazem à equação $y = x + 2$ (estão; não estão) alinhados.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

estão

- 30 ■ Com referência à questão 28 acima, o par $(x = 2,5, y = 4,5)$ (satisfaz; não satisfaz) à equação. O ponto correspondente a este par, no plano cartesiano, (está; não está) alinhado com os demais.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

satisfaz; está

- 31 ■ Ainda com referência à questão 28, se passarmos uma reta por todos os pontos representados, teremos a representação gráfica da função $y = x + 2$. Portanto, o gráfico da função $y = x + 2$ (é; não é) uma reta.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

é

- 32 ■ $y = x + 2$. Todos os pares de números que representam graficamente esta função (satisfazem; não satisfazem) à equação $y = x + 2$.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

satisfazem

- 33 ■ A representação gráfica da função $y = ax + b$ é uma reta e pode ser obtida desde que se estabeleça um sistema de coordenadas, atribuindo-se valores para x , efetuando-se as operações indicadas e determinando-se assim os correspondentes valores de y . Reciprocamente, se num gráfico cartesiano temos uma reta, seus pontos são tais que suas coordenadas estão relacionadas por uma função do tipo $y =$ _____ .

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

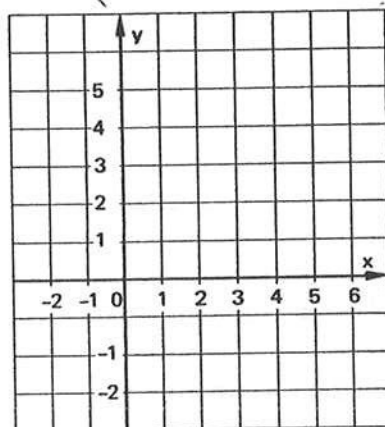
$ax + b$

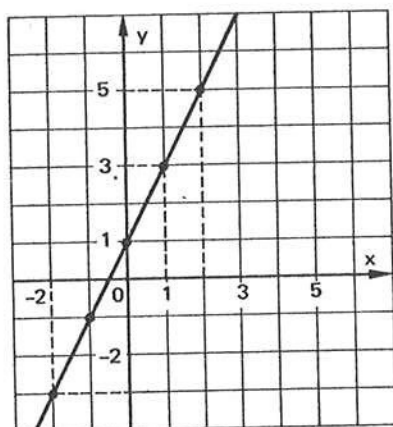
- 34 ■ Dada a função $y = 2x + 1$ podemos construir seu gráfico cartesiano. Primeiramente montamos uma tabela de valores:

para $x = 0$ $y = 2 \cdot (0) + 1 = 1$
para $x = 1$ $y = 2 \cdot (1) + 1 = 3$
para $x = 2$ $y = 2 \cdot () + 1 = 5$
para $x = -1$ $y = 2 \cdot (-1) + 1 = -1$
para $x = -2$ $y = _ \cdot () + _ = _$

x	y
0	1
1	3
2	—
-1	-1
-2	—

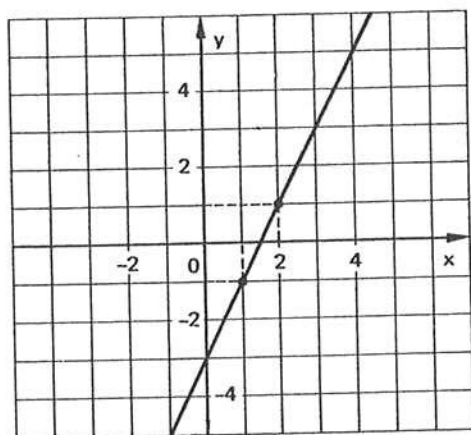
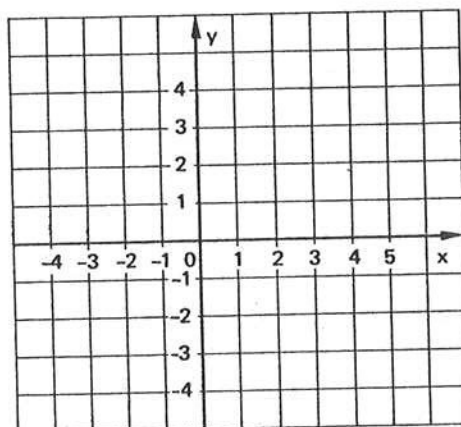
Estabelecemos então um sistema de coordenadas cartesianas e colocamos os pares ordenados, ligando-os em seguida. No sistema de coordenadas construído ao lado, coloque os pares ordenados e ligue-os em seguida.





35 ■ A função $y = 2x - 3$ é representada no plano cartesiano por uma _____. Represente-a.

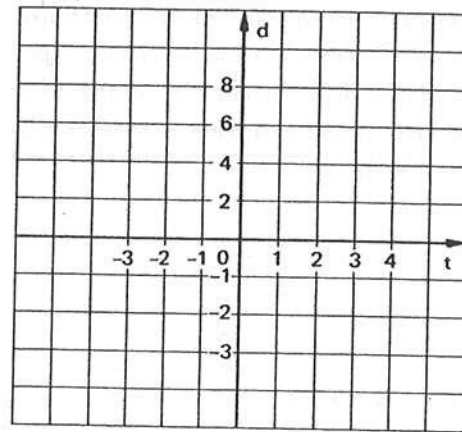
x	y
0	
1	
2	
-1	
-2	

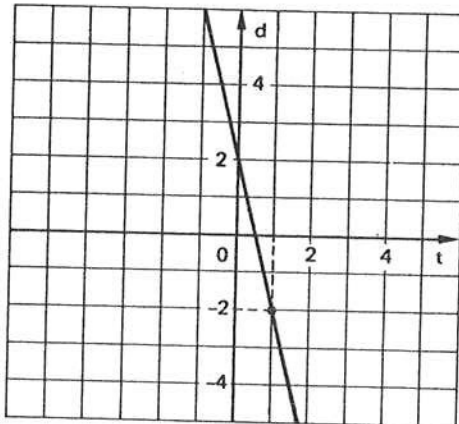


; reta

36 ■ Represente graficamente a função $d = -4t + 2$.

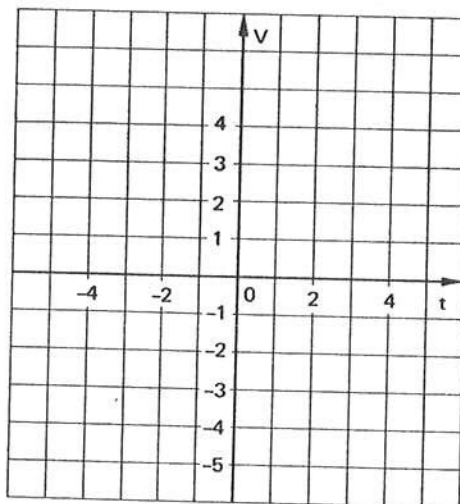
t	d
0	
1	
2	
-1	
-2	

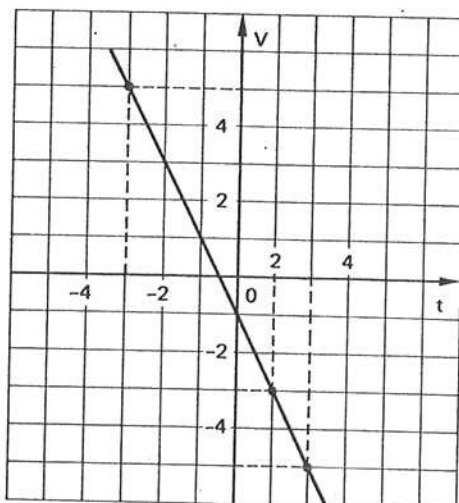




37 ■ Construa o gráfico da função: $V = -2t - 1$.

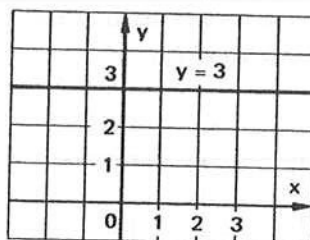
t	V



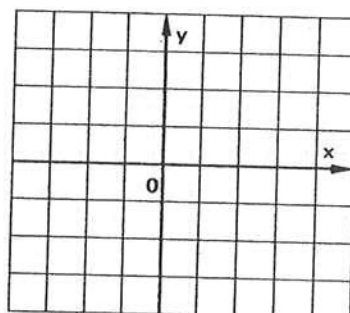
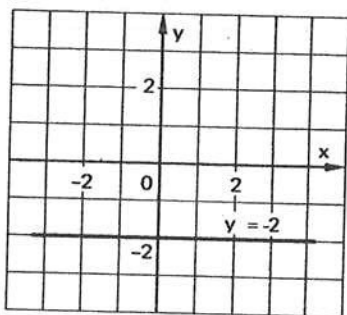


- 40 ■ A função $y = 3$ significa que, para qualquer valor de x , sua ordenada vale 3. Logo, comparando-a com a função $y = ax + b$, verificamos que $a = \underline{\hspace{1cm}}$ e $b = \underline{\hspace{1cm}}$.
A representação gráfica de $y = 3$ é dada ao lado.

0; 3

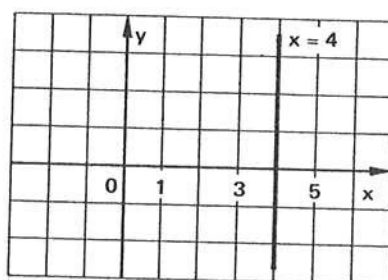


- 41 ■ Construa o gráfico de $y = -2$.

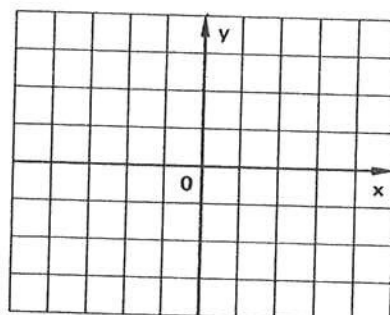
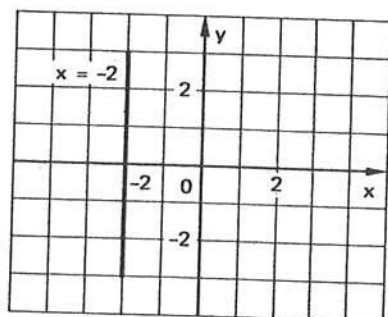


- 42 ■ A equação $x = 4$ não define uma função linear, pois ela não é equivalente a uma equação do tipo $y = \underline{\hspace{1cm}}$.
A representação gráfica de $x = 4$ é dada ao lado.

$ax + b$



- 43 ■ Construa o gráfico de $x = -2$.



- 44 ■ Observe o gráfico do item 34. Verifique o ponto onde a reta intercepta o eixo das ordenadas (y). Este ponto tem coordenadas $(0, \underline{\hspace{1cm}})$.

1

45 ■ Verifique o gráfico do item 35. A reta intercepta o eixo y no ponto (__, __).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

0; -3

46 ■ Observe agora, o gráfico do item 36. A reta intercepta o eixo y no ponto (__, __).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

0; 2

47 ■ Verifique as equações correspondentes aos três exemplos anteriormente citados. Os números (1), (-3) e (2) correspondem ao termo ____ da função linear $y = ax + b$.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

b

48 ■ Verifique igualmente os gráficos dos itens 37, 38, 39 e 40. As retas representadas naqueles gráficos interceptam o eixo das ordenadas nos pontos: (__, __), (__, __), (__, __) e (__, __). As ordenadas destes pontos correspondem ao termo ____ da função $y =$ ____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

(0, -1); (0, 0); (0, 0); (0, 3); b; $ax + b$

49 ■ O termo b de $y = ax + b$ corresponde à ordenada do ponto em que a reta intercepta o eixo das ____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

ordenadas

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Dada a equação $y = 3x - 8$, ao termo a corresponde ____ e ao b, ____.

2 ■ Sendo $a = -4$ e $b = 5$, complete: $y =$ ____.

3 ■ O valor da função $y = -3x + 7$ no ponto 2 é ____.

4 ■ O valor da função $y = 2x + 8$ é 26. Determine o valor de x. ____.

5 ■ Dada a equação $V = 16 + 3t$, sua representação gráfica é uma ____.

6 ■ $y = 2x - 6$. O ponto onde a reta correspondente no plano cartesiano intercepta o eixo das ordenadas é ____.

7 ■ $y = x + 2$. O ponto onde a reta correspondente no plano cartesiano intercepta o eixo das abscissas é (__, __).

8 ■ Construa num plano cartesiano os gráficos das retas definidas pelas equações:

a) $y = 3x - 6$ b) $y = \frac{2}{3}x + 4$ c) $y = 5$ d) $x = -4$

9 ■ Verifique os quadrantes em que se encontram os pontos das retas definidas pelas equações:

a) $y = -2x + 1$ b) $y = -x$ c) $y = x$ d) $y = 3x - 5$

10 ■ Identifique as funções lineares:

a) $y = 3x - 15$ b) $y = 7$ c) $d = 3t^2$ d) $x = 5$ e) $y = \frac{2}{x}$
f) $z = 4x - 1$ g) $F = 10x$ h) $V = 4 - x^2$ i) $y = x^3 - 1$

11 ■ Construa o gráfico de uma reta paralela ao eixo das abscissas e que intercepta o eixo das ordenadas no ponto (0, 3). Escreva sua equação.

12 ■ Construa o gráfico de uma reta paralela ao eixo das ordenadas e que intercepta o eixo das abscissas no ponto (4, 0). Escreva sua equação.

RESPOSTAS

1. 3; -8

2. $-4x + 5$

3. 1

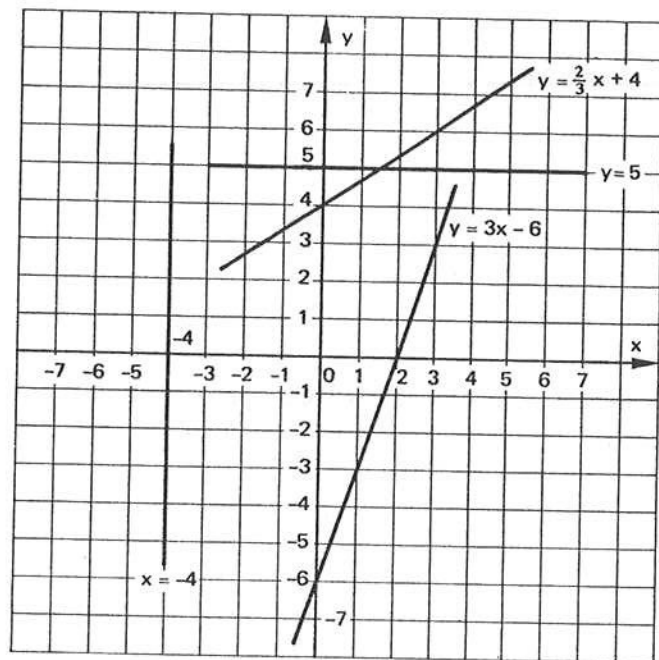
4. 9

5. reta

6. (0, -6)

7. (-2, 0)

8.



9. a) 1.º, 2.º e 4.º

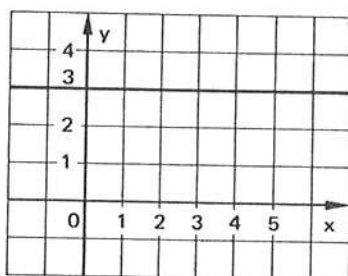
b) 2.º e 4.º

c) 1.º e 3.º

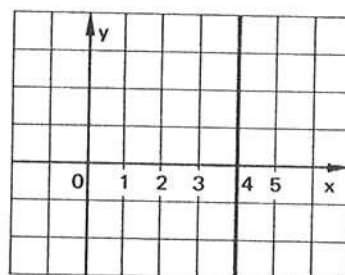
d) 1.º, 3.º e 4.º

10. a, b, f, g

11.



12.



D – DECLIVIDADE DE UMA RETA NÃO VERTICAL

1 ■ Dada a reta definida no gráfico ao lado, vamos efetuar o cálculo de:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} =$$

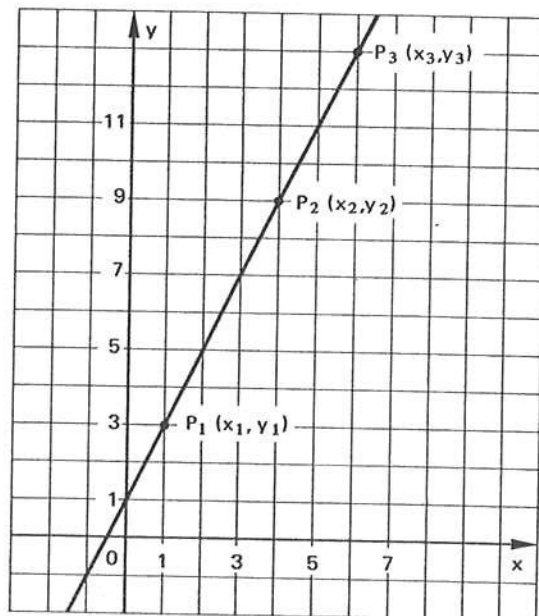
Ou seja, o quociente da diferença das ordenadas de dois pontos pertencentes a reta pela diferença das abscissas dos mesmos pontos. Substituindo-se os valores, obteremos:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 3}{4 - 1} = 2$$

Efetue agora:

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{13 - 9}{6 - 4} = 2$$



- 2 ■ Com relação ao item anterior, efetue: $\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

$$\frac{13 - 3}{6 - 1}; 2$$

- 3 ■ Retornando ao item 1 vamos trocar a ordem dos números e efetuar:

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{3 - 9}{1 - 4} = \frac{-6}{-3} = 2; \quad \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{y_1 - y_3}{x_1 - x_3} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{9 - 13}{4 - 6}; 2; \frac{3 - 13}{1 - 6}; 2$$

- 4 ■ Os resultados obtidos no item 3 (foram; não foram) idênticos aos obtidos nos itens anteriores.

foram

- 5 ■ Ainda com relação ao item 1, observe a ordem em que as coordenadas são colocadas:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{ou} \quad \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

O quociente de: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ é (igual ao; diferente do) quociente de: $\frac{y_1 - y_2}{x_2 - x_1}$

diferente do

- 6 ■ Retorne à página 72, item 34. Tome dois pontos pertencentes à reta e proceda da mesma forma que no item 1, isto é, efetue:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

2

- 7 ■ Com relação ao item anterior, troque a ordem dos pontos:

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

2

- 8 ■ Com relação aos itens 6 e 7, (observamos; não observamos) diferença no quociente obtido.

não observamos

- 9 ■ Compare o quociente obtido (itens 6 ou 7) com a correspondente equação da reta: $y = 2x + 1$. O quociente obtido parece representar o termo $\frac{\quad}{\quad}$ da função: $y = ax + b$.

a

- 10 ■ Proceda de forma idêntica com as retas construídas nas páginas 73 e 74, itens 35, 36 e 37; isto é, tome dois pontos pertencentes a cada reta e efetue o cálculo de:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \text{ os resultados obtidos são: } \underline{\hspace{2cm}}, \underline{\hspace{2cm}} \text{ e } \underline{\hspace{2cm}}.$$

2; -4; -2

- 11 ■ Compare os quocientes obtidos com as correspondentes equações das retas. Os quocientes obtidos correspondem ao termo $\underline{\hspace{2cm}}$ de $y = ax + b$.

a

- 12 ■ Portanto, se tomarmos dois pontos quaisquer $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ pertencentes a uma reta, teremos:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

O termo a é chamado de **declividade da reta**. Dada a reta definida pela equação $y = 7x - 1$, sua declividade é $\underline{\hspace{2cm}}$.

7

- 13 ■ A reta definida pela equação $y = 3x$, possui declividade $\underline{\hspace{2cm}}$.

3

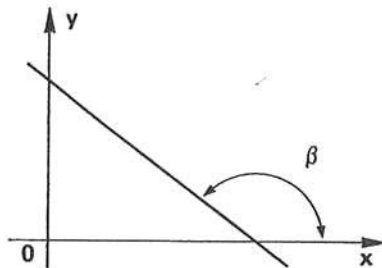
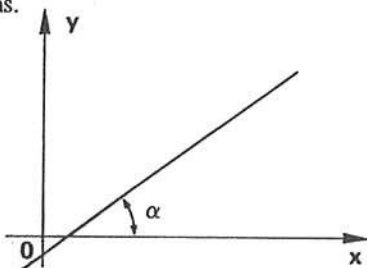
- 14 ■ A reta definida pela equação $y = -4x + 1$, possui declividade $\underline{\hspace{2cm}}$.

-4

- 15 ■ A reta definida pela equação $y = \frac{5}{2}x - 8$, possui declividade $\underline{\hspace{2cm}}$.

$\frac{5}{2}$

- 16 ■ A declividade da reta caracteriza a inclinação ou ângulo que a reta forma com a orientação positiva do eixo das abscissas.



O ângulo α é (maior que; menor que; igual a) 90° . Já o ângulo β é (maior que; menor que; igual a) 90° .

menor; maior

- 17 ■ Verifique os gráficos dos itens 36 a 39 (páginas 74 e 75). Podemos concluir que, se a reta forma um ângulo menor que 90° com a orientação positiva do eixo das abscissas, a declividade da reta é (positiva; negativa). Se o ângulo formado é maior que 90° , a declividade da reta é (positiva; negativa).

positiva; negativa

- 18 ■ Dada uma reta definida por uma equação do tipo: $y = ax + b$, se o sinal de a for positivo, a reta forma com a orientação positiva do eixo das abscissas um ângulo (maior; menor) que 90° . Se o sinal for negativo, a reta forma com a orientação positiva do eixo das abscissas um ângulo (maior; menor) que 90° .

menor; maior

- 19 ■ Nos itens 40 e 41 (página 76) o valor de a é _____ e neste caso a reta é paralela ao eixo das _____

zero; abscissas

- 20 ■ A reta definida pela equação $y = -3x + 1$ forma com a orientação positiva do eixo das abscissas um ângulo _____ que 90° , uma vez que sua declividade é (positiva; negativa).

maior; negativa

- 21 ■ A reta definida pela equação $y = \frac{2}{3}x - 5$ forma com a orientação positiva do eixo das abscissas um ângulo _____ que 90° , uma vez que sua declividade ($\frac{2}{3}$) é (positiva; negativa).

menor; positiva

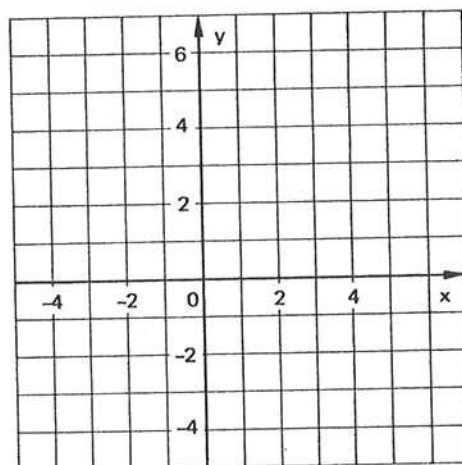
- 22 ■ Construa no plano cartesiano ao lado, as retas definidas pelas equações:

$$y = 2x - 4$$

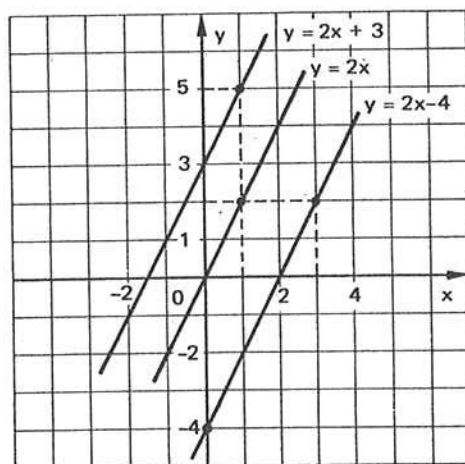
$$y = 2x$$

$$y = 2x + 3$$

Observe que as retas obtidas são paralelas entre si. As três retas possuem a mesma _____.



declividade;



- 23 ■ Retas distintas e paralelas num plano cartesiano possuem a mesma _____.

declividade

- 24 ■ As retas definidas pelas equações $y = -3x - 4$ e $y = -3x + 1$ são _____ porque possuem a mesma _____, ao passo que as retas definidas pelas equações $y = x - 1$ e $y = 3x + 2$ não são _____ pois suas declividades (são; não são) iguais.

paralelas; declividade; paralelas; não são

- 25 ■ Identifique os pares de retas paralelas entre si:

a) $y = 2x - 1$

b) $y = x - 2$

c) $y = 4x + 3$

d) $y = -2x + 5$

e) $y = \frac{x}{2} - 3$

f) $y = 3x + 7$

g) $y = \frac{x}{2} + 8$

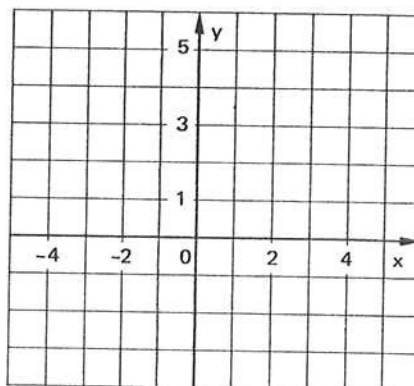
h) $y = 3 + 2x$

i) $y = 4x - 9$

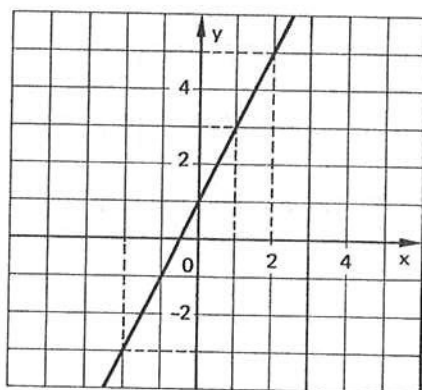
j) $y = -2x + 3$

a) e h); c) e i); d) e j); e) e g)

- 26 ■ Dada a reta definida pela equação $y = 2x + 1$, a declividade desta reta é _____. Construa no plano cartesiano ao lado a reta dada. O ponto $P(4, 9)$ (pertence; não pertence) à reta.



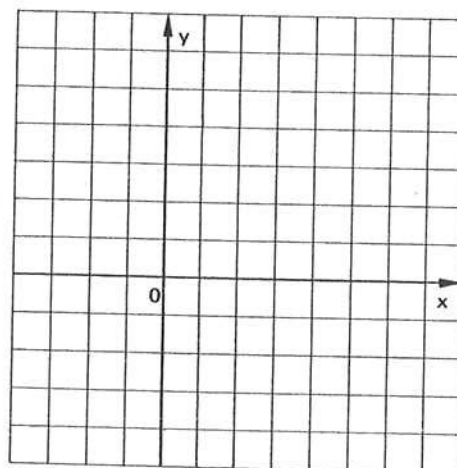
2;

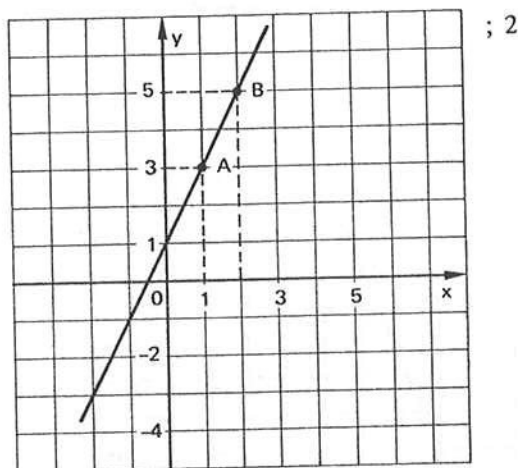


; pertence

- 27 ■ Coloque no plano cartesiano ao lado os pontos $A(1, 3)$ e $B(2, 5)$. Os pontos A e B determinam uma só reta. Passe uma reta pelos referidos pontos. Vamos determinar a equação desta reta. Sua declividade é determinada pela expressão:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 3}{2 - 1} = \underline{\hspace{2cm}}$$





28 ■ Já vimos que a declividade de uma reta é dada por:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a, \text{ o que é igual a: } y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1), \text{ sendo } x_1 \neq x_2.$$

Localize sobre a reta do item anterior um ponto qualquer $P(x, y)$. A posição deste ponto é arbitrária. Vamos determinar a equação da reta que passa por este ponto e possui a declividade já determinada no item 27, que é igual a ____.

A equação pode ser escrita:

$$y - y_1 = 2(x - x_1) \quad \text{ou} \quad y - y_2 = 2(x - ___)$$

2; x_2

29 ■ Com relação ao item anterior, vamos efetuar a substituição dos valores (x_1, y_1) ou (x_2, y_2) por um ponto pertencente à reta e que seja conhecido, por exemplo, o ponto A(1, 3):

$$y - 3 = 2(x - 1) \text{ efetuando as operações indicadas, temos: } y = ______.$$

$2x + 1$

30 ■ Substitua agora o ponto (x_1, y_1) ou (x_2, y_2) pelas coordenadas do ponto B(2, 5) e efetue as operações indicadas:

$$y - ______ = 2(x - ______) \\ y = ______$$

5; $2x + 1$

31 ■ A expressão $y - y_1 = a(x - x_1)$ nos permite calcular a equação de uma reta desde que seja conhecida sua declividade e as coordenadas de um de seus pontos (x_1, y_1) . Determine a equação da reta que passa pelo ponto $(-1, 2)$ e possui declividade 3:

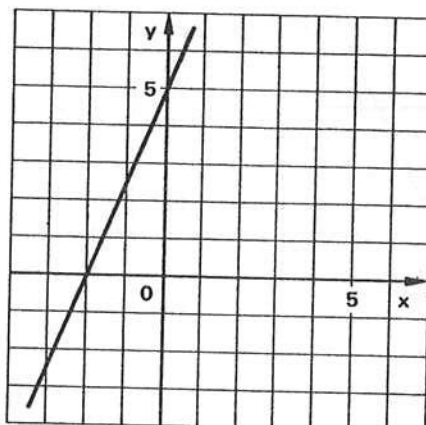
$$y = ______$$

$3x + 5$

- 32 ■ Dados dois pontos podemos determinar a equação da reta que passa por eles. Uma vez conhecidas as coordenadas de dois pontos podemos determinar a _____ da reta que passa por eles; e conhecida a declividade da reta e as coordenadas de um de seus pontos podemos determinar, através da expressão _____ a equação da reta.

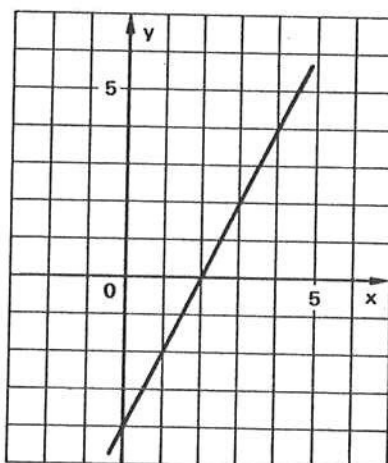
declividade; $y - y_1 = a(x - x_1)$

- 33 ■ Determine a equação da reta:



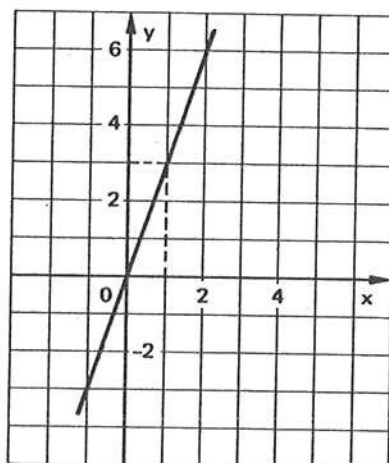
$$y = -\frac{5}{2}x + 5$$

- 34 ■ Determine a equação da reta:



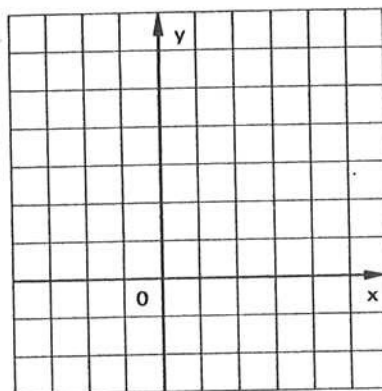
$$y = 2x - 4$$

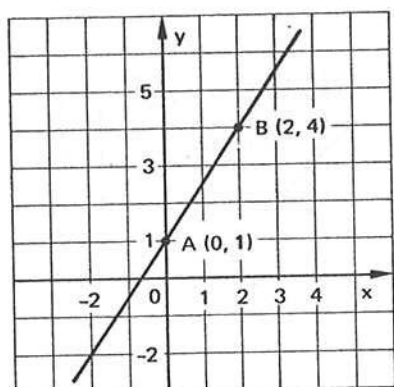
- 35 ■ Determine a equação da reta:



$$y = 3x$$

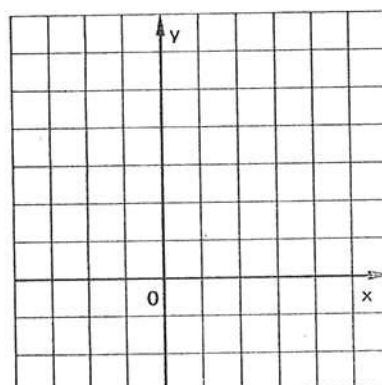
- 36 ■ Determine a equação da reta que passa pelos pontos $A(0, 1)$ e $B(2, 4)$. Represente-a no plano cartesiano ao lado.



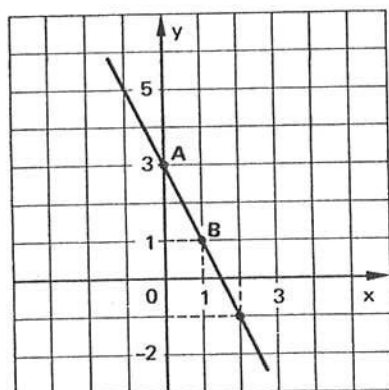


$$; y = \frac{3}{2}x + 1$$

- 37 ■ Determine a equação da reta que passa pelos pontos $A(0, 3)$ e $B(1, 1)$. Represente-a no plano cartesiano ao lado.

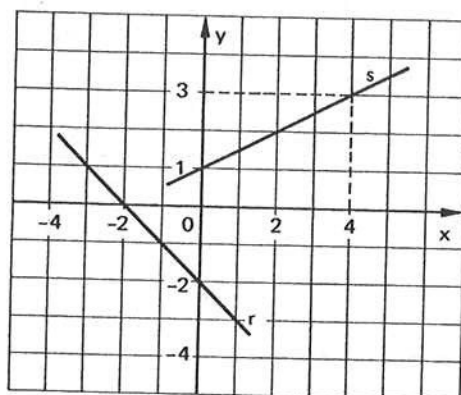


$$y = -2x + 3;$$

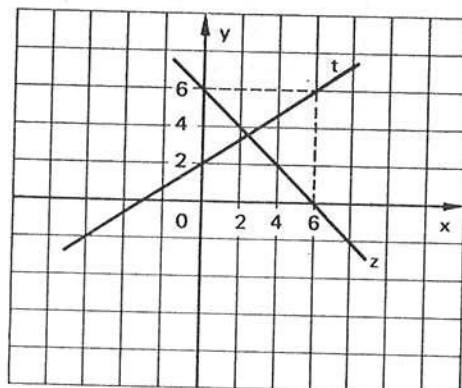


EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ Determine a declividade das retas construídas no plano cartesiano:

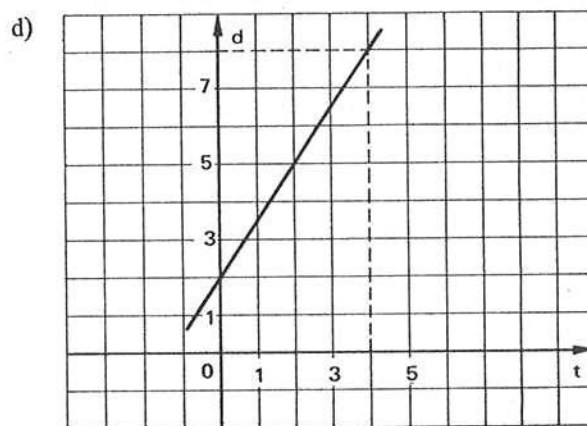
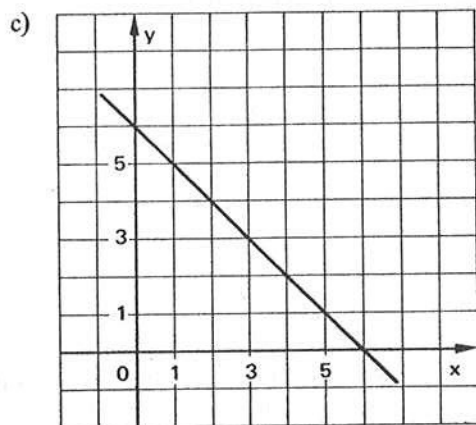
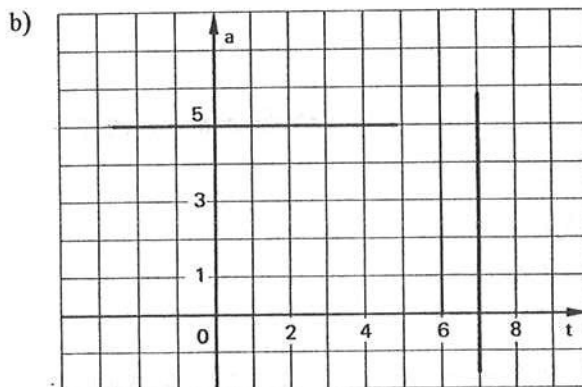
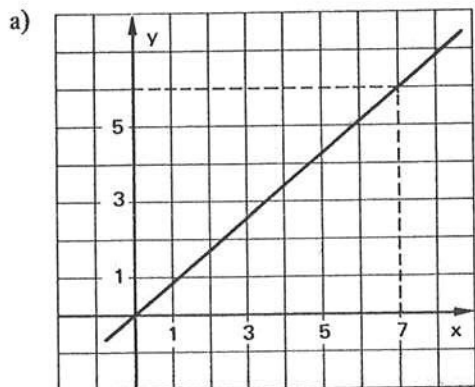


- 2 ■ Equacione as retas construídas no plano cartesiano:



- 3 ■ Dê a equação da reta que passa pelos pontos $A(2, 1)$ e possui declividade 4.
- 4 ■ Determine a equação da reta que passa pelos pontos $A(0, 2)$ e $B(2, 0)$.
- 5 ■ Dê a equação da reta que possui declividade -5 e intercepta o eixo das ordenadas no ponto $(0, -1)$.
- 6 ■ Determine a equação da reta que passa pelos pontos: $A(0, 0)$ e $B(-1, 4)$. Represente-a graficamente.
- 7 ■ Indique as declividades das retas dadas e as ordenadas das interseções das mesmas com o eixo das ordenadas:
- a) $y = \frac{7}{2}x + 3$ b) $2y - 6x + 4 = 0$ c) $y = -9x - \frac{2}{3}$
- 8 ■ Das equações de retas abaixo, indique os pares de retas paralelas:
- a) $y = 2x + 5$ f) $y = 7x + 2$
 b) $y = -2x + 3$ g) $y = \frac{x}{2} - 12$
 c) $y = 4x + 3$ h) $y = 2x - 9$
 d) $y = \frac{x}{2} + 1$ i) $y = -4x + 5$
 e) $y = 7x - \frac{1}{4}$ j) $y = 3x - \frac{3}{4}$
- 9 ■ Quando a declividade da reta é negativa, o ângulo que a reta forma com a orientação positiva do eixo das abscissas é _____ que 90° .
- 10 ■ Construa o gráfico de $y = 2x + 2$. À medida que os valores de x crescem, os correspondentes valores da função y (aumentam; diminuem).
- 11 ■ Construa o gráfico da equação $y = -2x + 2$. À medida que os valores de x crescem, os correspondentes valores de y (aumentam; diminuem).
- 12 ■ Construa os gráficos das retas definidas pelas equações: $x = -6$ e $y = 12$.

13 ■ Dê as equações das retas:

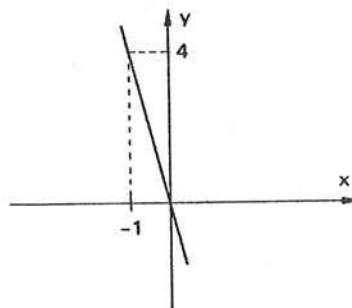


las:

RESPOSTAS:

1. $r: -1$; $s: \frac{1}{2}$
2. $t: y = \frac{2}{3}x + 2$; $z: y = -x + 6$
3. $y = 4x - 7$
4. $y = -x + 2$
5. $y = -5x - 1$

6. $y = -4x$

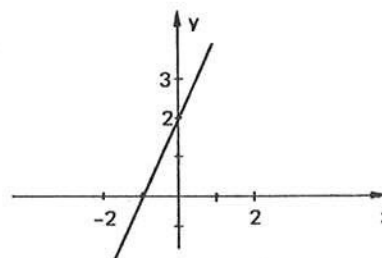


7. a) $\frac{7}{2}$ e 3
- b) 3 e -2
- c) -9 e $-\frac{2}{3}$

8. a) e h); d) e g); e) e f)

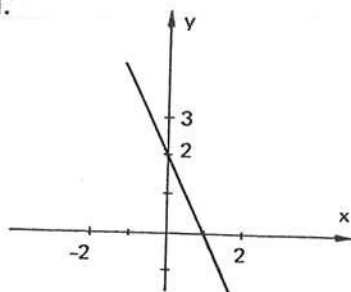
9. maior

10.



; aumentam

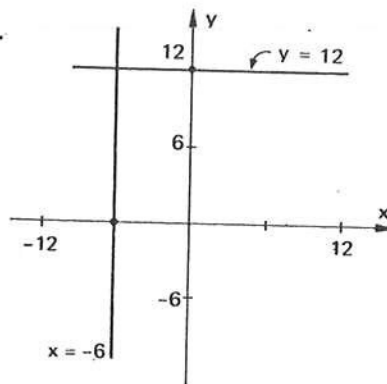
11.



; diminuem

13. a) $y = \frac{6}{7}x$
 b) $t = 7$ e $a = 5$
 c) $y = -x + 6$
 d) $d = \frac{3}{2}t + 2$

12.



Observação: Você irá agora resolver um problema experimentalmente. Siga as orientações dadas na página 152.

SEÇÃO 3 – O SURGIMENTO DA GEOMETRIA ANALÍTICA – HISTÓRICO

A geometria analítica aparentemente não tem ligação com problemas práticos e concretos, pois ela é altamente abstrata. Contudo, esta aparência é bastante enganadora. Se fizermos o tempo recuar 400 anos, para a época do Renascimento, quando a geometria analítica apareceu pela primeira vez, poderemos compreender melhor esse fato.

Em primeiro lugar, vamos notar um número muito grande de afamados sábios interessados em unir a geometria à álgebra e vice-versa (álgebra + geometria = geometria analítica). E por que estavam eles interessados nessa tarefa? Seria uma inspiração coletiva, que de repente iluminou o cérebro de todos? A resposta é, certamente, não.

A INFLUÊNCIA DO COMÉRCIO

Na época do Renascimento, o comércio começou a tornar-se uma atividade importante na Europa. Na época anterior, conhecida como Idade Média, o comércio praticamente não existia: cada senhor feudal vivia na sua terra com seus vassalos e soldados. Mas, gradualmente, as pequenas feiras onde os aldeões iam trocar os excessos dos seus produtos começaram a se multiplicar e tomaram importância. Assim, o comércio se intensificou e com isso o uso da moeda aumentou. Isso tornou muito grande a procura de metais preciosos, tais como o ouro e a prata. Quando esses começaram a escassear no continente europeu, as pessoas se voltaram para terras estranhas e desconhecidas.

Por outro lado, os árabes e os turcos controlavam o mar Mediterrâneo e as vias terrestres do comércio com a Ásia e conseqüentemente monopolizavam o açúcar e as especiarias necessárias aos europeus. Desse modo, quando as idéias de a Terra ser redonda começaram

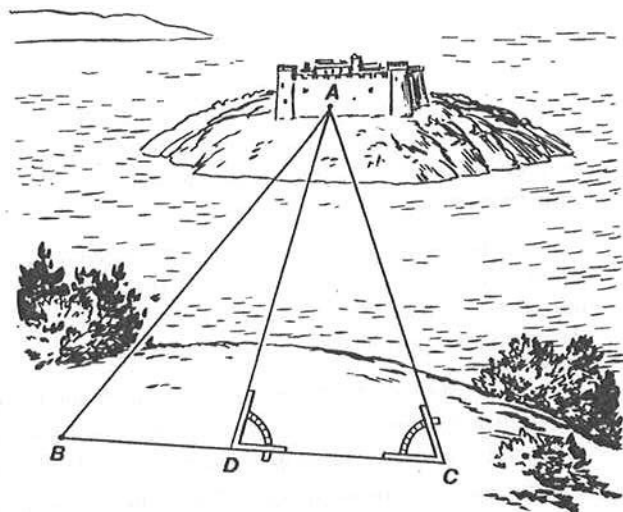
a ser difundidas, graças aos escritos de Pierre d'Ailly, Paulo Toscanelli, Raimundo Lúlio e outros, a tentação de procurar uma outra via, através dos mares, para a Ásia, se tornou grande. Quando finalmente conseguiram aperfeiçoar as caravelas e torná-las aptas para enfrentar as grandes ondas dos oceanos, começaram as chamadas grandes navegações.

AS GRANDES NAVEGAÇÕES

Mesmo preparados para enfrentar o oceano com sucesso, era preciso algo mais que a coragem. Por exemplo, no mar alto surgia de imediato o problema de orientação. No mar, de águas iguais, não existem marcos de orientação. O único recurso seria orientar-se com a ajuda da astronomia e da bússola. Assim, olhando a posição das estrelas, do Sol e da Lua, os astrônomos engajados nos navios tentavam determinar a posição das coordenadas terrestres. As coordenadas terrestres são a latitude e a longitude. Muito simplificada, nos mapas, as latitudes são as retas paralelas horizontais e as longitudes as paralelas verticais. Conhecendo-se a paralela horizontal e a vertical de um ponto, podemos evidentemente determinar a posição do mesmo no mapa. Os astrônomos desenhavam nos mapas as longitudes e as latitudes para determinarem a posição da caravela. Era na verdade o uso elementar das coordenadas depois desenvolvidas por Descartes.

ESTUDO DE TRAJETÓRIAS DE PROJÉTEIS

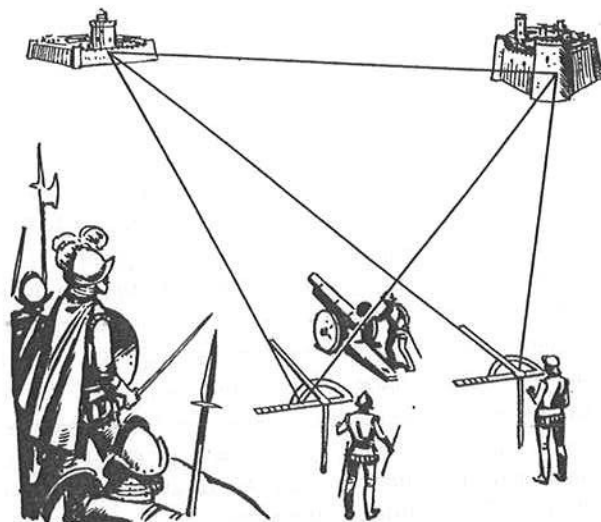
Enquanto isso, a utilização cada vez maior de canhões nas guerras desenvolvia o estudo das trajetórias das balas. Havia dois problemas envolvidos no caso. O primeiro era a determinação da distância ao alvo. Isto era feito usando a triangulação (uso conveniente de triân-



gulos e ângulos para a determinação de uma distância): veja figs. 1 e 2. O outro era a determinação do alcance e a forma da trajetória. Grandes cientistas, como Leonardo da Vinci (1452 - 1519), Nicolo Tartaglia (1500 - 1557) e muitos outros, tentaram fazer o gráfico das trajetórias e não foram felizes. Galileu foi o primeiro a determinar essa forma: uma parábola. Esses problemas não podiam ser resolvidos com o uso da geometria comum, a geometria euclidiana. A razão disto estava em ser esse problema não só de geometria mas também de álgebra. Por exemplo, Galileu foi bem sucedido, não porque viu as balas descreverem a parábola, pois isso é impossível de se ver a olho nu, mas porque, analisando teoricamente o movimento da bala, chegou a uma equação e, transportando essa equação para o gráfico, encontrou essa curva. A relação entre a posição da bala e o tempo gasto também foi muito estudada. Isso foi possível graças ao progresso de relojoaria. Os velhos gnômons (relógios de Sol) e as clepsídras (relógios de água) foram substituídos gradualmente por relógios mecânicos. Estes inicialmente eram grandes e desajeitados e baseavam-se no uso de roldanas, pesos e engrenagens dentadas (do século XI ao XV). Nos fins do séc. XV, Peter Henlein (1448 - 1542), fabricante de relógios de Nuremberg, substituiu o peso e a roldana por uma mola metálica. Esse relógio, conhecido com o nome de "ôvo de Nuremberg", era pequeno, preciso e portátil e possibilitou uma fácil medição de tempo.

A ÁLGEBRA E A GEOMETRIA

A álgebra estava também em grandes progressos nessa época. O comércio lida com lucros, prejuízos, vendas, trocas, compras, juros, etc., enfim com toda série de coisas envolvendo números e equações. Quando o volume das transações tornou-se muito grande, foi necessário metodizá-las e resolver novas questões surgidas. Por exemplo, o logaritmo, uma nova forma de cálculo (que você aprenderá no seu curso de Matemática) foi uma consequência dos estudos sobre juros.



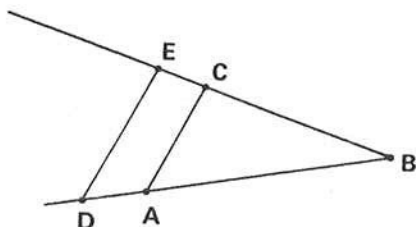
Premidos pelas condições sociais e práticas, a união de geometria e álgebra tornou-se uma necessidade urgente. Deste modo, um dos grandes trabalhos dos matemáticos do Renascimento consistiu em realizar essa união. A álgebra e a geometria já estiveram unidas antes na Grécia. Em Platão (célebre filósofo grego que desprezava o trabalho manual e dava importância exagerada ao raciocínio puro; viveu de 427 - 347 a.C.) a álgebra foi considerada um ramo da geometria. Isto é, as equações tinham que ter um significado geométrico. Por exemplo: problemas de equações do segundo grau reduziam-se a problemas de traçar figuras geométricas planas. Isso trazia uma série de dificuldades. Como por exemplo, tornava impossível o estudo de equações com mais de 3 variáveis no espaço de 3 dimensões. Mas essa tradição continuou e a álgebra praticamente deixou de progredir no ocidente cristão.

Alheios a esse tipo de tradição, os hindus e os árabes desenvolveram a álgebra como uma ciência autônoma de cálculo. Os grandes matemáticos europeus do início do Renascimento, tais como Tartaglia, François Viète (1540-1603) e outros, tinham recebido como herança a tradição grega. Entretanto, a álgebra por eles desenvolvida era mais do tipo árabe, uma arte de cálculo com símbolos literais. Não conseguindo livrar-se inteiramente da tradição, esses matemáticos adotaram uma atitude de meio termo. Tartaglia fez uma distinção entre a álgebra para o cálculo e a álgebra das figuras geométricas. Viète também aderiu a esse tipo de distinção embora, por outro lado, tentasse fazer uma união: dar uma interpretação geométrica a qualquer equação algébrica.

Portanto, o problema de relacionar a álgebra com a geometria estava em voga. Esse relacionamento teria de ser, no entanto, diferente daquele feito pelos gregos, que não passava de uma sujeição da álgebra à geometria. A solução seria encontrada finalmente por René Descartes (1596-1650).

A GEOMETRIA ANALÍTICA DE DESCARTES

Na sua famosa "Geometria", publicada em 1637, Descartes explicou a essência do seu método. Os números e os símbolos literais devem ser representados por entes geométricos mais simples possíveis, no caso segmentos de reta. Em álgebra, por mais complicada que seja a equação, o cálculo com números ou símbolos literais resulta sempre em números ou símbolos. Logo, qualquer operação com retas deve resultar sempre em retas. Para isso, Descartes arquitetou engenhosamente o seguinte método de correspondência. Seja AB da figura um segmento unitário. Para multiplicar BD por BC, traçamos os dois segmentos fazendo um ângulo arbitrário como mostra a figura. Unimos A com C. Em seguida, de D traçamos um segmento DE, paralelo a AC. O segmento BE é o produto procurado.



O triângulo ABC é semelhante ao triângulo DBE.

Logo,

$$AB : BC = BD : BE$$

$$AB \cdot BE = BD \cdot BC; \text{ como } AB = 1$$

$$BE = BC \cdot BD$$

Dividir BE por BD significa achar de modo inverso o 3C.

Usando métodos semelhantes, ele fez corresponder, a qualquer resultado de uma operação, sempre segmentos de retas. Com esse artifício, ele conseguiu trans-

ladar a álgebra para o mundo geométrico, sem perder a sua capacidade de cálculo.

Para atingir o objetivo da construção da geometria analítica era necessário ainda um outro artifício. A todo resultado de cálculo algébrico correspondia uma reta. Logo, seria necessário utilizar segmentos para determinar a forma de equação correspondente a uma figura geométrica.

Deste modo, surge a idéia de coordenadas que vocês aprenderam neste capítulo. As figuras são pensadas como constituídas de pontos e esses pontos seriam determinados pela abscissa e pela ordenada.

Desta forma, estabeleceu-se os fundamentos da Geometria Analítica. O importante a ser notado é que o conceito de coordenadas ampliou o campo da álgebra e levou ao conceito de função. Por exemplo, equações do tipo $Y = aX$ ou $X^2 + Y^2 = r^2$, do ponto de vista puramente algébrico, são equações indeterminadas, pois cada uma delas é uma equação com duas incógnitas. Porém, do ponto de vista da nova geometria, são equações perfeitamente viáveis e representam, como vimos, uma reta e uma circunferência. Isso significa que a álgebra da geometria cartesiana, ao contrário da álgebra anterior, preocupada em achar determinadas raízes para satisfazer à equação, está preocupada em retratar a variação das grandezas. Por exemplo, a equação $y = ax$, significa que, quando a abscissa varia de um determinado valor, a ordenada varia de uma quantidade a vezes maior. É o aparecimento da idéia de variável e função. Essas palavras (variável e função) na verdade não foram usadas por Descartes; elas seriam usadas somente algum tempo depois por Gottfried W. Leibniz (1646-1716) e Jean Bernoulli (1667-1748). Mas o mérito da descoberta das idéias fundamentais é de Descartes.

CAPÍTULO III

Estudo dos movimentos em trajetórias retilíneas.

Estudaremos no presente capítulo movimentos de corpos que descrevem trajetórias retilíneas; entende-se por trajetória a linha determinada pelas sucessivas posições de um corpo que se movimenta. Assim, estudaremos movimento de veículos em estradas retas, movimento de um elevador, movimento de queda ou ascensão vertical de objetos, etc. Nos exemplos citados, à medida que o tempo passa, os objetos em estudo descrevem trajetórias retilíneas. Não nos preocuparemos, neste capítulo, com o estudo de movimentos de corpos que descrevem trajetórias não-retilíneas, como os movimentos das extremidades dos ponteiros de um relógio, movimento da Lua em torno da Terra, movimento de satélites artificiais, o movimento de uma pedra presa na extremidade de uma corda e posta a girar, etc. Estes movimentos cujas trajetórias são circulares ou elípticas serão objetos de estudo em capítulos posteriores.

Dividiremos o nosso capítulo em duas partes: a primeira, para movimento de objetos cuja velocidade é constante; a segunda, para aqueles cuja velocidade é variável uniformemente. Não se preocupe com os nomes acima; eles serão definidos no decorrer do estudo.

1ª PARTE: Movimento retilíneo uniforme.

OBJETIVOS: Ao final desta parte do Capítulo III o estudante deve estar apto para:

- definir posição e deslocamento de um objeto.
- definir e calcular velocidade média.
- conceituar velocidade instantânea.
- equacionar o movimento de um objeto.
- representar graficamente o movimento de um objeto e equacioná-lo.
- resolver problemas.

SEÇÃO 1 – DIREÇÃO E SENTIDO

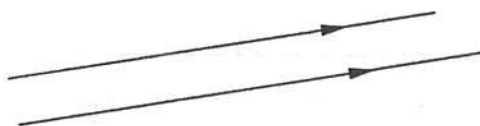
- 1 ■ Verifique a figura abaixo. Nela indicamos duas pessoas que se dirigem em linha reta, uma ao encontro da outra. A direção dos movimentos das duas pessoas é indicada por uma reta imaginária que passa pelas duas pessoas e o sentido do movimento de um deles é contrário ao do outro. Portanto as duas pessoas caminham na mesma direção mas em sentidos _____.



★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

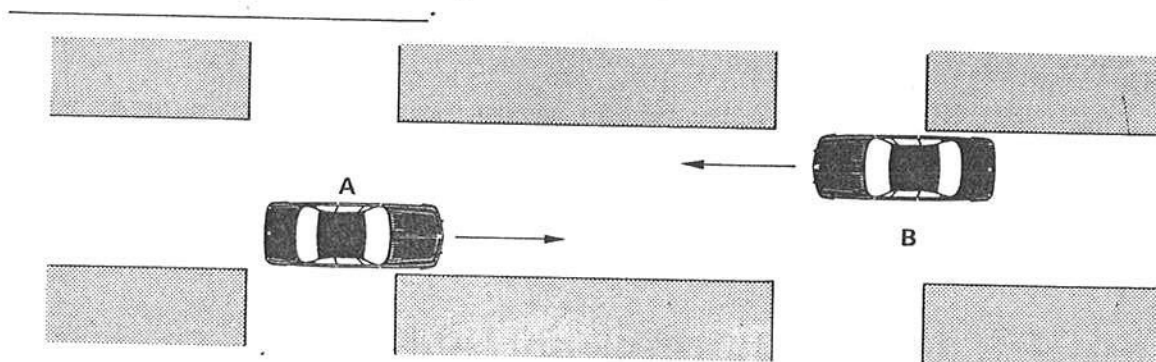
contrários

- 2 ■ Dois amigos caminham lado a lado em linha reta. As trajetórias descritas pelos dois são retilíneas e podem ser indicadas pelas duas retas orientadas abaixo. Dizemos que os dois amigos movimentam-se na mesma direção e _____.



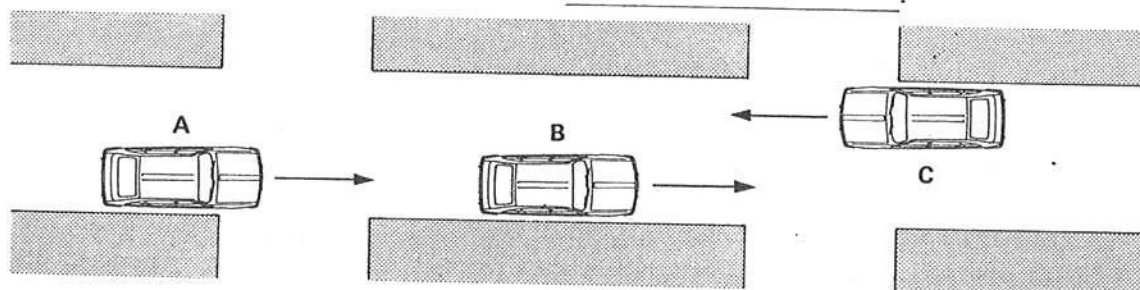
no mesmo sentido

- 3 ■ Verifique a figura abaixo. Nela indicamos dois veículos percorrendo uma rua em linha reta. Dizemos que os veículos A e B percorrem a rua na mesma direção (suas trajetórias são retilíneas e paralelas) e em sentidos contrários. A direção nos é fornecida pelas trajetórias dos veículos e o sentido deve ser estabelecido. Se convençionarmos que o móvel A percorre a rua da esquerda para a direita, o móvel B percorre a mesma rua da _____.



direita para a esquerda

- 4 ■ Verifique a figura abaixo. Nela indicamos três veículos percorrendo a mesma rua. Os veículos A e B movimentam-se na mesma _____ e no mesmo _____, ao passo que o veículo C movimenta-se na mesma direção que os veículos A e B, mas em sentido _____.



direção; sentido; contrário ou oposto.

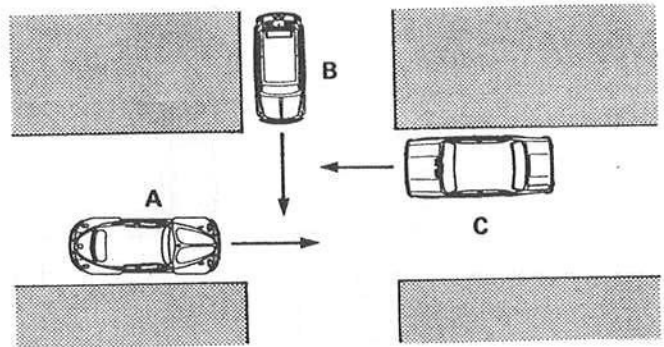
- 5 ■ Um corpo se movimenta numa mesma direção se todos os pontos ocupados pelo mesmo durante o movimento estiverem numa mesma reta. Uma bolinha de gude rola sobre a superfície de uma mesa, despencando em seguida ao chão (experimente). A direção do movimento da bolinha sobre a mesa até despencar ao chão (mantém-se; não se mantém) a mesma, porque os pontos ocupados pela bolinha (estão; não estão) numa mesma reta.

não se mantém; não estão

- 6 ■ Uma companhia de soldados em formação desfila percorrendo um trecho de uma rua reta. A direção dos movimentos dos soldados é a mesma, porque eles descrevem ou uma mesma trajetória retilínea (soldados de uma mesma fileira) ou trajetórias paralelas (soldados pertencentes a fileiras paralelas). Se o comandante ordenar: "ALTO", e em seguida: "MEIA-VOLTA" e "MARCHEM", eles retornam na mesma _____ mas em sentido _____.

direção; contrário ou oposto

- 7 ■ Verifique a figura ao lado. Nela indicamos três veículos movimentando-se nas proximidades de um cruzamento. Os veículos A e B movimentam-se na mesma direção? (sim; não). Os veículos A e C movimentam-se na mesma direção? (sim; não). Os veículos A e C movimentam-se no mesmo sentido? (sim; não)



não; sim; não

- 8 ■ Uma pedra é lançada verticalmente para cima. A pedra sobe e cai. A direção do movimento na subida e na descida (é; não é) a mesma; os sentidos dos movimentos da pedra na ascensão e na queda são (os mesmos; contrários ou opostos).

é; contrários ou opostos

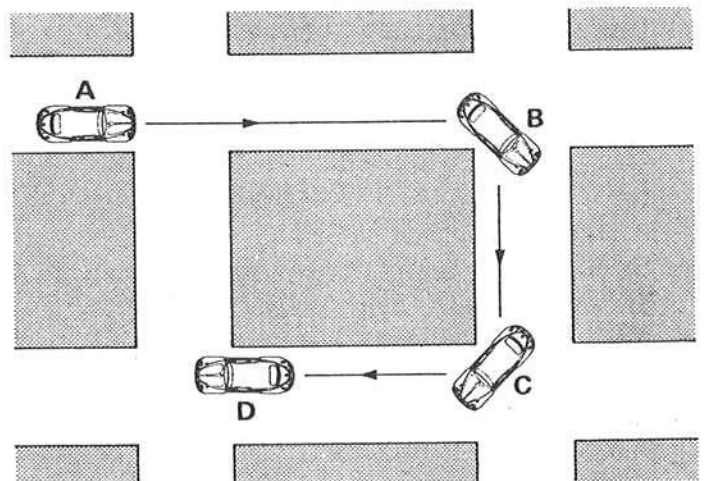
- 9 ■ Um elevador nas sucessivas subidas e descidas movimenta-se sempre na mesma _____. Em cada ascensão ou descida ele inverte o _____ do movimento.

direção; sentido

- 10 ■ Um veículo movimentando-se numa pista circular não se desloca numa mesma _____, porque a trajetória descrita pelos veículos (linha que liga os pontos ocupados pelo veículo) (é; não é) retilínea.

direção; não é

- 11 ■ Um veículo descreve a trajetória indicada na figura ao lado. No trecho AB o veículo descreve uma trajetória retilínea, mantendo constante a direção e o sentido. No trecho BC o veículo muda de _____ e _____. No trecho CD o veículo possui a mesma direção que em (AB; BC), ao passo que o sentido do movimento em CD é (igual; contrário) ao do trecho AB.

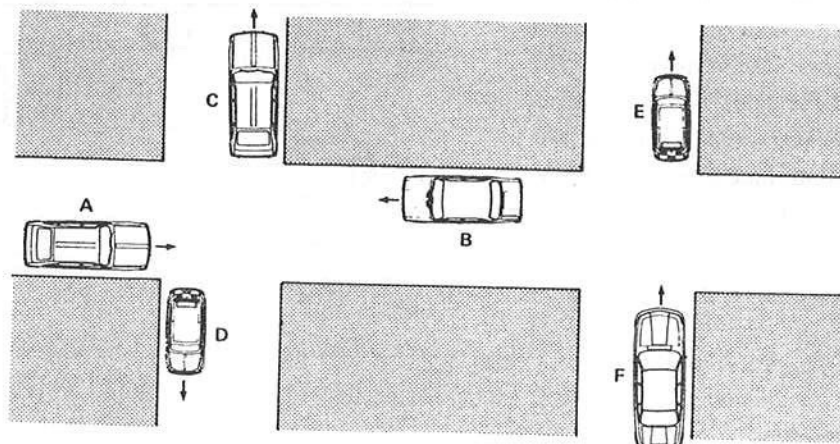


direção; sentido; AB; contrário

- 12 ■ **Observação:** Em linguagem usual os termos **direção** e **sentido** são empregados como sinônimos, entretanto, cada termo tem um significado distinto. Se um veículo descreve uma trajetória retilínea representada pela reta abaixo, sua direção é de A para B e ou de B para A; já seu sentido é de B para A.



- 13 ■ Já vimos que dois ou mais corpos movimentam-se na mesma direção quando descrevem ou a mesma trajetória retilínea ou trajetórias retilíneas paralelas. Dada a figura abaixo os veículos que se movimentam na mesma direção são: _____ e _____ ; _____ , _____ , _____ e _____ .



A e B; C, D, E e F

- 14 ■ Com relação ao item anterior, os veículos que se movimentam na mesma direção, mas em sentidos contrários são: _____ e _____ ; _____ e _____ ; _____ e _____ ; _____ e _____ .

A e B; C e D; D e F; D e E

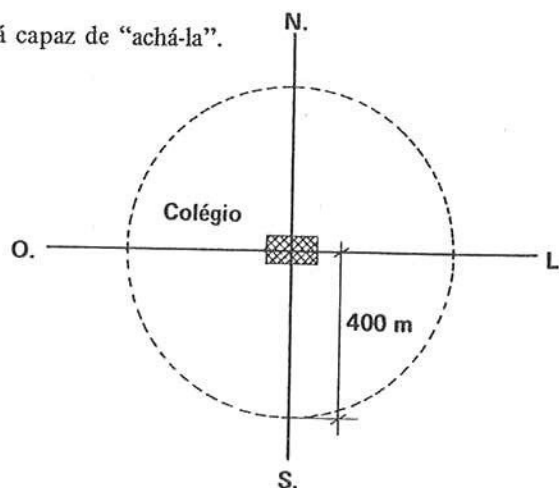
SEÇÃO 2 – POSIÇÃO DE UM CORPO

- 1 ■ Analise a seguinte afirmação: “Moro a 400 metros do Colégio onde estudo”. A localização da minha casa (fica; não fica) bem definida com a indicação dada.

não fica, pois, com a informação dada, uma pessoa não será capaz de “achá-la”.

- 2 ■ Com relação ao item anterior, a informação fornecida nos dá um ponto de referência ou origem (Colégio) e a distância da casa ao Colégio, mas ela pode ocupar qualquer lugar indicado pela linha pontilhada indicada na figura ao lado. O Colégio é tomado como _____ ou origem.

ponto de referência



- 3 ■ Analise a afirmação: "Moro a 400 metros do Colégio, na direção leste-oeste". Com esta informação a posição de minha casa (fica; não fica) bem determinada.

não fica

- 4 ■ Verifique agora a informação: "Moro a 400 metros do Colégio, na direção leste-oeste e no sentido leste". Com esta indicação a posição da minha casa (fica; não fica) bem determinada.

fica

- 5 ■ Analise a seguinte afirmação: "Um veículo encontra-se estacionado na rua que passa defronte ao Colégio, a 100 metros dele". Com relação a esta afirmação, o ponto de referência ou origem é o _____.

Colégio

- 6 ■ Com relação ao item anterior, além do ponto de referência ou origem e da distância, indicamos a direção em que o veículo está estacionado. Entretanto, para alguém saindo da Escola, o veículo pode estar ou à sua direita ou à sua _____.

esquerda

- 7 ■ Analise agora a afirmação: "Um veículo encontra-se estacionado a 100 metros do Colégio, à direita de quem sai do mesmo". Com esta indicação a posição do veículo (fica; não fica) bem determinada.

fica

- 8 ■ Com relação ao item anterior, para indicarmos a posição do veículo, fornecemos: um ponto de referência ou origem (Colégio), a direção (rua que passa defronte ao Colégio), o sentido (direita de quem sai do Colégio) e a distância (_____) do veículo ao ponto de referência (Colégio).

100 metros

- 9 ■ A posição de um objeto fica bem determinada se conhecermos um ponto de referência ou origem, a direção, o sentido e a distância deste objeto à _____.

origem ou ponto de referência

- 10 ■ Vamos utilizar um eixo para representarmos uma estrada retilínea. À origem da estrada corresponde a origem do eixo. O ponto A (60 km) representa um veículo estacionado no km _____ da referida estrada.



60

- 11 ■ Com referência ao item anterior, a direção da estrada corresponde a uma reta imaginária que contém os pontos da mesma. O sentido deve ser convencionado. Na figura acima poderíamos dizer que o veículo está estacionado à (esquerda; direita) da origem, ou no sentido de 0 para X.

direita

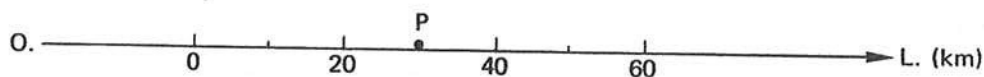
- 12 ■ No item 10, ao darmos a posição do veículo, fornecemos: um ponto de referência ou origem (início da estrada); a direção (reta que contém os pontos da estrada), o sentido (direita da origem) e a distância do móvel à _____ (60 km).

origem ou ponto de referência

- 13 ■ Portanto, os elementos que caracterizam a posição de um objeto são: _____, _____ e _____.

origem ou ponto de referência; direção; sentido; distância do objeto à origem

- 14 ■ O eixo abaixo representa uma estrada retilínea que se estende na direção leste-oeste. À origem do eixo corresponde a origem da estrada.



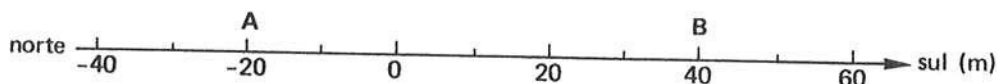
O ponto P representa um veículo estacionado no km _____ da referida estrada.

30

- 15 ■ Com referência ao item anterior, podemos afirmar que a posição do veículo está perfeitamente definida: ele está a 30 km da origem da estrada, na direção oeste-leste ou leste-oeste e no sentido (oeste; leste)

leste

- 16 ■ Analise o eixo indicado na figura abaixo. Ele representa uma estrada retilínea que se estende na direção norte-sul. Adotamos na sua construção a seguinte convenção: abscissas dos pontos que se estendem, a partir da origem, no sentido sul são positivas e as situadas, a partir do ponto de referência ou origem, no sentido norte são _____.



negativas

- 17 ■ Com referência ao item anterior, a posição do ponto A (-20 m) pode ser também representada pela letra d acompanhada do índice A, da seguinte forma: $d_A = -20$ m; o que significa que o ponto A situa-se a 20 metros do ponto de referência ou origem, na direção norte-sul e no sentido norte. O sinal -, antes do número 20, indica que o ponto A situa-se no semi-eixo (negativo; positivo).

negativo

- 18 ■ O eixo abaixo representa uma estrada retilínea que se estende na direção norte-sul. Podemos representar a posição do ponto M (-30 km) da seguinte forma: $d_M = -30$ km, e a do ponto P (40 km) assim: $d_P =$ _____.

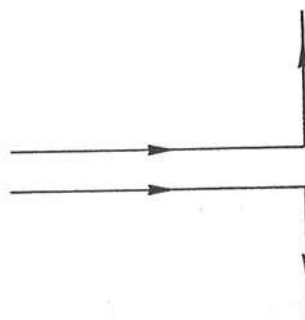


40 km

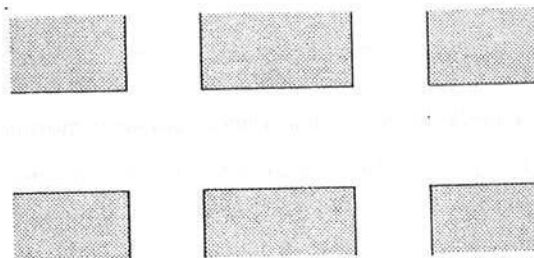
EXERCÍCIOS DE REVISÃO

1 ■ Um jogador chuta uma bola rasteira para o goleiro. Qual a direção do movimento da bola? Qual o sentido?

2 ■ Dois amigos caminham lado a lado em linha reta. Ao atingirem determinado ponto, eles se separam. A figura ao lado representa suas trajetórias. Inicialmente eles caminham na _____. Ao se separarem eles caminham na _____.

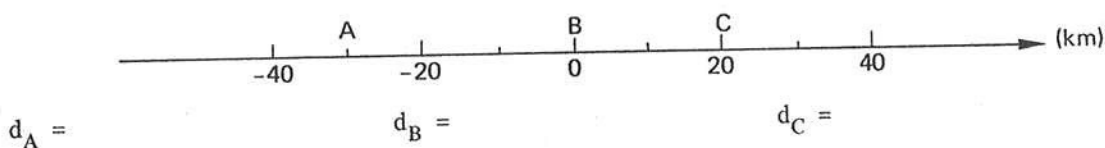


3 ■ A figura ao lado representa trechos de ruas. Represente dois veículos A e B movimentando-se na mesma direção e em sentidos contrários. Na mesma figura indique dois veículos movimentando-se em direção diferente da dos veículos A e B, mas que possuam os mesmos sentidos.



4 ■ Quais são os elementos que caracterizam a posição de um objeto?

5 ■ O eixo abaixo representa uma estrada retilínea. Os pontos A, B e C representam veículos estacionados na referida estrada. Dê suas posições:



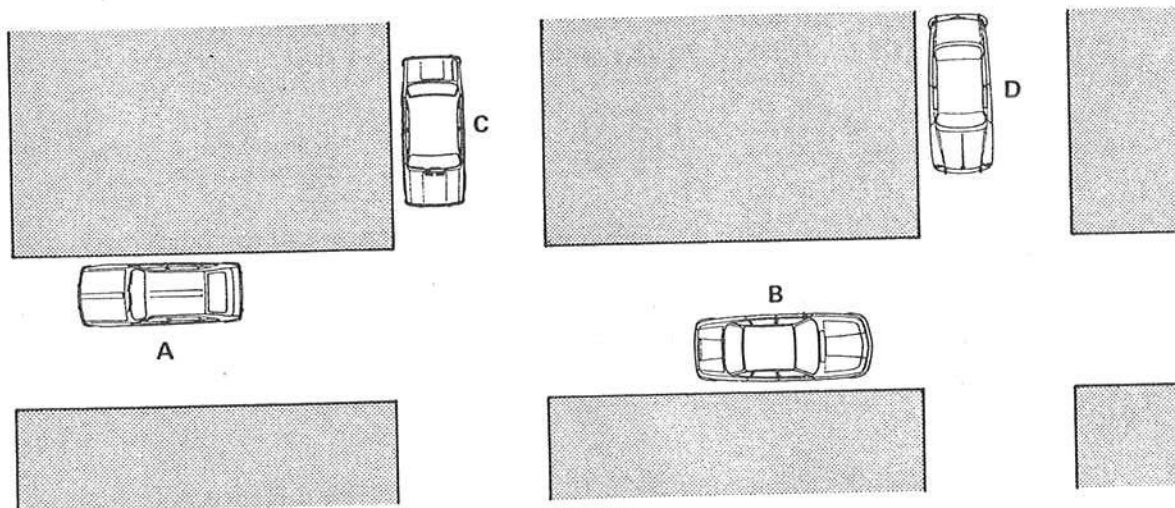
RESPOSTAS

1. Direção: goleiro-jogador (e ou jogador-goleiro)

Sentido: jogador-goleiro

2. Mesma direção e mesmo sentido; mesma direção e em sentidos opostos

3.



4. Origem ou ponto de referência, direção, sentido e distância do objeto à origem.

5. $d_A = -30$ km; $d_B = 0$ km; $d_C = 20$ km

SEÇÃO 3 – DESLOCAMENTO E INTERVALO DE TEMPO

Leia atentamente o Quadro A, onde descrevemos o movimento de um veículo em uma estrada retilínea. Em seguida, responda às questões referentes a ele.

QUADRO A

- a. A figura abaixo indica um trecho de uma estrada retilínea.

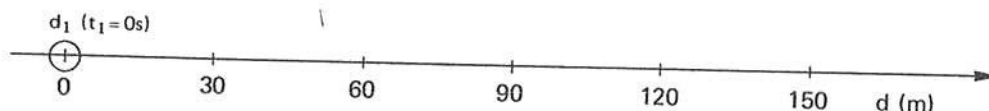


- b. Vamos representá-la através do eixo abaixo. À origem do eixo corresponde a origem da estrada.

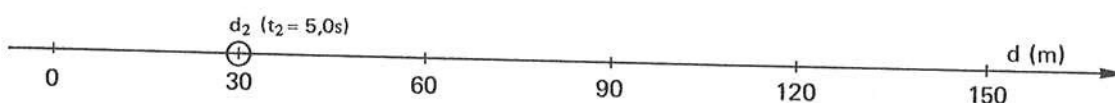


- c. Através do eixo acima vamos estudar o movimento de um veículo num trecho da referida estrada.

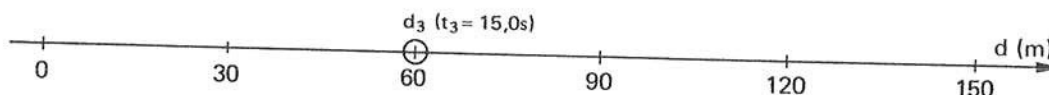
- d. Um ponto sobre o eixo indica um veículo em movimento. Ao passar pela origem do eixo, um cronômetro é ligado. A posição do veículo neste instante é $d_1 = 0$ m e o instante inicial $t_1 = 0$ s. Isto significa que começaremos a contar os tempos no instante em que o veículo passa pela posição inicial $d_1 = 0$ m.



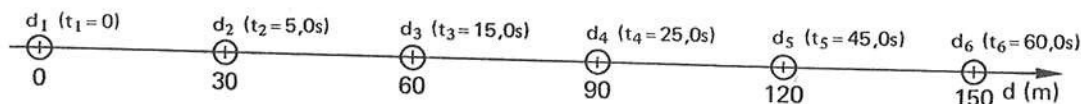
- e. Instantes após o veículo atinge a posição $d_2 = 30$ m. Ao passar por esta posição o cronômetro indica 5,0 s.



- f. Algum tempo após o veículo atinge a posição $d_3 = 60$ m. Neste instante o cronômetro registra 15,0 s.



- g. A figura abaixo indica o eixo citado anteriormente. Algumas posições ocupadas pelo veículo e os respectivos instantes em que o móvel passou por elas estão indicadas sobre o eixo.



- 1 ■ No item d, para o instante inicial $t_1 = 0$ s, a posição inicial do veículo é $d_1 =$ _____ m; no item e, ao passar pela posição $d_2 = 30$ m, o cronômetro registra _____.

0 (zero); 5,0 s

- 2 ■ O tempo gasto pelo veículo para movimentar-se da posição $d_1 = 0$ m até a posição $d_2 = 30$ m foi de _____.

5,0 s

- 3 ■ Itens e e f: O tempo para o veículo ir da posição $d_2 = 30$ m até a posição $d_3 = 60$ m foi de _____.

10,0 s

- 4 ■ Item g: No instante $t_4 = 25,0$ s a posição do veículo é $d_4 =$ _____.

90 m

- 5 ■ Item g: O veículo passa pela posição $d_5 =$ _____ no instante $t_5 =$ _____.

120 m; 45,0 s

- 6 ■ Definimos intervalo de tempo entre os instantes t_1 e t_2 como sendo a diferença entre os referidos instantes:

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

O símbolo Δ , empregado antes da letra t , é a letra maiúscula grega chamada de delta, e significa "diferença".

Item g: O intervalo de tempo entre os instantes t_1 e t_2 é _____.

5,0 s

- 7 ■ Item g: É usual representar o intervalo de tempo da seguinte forma:

$$\Delta t = t_f - t_i$$

onde t_i representa o instante inicial em que determinado fenômeno é focalizado e t_f corresponde ao instante final. Assim, no exemplo dado no item anterior, ao instante inicial corresponde o instante t_1 e ao instante final corresponde o instante t_2 , ou seja, $t_i = t_1$ e $t_f =$ _____.

t_2

- 8 ■ Ao definirmos intervalo de tempo como sendo a diferença entre os instantes final e inicial de determinado fenômeno observado, quer dizer que estamos preocupados com o que ocorre entre aqueles referidos instantes. No item g, o intervalo de tempo entre os instantes $t_1 =$ _____ e $t_3 =$ _____ é:

$$\Delta t = t_f - t_i =$$

0 s; 15,0 s; 15,0 s

- 9 ■ Item g: O intervalo de tempo gasto pelo veículo para passar da posição d_2 para a d_5 é $\Delta t =$ _____.

40,0 s

- 10 ■ Item g: O intervalo de tempo entre os instantes t_5 e t_6 é _____.

$\Delta t = 15,0$ s

- 11 ■ As aulas do período noturno começam às 19 h 30 min e terminam às 23 h. O intervalo de tempo correspondente é:

$$\Delta t = t_f - t_i = =$$

23 h - 19 h 30 min; 3 h 30 min

- 12 ■ O intervalo de tempo gasto em uma viagem foi de 4 h. A viagem iniciou às 15 h, logo terminou às _____.

19 h

- 13 ■ O deslocamento de um móvel entre dois instantes quaisquer t_1 e t_2 é a diferença entre as posições do móvel no instante t_2 e t_1 . Sendo d_1 a posição do móvel no instante t_1 e d_2 a posição no instante t_2 , podemos escrever:

$$\Delta d = d_2 - d_1$$

Da mesma forma como definimos intervalo de tempo, ao instante inicial associaremos a posição inicial do móvel e a chamaremos de d_i e ao instante final associaremos a posição final e a chamaremos de d_f . Desta forma, o deslocamento de um móvel entre os instantes inicial e final pode ser definido assim:

$$\Delta d = d_f - d_i$$

Item g: O deslocamento do móvel entre os instantes $t_1 = 0$ s e $t_2 = 5,0$ s é:

$$\Delta d = d_f - d_i = 30 - \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

0; 30 m

- 14 ■ Item g: O deslocamento do móvel entre os instantes $t_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ e $t_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ é $\Delta d = \underline{\hspace{2cm}}$.

5,0 s; 15,0 s; 30 m

- 15 ■ Item g: O deslocamento do móvel entre os instantes t_3 e t_6 é _____.

$\Delta d = 90$ m

- 16 ■ Item g: O deslocamento do veículo entre os instantes t_1 e t_6 é _____.

$\Delta d = 150$ m

- 17 ■ Portanto o deslocamento de um móvel entre dois instantes quaisquer é a diferença entre a posição final e a _____.

inicial

- 18 ■ Sempre que estivermos estudando o movimento de um objeto entre dois instantes quaisquer, ao primeiro instante (t_i) associaremos a posição inicial do móvel (d_i) e ao segundo instante (t_f), a _____ do móvel (d_f).

posição final

- 19 ■ Item g: Se estudarmos o movimento do veículo entre os instantes $t_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ s e $t_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ s, verificaremos que $t_4 = t_i$ (instante inicial) e $t_6 = \underline{\hspace{2cm}}$ (instante final).

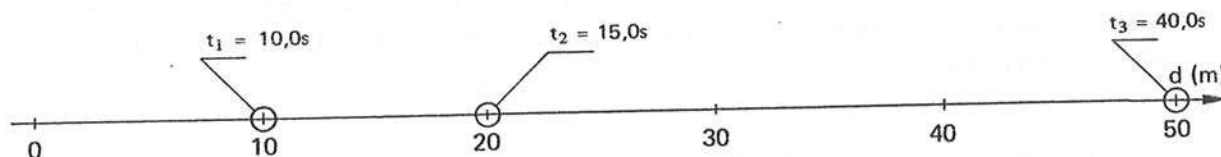
25,0; 60,0; t_f

- 20 ■ Com relação ao item anterior, o deslocamento do móvel entre os instantes inicial $t_i =$ _____ e final $t_f =$ _____ corresponderá à diferença entre a posição final d_f e a inicial d_i , no caso:

$$\Delta d = d_f - d_i = \underline{\hspace{2cm}}$$

25,0 s; 60,0 s; 60 m

- 21 ■ Observe o eixo abaixo. Nele indicamos as posições de um veículo que se desloca numa estrada retilínea. Os instantes t_1 , t_2 e t_3 indicam as marcações de um cronômetro utilizado para estudar o movimento do referido veículo.



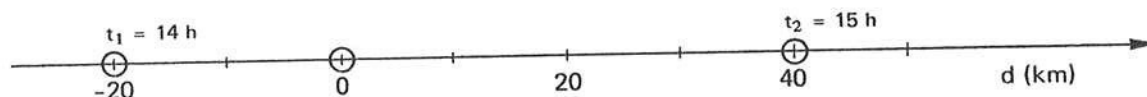
Determine os deslocamentos do veículo entre os instantes t_1 e t_2 , t_2 e t_3 e finalmente entre os instantes t_1 e t_3 .

10 m; 30 m; 40 m

- 22 ■ Com relação ao item anterior, determine os valores dos intervalos de tempo decorridos em cada deslocamento.

5,0 s; 25,0 s; 30,0 s

- 23 ■ Verifique o eixo abaixo. Ele representa uma estrada retilínea. Às 14 h um veículo passa pela posição $d_1 = -20$ km. Às 15 h ele atinge a posição $d_2 = 40$ km. O deslocamento do veículo entre os instantes $t_1 =$ _____ e $t_2 =$ _____ foi de _____.

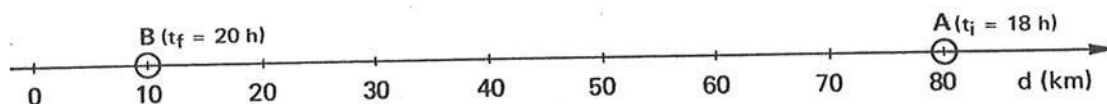


14 h; 15 h; $\Delta d = d_f - d_i = (40 \text{ km}) - (-20 \text{ km}) = 60 \text{ km}$

- 24 ■ Com referência ao item anterior, para o veículo deslocar-se 60 km entre os instantes considerados, o correspondente intervalo de tempo foi de _____.

1 hora

- 25 ■ Observe o eixo construído a seguir. Nele representamos, através dos pontos A e B, as posições de um veículo que se desloca numa estrada retilínea. O ponto A indica a posição inicial do veículo ($d_i =$ _____) e o ponto B a posição final ($d_f =$ _____). O deslocamento do veículo entre os instantes $t_i = 18$ h e $t_f = 20$ h foi de _____.



80 km; 10 km; $\Delta d = d_f - d_i = (10 \text{ km}) - (80 \text{ km}) = -70 \text{ km}$

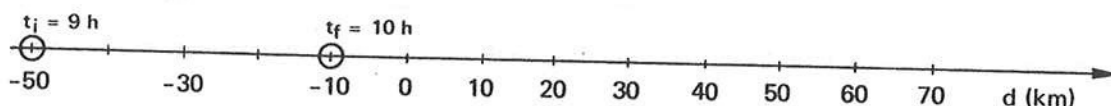
- 26 ■ O sinal -, na resposta do item anterior, indica que o deslocamento do veículo foi no sentido (positivo; negativo) do eixo.

negativo

- 27 ■ Com relação ao item 25, o intervalo de tempo para o veículo deslocar-se de -70 km foi de _____.

$$\Delta t = t_f - t_i = 2 \text{ h}$$

- 28 ■ Observe o eixo abaixo. Nele indicamos um veículo passando pela posição (-50 km) no instante $t_i = 9 \text{ h}$ e momentos após, em $t_f = 10 \text{ h}$, o veículo atinge a posição (-10 km). No intervalo de tempo $\Delta t = 1 \text{ h}$ o veículo deslocou-se $\Delta d =$ _____.



$$\Delta d = d_f - d_i = (-10 \text{ km}) - (-50 \text{ km}) = 40 \text{ km}$$

- 29 ■ Com relação ao item anterior, se o veículo passasse pela posição $d_i = -10 \text{ km}$ às 15 h e atingisse a posição $d_f = -50 \text{ km}$ às 15 h 40 min, o deslocamento do veículo no intervalo de tempo de 40 min seria de _____.

$$\Delta d = d_f - d_i = (-50 \text{ km}) - (-10 \text{ km}) = -40 \text{ km}$$

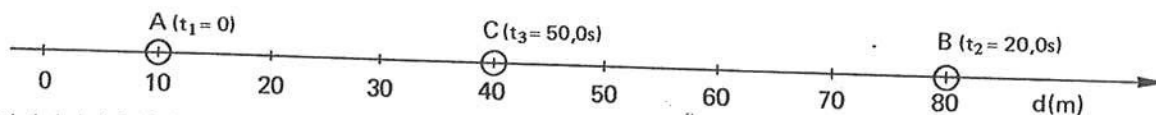
- 30 ■ Quando um móvel se desloca no sentido positivo do eixo, o deslocamento é (positivo; negativo). Quando o deslocamento se dá no sentido negativo do eixo, ele é (positivo; negativo).

positivo; negativo

- 31 ■ Pode haver deslocamentos negativos mesmo que o móvel percorra o semi-eixo positivo e, da mesma forma, o deslocamento pode ser positivo mesmo que o veículo percorra o semi-eixo negativo. O sinal negativo ou positivo do deslocamento é determinado pelas posições final e inicial; se $d_i > d_f$ o deslocamento será (negativo; positivo) e se $d_f > d_i$ o deslocamento será (positivo; negativo).

negativo; positivo

- 32 ■ Um veículo percorre uma trajetória retilínea representada pelo eixo abaixo. Ao passar pela posição A (10 m) um cronômetro é acionado. Ele atinge a posição B (80 m) e em seguida retorna até atingir a posição C (40 m). Os instantes correspondentes a cada posição estão indicados no eixo. O intervalo de tempo para o veículo, partindo de A, atingindo B e em seguida retornando até C, foi de _____. O deslocamento do móvel naquele intervalo de tempo foi de _____.



$$50,0 \text{ s}; \Delta d = d_f - d_i = (40 \text{ m}) - (10 \text{ m}) = 30 \text{ m}$$

- 33 ■ Reexamine a questão anterior. O deslocamento de um móvel qualquer não é sinônimo de espaço percorrido pelo mesmo. No exemplo do item anterior o veículo percorreu o espaço de _____ no intervalo de tempo considerado (50,0 s) e seu deslocamento foi de _____.

110 m; 30 m

- 34 ■ O deslocamento indica quanto um móvel se desloca, quer no sentido positivo quer no negativo de um dado eixo, e (é; não é) sinônimo de espaço percorrido pelo móvel.

não é

- 35 ■ Um veículo parte da posição A (10 km), atinge a posição B (50 km) e retorna em seguida para a posição de partida A (10 km), em determinado intervalo de tempo. O deslocamento do móvel foi de _____.

$$\Delta d = d_f - d_i = (10 \text{ km}) - (10 \text{ km}) = 0 \text{ km}$$

- 36 ■ Reexamine a questão anterior. O deslocamento do veículo foi zero, ao passo que o mesmo percorreu o espaço de _____ km.

80

Observação: No estudo dos movimentos, apenas em casos particulares nós nos preocuparemos com o espaço percorrido.

SEÇÃO 4 – VELOCIDADE MÉDIA E VELOCIDADE INSTANTÂNEA

A – VELOCIDADE MÉDIA

- 1 ■ Releia atentamente o Quadro A. Definiremos velocidade média de um móvel, e a representaremos por v_m , como sendo a relação entre o deslocamento de um móvel e o correspondente intervalo de tempo para efetuar tal deslocamento:

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$$

Quadro A, item g: Entre os instantes $t_1 = 0 \text{ s}$ e $t_2 = 5,0 \text{ s}$, o deslocamento do móvel foi de _____ e o correspondente intervalo de tempo, _____. Por definição, a velocidade média do móvel foi de _____.

$$30 \text{ m}; 5,0 \text{ s}; v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = 6,0 \text{ m/s}$$

- 2 ■ Quando afirmamos que a velocidade média de um veículo é de 6,0 m/s (seis metros por segundo), significa que em média ele se desloca 6 metros em cada segundo. Quando um veículo percorre determinado trecho de uma trajetória retilínea com a velocidade média de 36 km/h (36 quilômetros por hora), significa que em cada hora ele percorre em média _____.

36 km

- 3 ■ Item g: A velocidade média do veículo entre os instantes t_1 e t_3 é de _____.

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ m}}{15 \text{ s}} = 4,0 \text{ m/s}$$

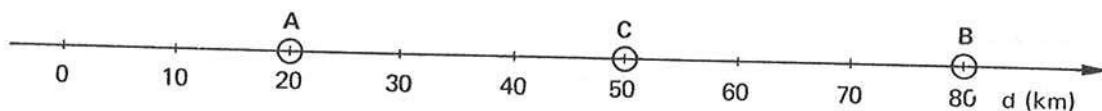
- 4 ■ Analogamente, a velocidade média do veículo entre os instantes t_2 e t_3 é de _____

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 3,0 \text{ m/s}$$

- 5 ■ Item g: A velocidade média do veículo entre os instantes t_1 e t_6 é de _____

2,5 m/s

- 6 ■ Observe o eixo abaixo. Nele representamos um veículo deslocando-se ao longo de uma estrada retilínea. O carro parte da posição A (20 km) e atinge a posição B (80 km) e em seguida retorna até a posição C (50 km). O intervalo de tempo para efetuar o deslocamento foi de 2,0 horas. Determine a velocidade média do veículo.



$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{30 \text{ km}}{2,0 \text{ h}} = 15 \text{ km/h}$$

- 7 ■ Ainda com relação ao item anterior, se o veículo partisse da posição A (20 km) dirigindo-se até a posição B (80 km) e em seguida retornando à posição A (20 km), no intervalo de tempo de 3,0 horas, qual seria a velocidade média do veículo?

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{(20 \text{ km}) - (20 \text{ km})}{3,0 \text{ h}} = \frac{0}{3,0} = 0$$

- 8 ■ Um veículo parte da posição A (200 m) no instante $t_A = 20,0 \text{ s}$ e atinge a posição B (80 m) no instante $t_B = 50,0 \text{ s}$. A velocidade média do veículo foi de _____

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{(80 \text{ m}) - (200 \text{ m})}{(50,0 \text{ s}) - (20,0 \text{ s})} = \frac{-120 \text{ m}}{30,0 \text{ s}} = -4,0 \text{ m/s}$$

- 9 ■ O sinal -, na resposta anterior, indica que o veículo se movimenta no sentido (positivo; negativo) do eixo.

negativo

- 10 ■ Um móvel parte da posição $d_i = -40 \text{ m}$ e atinge a posição $d_f = 60 \text{ m}$ no intervalo de tempo de 50,0 s. Qual é a velocidade média do veículo? _____

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{(60 \text{ m}) - (-40 \text{ m})}{50,0 \text{ s}} = \frac{100 \text{ m}}{50,0 \text{ s}} = 2,0 \text{ m/s}$$

- 11 ■ Um projétil é lançado verticalmente para cima atingindo a altura de 180 m e em seguida cai no local de onde partiu. O intervalo de tempo durante a ascensão e a queda foi de 12,0 s. Qual foi a velocidade média do projétil? _____

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{0}{12,0} = 0$$

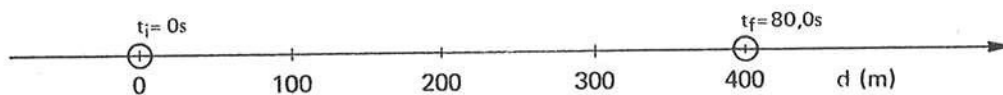
(O deslocamento do projétil é zero, uma vez que a posição final coincide com a inicial e por definição o deslocamento é igual a $d_f - d_i$.)

- 12 ■ Quando um móvel efetua um deslocamento de tal forma que sua posição final (d_f) coincide com sua posição inicial (d_i), isto é, o veículo parte de um ponto e em seguida retorna ao ponto de partida, o deslocamento do mesmo é _____ e, conseqüentemente, sua velocidade média também vale _____.

0; 0

B – VELOCIDADE INSTANTANEA

- 1 ■ Vamos estudar a seguinte situação. Um veículo acha-se estacionado num determinado ponto de uma rua. O motorista quer determinar sua velocidade média entre o ponto onde se encontra até outro situado 400 m adiante. Liga o motor do carro e ao partir liga um cronômetro; ao atingir um cruzamento pára e em seguida continua até atingir o ponto de chegada. Ao atingi-lo desliga o cronômetro e verifica a marcação: $t_f = 80,0$ s. Vamos construir um eixo para melhor estudar o movimento do referido carro:



O deslocamento do veículo foi de _____, ao passo que o correspondente intervalo de tempo para efetuar tal deslocamento foi de _____.

$$\Delta d = d_f - d_i = (400 \text{ m}) - (0) = 400 \text{ m}$$

$$\Delta t = t_f - t_i = (80,0) - (0) = 80,0 \text{ s}$$

- 2 ■ Com relação ao item anterior, podemos afirmar que a velocidade média do veículo foi de _____.

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{400 \text{ m}}{80,0 \text{ s}} = 5,0 \text{ m/s}$$

- 3 ■ Com relação ao item anterior, ao afirmarmos que a velocidade média foi de 5,0 m/s, estamos dizendo que em média o veículo percorreu _____ m em cada segundo. Isto (significa; não significa) que o velocímetro do veículo marcou sempre o valor 5,0 m/s; ele pode ter acusado, em cada instante, valores acima e abaixo do valor médio.

5,0; não significa

- 4 ■ Um jornal estampou a seguinte manchete: "Emerson Fittipaldi venceu em Interlagos: desenvolveu a velocidade média de 186 km/h". A afirmação do jornal indica que em todos os instantes o veículo pilotado por Fittipaldi acusou a marca de 186 km/h? (sim; não)

não

- 5 ■ A velocidade em um dado instante é chamada de velocidade instantânea e a designaremos pela letra v . A velocidade que um velocímetro nos fornece é a instantânea. Quando se afirma: "um veículo ultrapassou outro a 100 km/h", significa que no instante em que ele ultrapassou o outro veículo sua velocidade era de 100 km/h. A velocidade média é a considerada num intervalo de tempo, ao passo que a velocidade instantânea é a considerada num determinado instante. Portanto, o velocímetro de um carro nos fornece a velocidade (média; instantânea).

instantânea

- 6 ■ Imagine-se no interior de um veículo que se encontra inicialmente parado. O motorista aciona o motor e “arranca” no mesmo instante em que um cronômetro é ligado. A velocidade do veículo cresce rapidamente até atingir o valor de 72 km/h (20 m/s); neste instante o cronômetro é desligado e verifica-se que, desde o instante inicial da partida do veículo até ele atingir a velocidade de 20 m/s, decorreram-se 10 s e durante este intervalo de tempo o veículo deslocou-se 100 m. Portanto, a velocidade média do veículo foi de _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

10 m/s

- 7 ■ Com referência ao item anterior, a velocidade média do veículo foi de 10 m/s, entretanto a velocidade instantânea do mesmo variou de 0 até 20 m/s. Portanto, a velocidade média do móvel foi (igual; diferente) da velocidade instantânea no instante $t_f = 10$ s.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

diferente

SEÇÃO 5 – MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

- 1 ■ Vamos supor um veículo movendo-se numa rodovia retilínea e que seu velocímetro marque sempre um determinado valor, por exemplo, 10 m/s (36 km/h). Chamaremos este tipo de movimento de movimento retilíneo uniforme, abreviadamente, MRU. Portanto, no movimento retilíneo uniforme, o valor da velocidade (varia; não varia) à medida que o tempo passa.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

não varia

- 2 ■ Quando afirmamos que um móvel executou movimento retilíneo uniforme, queremos dizer que durante todo o intervalo de tempo em que o móvel foi focalizado o valor de sua velocidade (variou; não variou).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

não variou

- 3 ■ No MRU a velocidade de um dado móvel (varia; não varia) com o tempo. Temos um tipo de movimento no qual a v_m (velocidade média) do móvel é igual à v (velocidade instantânea).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

não varia

- 4 ■ Quando um móvel executa um movimento retilíneo de tal forma que durante todo o intervalo de tempo em que é focalizado o valor da sua velocidade instantânea não varia, temos um tipo de movimento chamado de _____.

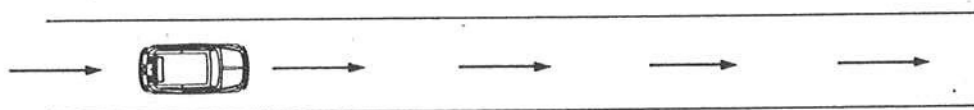
★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

movimento retilíneo uniforme ou MRU

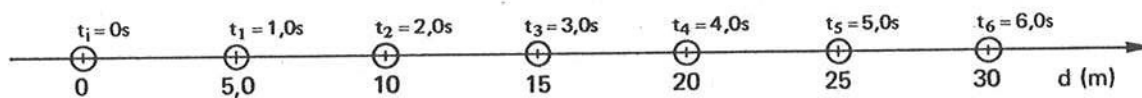
Leia atentamente o Quadro B e em seguida responda às questões referentes a ele.

QUADRO B

- a. A figura abaixo indica um veículo movendo-se em uma trajetória retilínea. Um cronômetro nos fornece os instantes em que o veículo passa pelos marcos desta estrada.



- b. O eixo abaixo representa a estrada do item 1. As sucessivas posições do veículo e os correspondentes instantes estão anotados no eixo:



- c. A tabela ao lado nos fornece as posições do veículo e os correspondentes instantes em que o veículo passou por elas:

d (m)	t (s)
0	0
5	1,0
10	2,0
15	3,0
20	4,0
25	5,0
30	6,0

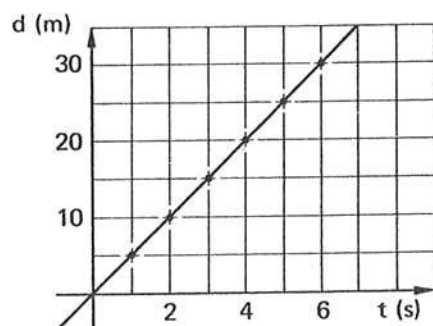
- 5 ■ No instante $t_2 = 2,0$ s a posição do veículo é de _____.

10 m

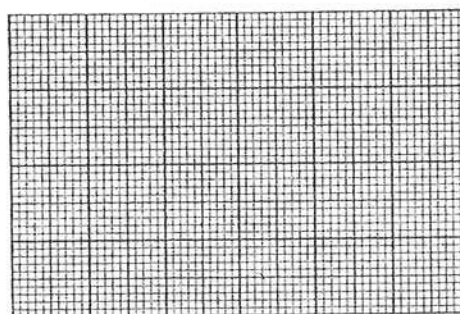
- 6 ■ O veículo passa pela posição $d = 25$ m no instante _____.

$t_5 = 5,0$ s

- 7 ■ Vamos determinar de que forma a posição do veículo (d) depende do tempo (t). Com os valores da tabela do item c do quadro acima, construa um gráfico, colocando os valores das posições no eixo das ordenadas. Ligue os pontos. A curva obtida foi uma (reta; parábola; circunferência).



; reta



- 8 ■ A reta obtida (passa; não passa) pela origem do sistema de coordenadas.

passa

- 9 ■ Se obtivemos uma reta no plano cartesiano, a função a ela associada é (linear; não linear) e sua equação é do tipo $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

linear; $ax + b$

- 10 ■ Vamos agora determinar a expressão matemática do movimento descrito no Quadro B, isto é, verificar de que forma a posição do veículo (d) depende do tempo (t). O primeiro passo consiste em determinar a declividade da reta construída no item 7. Determine seu valor:

$$\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{5,0 - 0}{1,0 - 0} \text{ (ou qualquer outro par de pontos); } 5,0 \text{ m/s}$$

- 11 ■ Observe a diferença $d_2 - d_1$, do item anterior. Ela representa o $\underline{\hspace{2cm}}$ do veículo entre os instantes t_1 e t_2 .

deslocamento

- 12 ■ Ao calcularmos a declividade da reta no item 10, encontramos a mesma expressão da velocidade média já vista anteriormente, ou seja $v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$. Como a declividade de uma reta possui um valor constante, a velocidade média do veículo é igual à velocidade instantânea, logo $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$.

v

- 13 ■ Portanto, se no plano cartesiano o gráfico $d \times t$ nos fornecer uma reta, trata-se de movimento retilíneo uniforme que, por definição, tem sua velocidade instantânea (constante; variável).

constante

- 14 ■ Determinada a declividade da reta que corresponde, no caso em estudo, à velocidade instantânea do veículo, podemos determinar a equação deste movimento. Para tanto basta determinar a equação da reta construída no item 7. Sua equação é:

$$d - d_i = v(t - t_i)$$

onde $v = 5,0 \text{ m/s}$ e d corresponde à posição do veículo num instante qualquer t .

Calcule a equação deste movimento. $\underline{\hspace{2cm}}$

$$d = 5,0 \cdot t$$

- 15 ■ A equação obtida no item anterior chama-se equação horária do movimento. O valor 5,0 da referida equação corresponde à $\underline{\hspace{2cm}}$ do veículo.

velocidade instantânea (v)

- 16 ■ Através da equação horária $d = 5,0 \cdot t$ podemos obter qualquer informação a respeito da posição ou instante que quisermos. Por exemplo, se pretendermos obter a posição do veículo no instante $t = 50,0$ s, basta efetuar:

$$d = 5,0 (50) = 250 \text{ m} = 2,5 \times 10^2 \text{ m (2 algarismos significativos)}$$

Determine a posição do veículo no instante igual a 120,0 s. _____.

$$d = 6,0 \times 10^2 \text{ m}$$

- 17 ■ Da mesma forma podemos determinar o instante em que o móvel atinge determinada posição. Por exemplo, o móvel atinge a posição $d = 80$ m no instante t igual a:

$$80 = 5,0 \cdot t \quad \text{ou seja} \quad t = \frac{80}{5,0} = 16,0 \text{ s}$$

Determine o instante em que o veículo atinge a posição $d = 60$ m.

$$12,0 \text{ s}$$

- 18 ■ A equação encontrada para o movimento em estudo foi de $d = 5,0 \cdot t$ e portanto para o instante inicial $t_i = 0$ a posição do veículo é $d_i = 5 (0) = 0$, ou seja, quando o tempo começou a ser contado o veículo encontrava-se na _____.

origem

- 19 ■ Dada a equação horária de um movimento $d = 4,0 \cdot t$, podemos afirmar que a velocidade do móvel é _____ (onde d é medido em metros e t em segundos).

$$4,0 \text{ m/s}$$

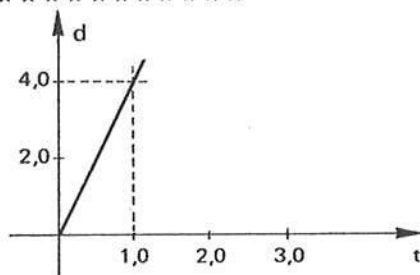
- 20 ■ Com relação ao item anterior a posição do veículo no instante $t = 10,0$ s é _____.

$$4,0 \times 10 \text{ m (2 algarismos significativos)}$$

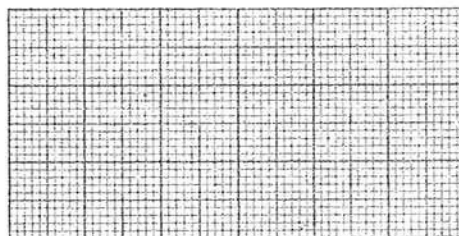
- 21 ■ Com referência ao item 19, em que instante o veículo atinge a posição $d = 60$ m?

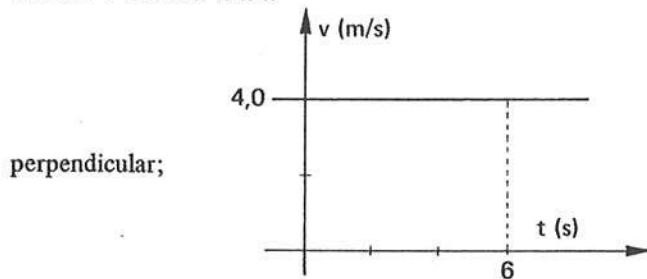
$$15,0 \text{ s}$$

- 22 ■ Construa o gráfico $d \times t$ da equação horária do item 19 acima.



- 23 ■ Vamos construir um gráfico cartesiano, no espaço ao lado, da velocidade instantânea em função do tempo. Coloque os valores do tempo no eixo das abscissas e o valor da velocidade no eixo das ordenadas. A reta obtida é (paralela; perpendicular) ao eixo das ordenadas.





- 24 ■ Quando um móvel executa MRU, seu gráfico $v \times t$ nos fornece uma reta perpendicular ao eixo das ordenadas (v) num ponto que corresponde ao valor da (velocidade; deslocamento; instante).

velocidade

- 25 ■ Retorne ao item 23 acima. Calcule a área do retângulo cujos vértices possuem as seguintes coordenadas: (0, 0), (6, 0), (0, 4) e (6, 4); seu valor é _____.

24 m

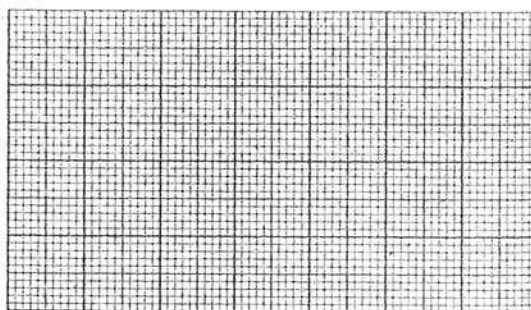
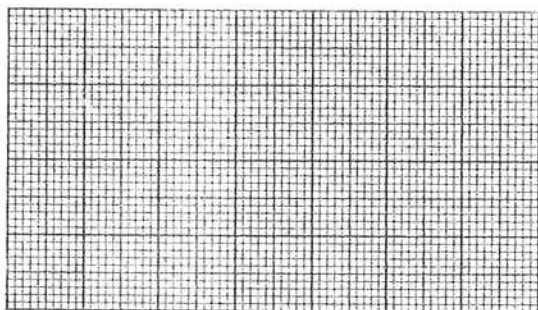
- 26 ■ Para determinarmos a área do retângulo do item anterior, efetuamos: $A_{\text{ret.}} = \text{base} \times \text{altura}$. O valor da base é $\Delta t = 60,0$ s, e o da altura é $v = 4,0$ m/s, logo a área do referido retângulo é dado por: $A_{\text{ret.}} = \Delta t \cdot v$. Mas $v \cdot \Delta t$ nada mais é que o _____ do móvel no intervalo de tempo Δt .

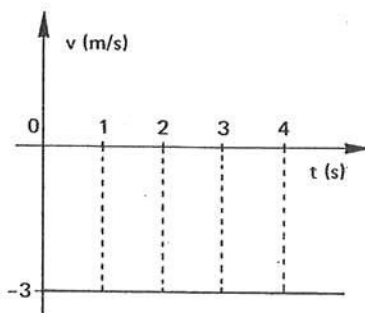
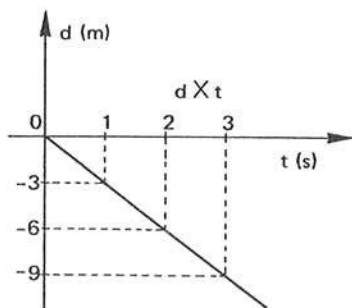
deslocamento

- 27 ■ Portanto no gráfico $v \times t$, para determinar o deslocamento de um móvel num intervalo de tempo Δt qualquer, basta determinarmos a _____ do retângulo de tal forma que um de seus lados corresponda ao valor de Δt e o outro ao valor de v .

área

- 28 ■ A equação horária de um movimento é $d = -3t$. Construa o gráfico $d \times t$ e $v \times t$ para este movimento.





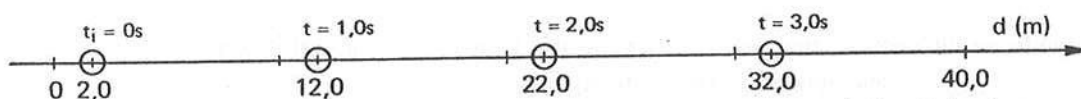
- 29 ■ Verifique o gráfico $v \times t$ acima. Observe que a reta construída no gráfico encontra-se (abaixo; acima) do eixo dos tempos (t). Logo, a área de qualquer retângulo nos fornecerá um deslocamento (positivo; negativo).

abaixo; negativo

Leia atentamente o Quadro C, onde descrevemos o movimento de um veículo em uma estrada retilínea. Em seguida, responda às questões referentes a ele.

QUADRO C

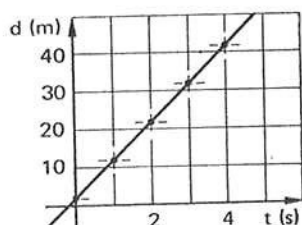
- a. O eixo indica uma estrada retilínea e os instantes marcados sobre o eixo indicam os momentos em que o veículo parou pelas posições marcadas sobre o eixo.



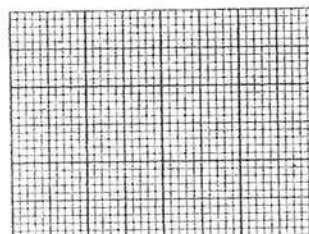
- b. Podemos construir a seguinte tabela de valores para as posições e os correspondentes instantes:

d (m)	t (s)
2,0	0
12,0	1,0
22,0	2,0
32,0	3,0
...	...

- 30 ■ Com a tabela de valores fornecida no item c, construa um gráfico $d \times t$ (posição em função do tempo). A reta obtida (passa; não passa) pela origem.



; não passa



- 31 ■ A posição inicial do veículo (para o instante inicial $t_i = 0$) é $d_i =$ _____.

2,0 m

- 32 ■ Vamos agora determinar a equação horária deste movimento. Primeiramente determine a declividade da reta construída no item 30. Seu valor é _____ e corresponde à _____ do móvel.

10 m/s; velocidade instantânea ou v

- 33 ■ Determine agora a equação desta reta, cujo resultado é chamado de equação horária do movimento.

$$d = 2,0 + 10 t$$

- 34 ■ O resultado encontrado, $d = 2,0 + 10 t$, indica que para o instante inicial ($t_i = 0$) a posição inicial do veículo será $d_i =$ _____.

2,0 m

- 35 ■ Desde que um veículo execute movimento retilíneo e uniforme (velocidade instantânea constante), podemos deduzir a equação geral para este tipo de movimento, ou seja:

$$d = d_i + v \Delta t$$

Portanto, se obtivermos num gráfico cartesiano $d \times t$ uma reta, o móvel executa _____ e sua equação horária é do tipo _____.

movimento retilíneo uniforme; $d = d_i + v \Delta t$

- 36 ■ $d = d_i + v \Delta t$. Lembrando que $\Delta t = t_f - t_i$, quando o instante inicial (t_i) for igual a zero, podemos escrever $\Delta t = t_f$. Neste caso é usual representarmos a equação horária do movimento retilíneo uniforme como se segue:

$$d = d_i + v t$$

A equação horária de um móvel que executa MRU nos dá a posição de um veículo, em um determinado instante, desde que conheçamos sua velocidade (v), o instante inicial (t_i) e a sua posição _____.

inicial

- 37 ■ Um móvel executa movimento retilíneo uniforme, sendo sua equação horária $d = 6 - 4t$. Sendo as posições dadas em metros e os instantes em segundos, verifica-se que a posição inicial do móvel é _____ e sua velocidade é _____ m/s.

6 m; -4

- 38 ■ O sinal - da velocidade do móvel, no item anterior, indica que o móvel se desloca no sentido (positivo; negativo) do eixo.

negativo

- 39 ■ A velocidade de um móvel que executa MRU é 3 m/s e sua posição inicial é -8 m. Sua equação horária é $d =$ _____.

$$-8 + 3 \Delta t$$

- 40 ■ Com relação ao item anterior, se o instante inicial for igual a zero ($t_i = 0$), a equação horária do movimento pode ser escrita $d =$ _____ e para o instante $t = 5$ s a posição do móvel é $d =$ _____.

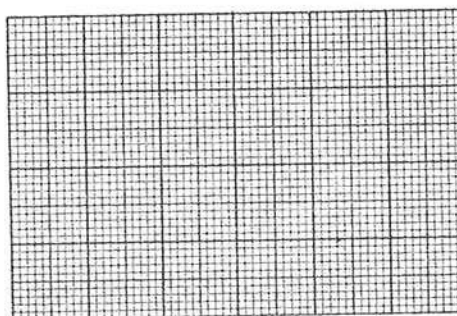
$$-8 + 3t; d = -8 + 3(5) = -8 + 15 = 7 \text{ m}$$

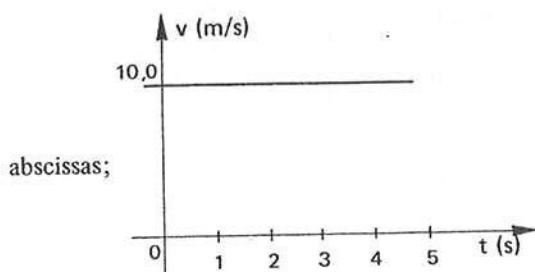
41 ■ Com relação ao item anterior, o móvel passa pela posição $d = 36$ m no instante $t =$ _____.

$$36 = -8 + 3t$$

$$36 + 8 = 3t \quad \text{e} \quad t = \frac{44}{3} \text{ s}$$

42 ■ Construa neste item o gráfico $v \times t$ correspondente ao movimento descrito no Quadro C. A reta obtida é paralela ao eixo das (abscissas; ordenadas).



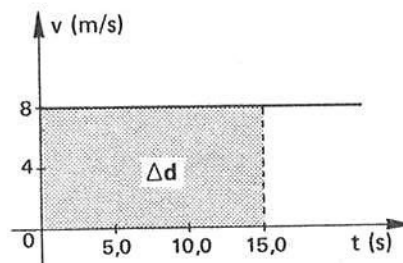


43 ■ Com relação ao item anterior, entre os instantes $t = 1,0$ s e $t = 3,0$ s, o deslocamento do móvel é representado pela área do retângulo cujos vértices possuem as coordenadas (1, 0), (3, 0), (1, 10) e (3, 10). Determine o valor da área do referido retângulo que representa o _____ do móvel entre os instantes $t = 1,0$ s e $t =$ _____.

$$A_{\text{ret.}} = v \Delta t = 10 (3,0 - 1,0) = 20 \text{ m; deslocamento; } 3,0 \text{ s}$$

44 ■ Observe o gráfico ao lado. Através de sua análise podemos concluir que o veículo, entre os instantes 0 e 15 s, (executa; não executa) MRU.

executa



45 ■ A área do retângulo nos fornece o _____ do móvel entre os instantes 0 e 15,0 s.

deslocamento

46 ■ Podemos equacionar o deslocamento do movimento descrito no item 44, da seguinte forma: $\Delta d = 8t$. O móvel desloca-se em 4 segundos _____ m.

32

- 47 ■ O gráfico ao lado representa a posição do veículo em relação ao tempo. No instante $t = 0$ é _____.

0

- 48 ■ A posição do veículo no instante $t = 4,0$ s é _____

12,0 m

- 49 ■ A velocidade do veículo é _____ m/s.
(Calcule a declividade da reta.)

3,0

- 50 ■ O gráfico representa o movimento do veículo do item 47 acima. A reta construída é paralela ao eixo das (abscissas; ordenadas).

abscissas

- 51 ■ A representação gráfica $v \times t$ de um móvel que executa MRU é uma reta perpendicular ao eixo v (ordenadas) em um ponto que corresponde à (posição; deslocamento; velocidade) do veículo e esta, por definição, é (constante; variável).

velocidade; constante

- 52 ■ Calcule através deste gráfico o deslocamento do veículo entre os instantes $t = 1,0$ s e $t = 3,0$ s. (Sugestão: Determine a área formada no referido gráfico.)

$$\Delta d = (3,0 - 1,0) (3,0) = 6,0 \text{ m}$$

- 53 ■ Retornando ao gráfico do item 47, para determinarmos a equação horária do movimento representado graficamente, basta determinarmos a equação da _____ construída no plano cartesiano.

reta

- 54 ■ A equação da reta construída é $d = \underline{\hspace{2cm}}$, onde a declividade da reta corresponde a (velocidade; deslocamento; posição) do veículo que está executando movimento _____.

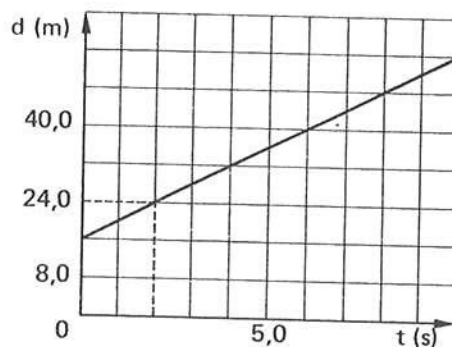
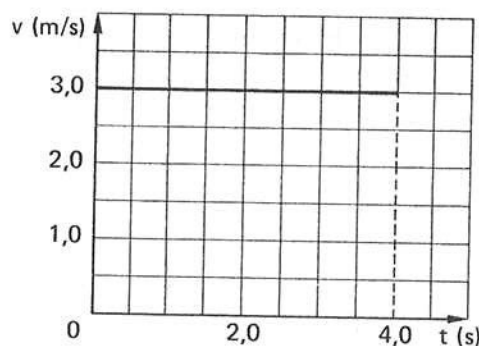
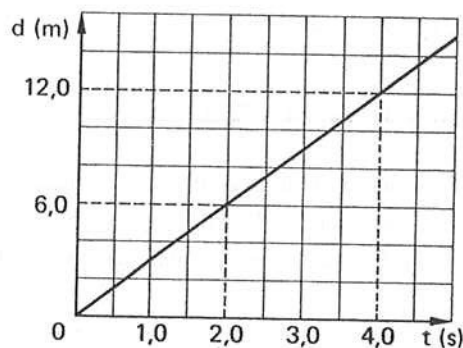
3t; velocidade; retilíneo uniforme

- 55 ■ Neste gráfico estamos indicando um veículo animado de _____.

movimento retilíneo uniforme ou MRU

- 56 ■ A posição inicial deste veículo (d_i) é _____.

16 m

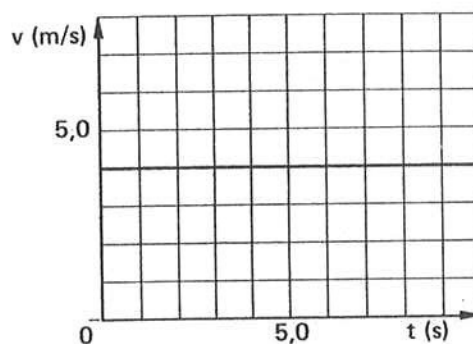


57 ■ No instante $t = 2,0$ s a posição do veículo é _____.

24,0 m

58 ■ Este gráfico mostra de que forma a velocidade depende do tempo. A figura construída é uma reta perpendicular ao eixo das velocidades no ponto _____.

(0,4)



59 ■ A equação horária do movimento representado graficamente na figura do item 55 é _____.

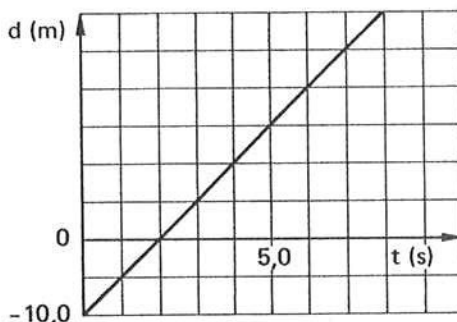
$d = 16 + 4t$

60 ■ Através da equação obtida no item anterior determine a posição do veículo no instante $t = 10,0$ s. _____

$d = 16 + 4t = 16 + 4(10) = 16 + 40 = 56$ m

61 ■ Neste gráfico, a posição inicial do veículo é $d_i =$ _____ m. O veículo atinge a posição 0 (origem) no instante $t =$ _____.

-10; 2,0

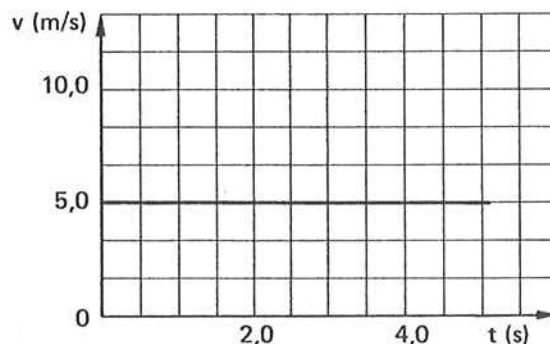


62 ■ Esta figura representa o gráfico $v \times t$ do movimento representado na figura anterior. A análise do gráfico nos indica que o veículo executa movimento _____ com velocidade constante de _____ m/s.

retilíneo uniforme; 5,0

63 ■ Veja o gráfico do item 61; a equação horária do movimento representado neste gráfico é $d =$ _____

$-10 + 5t$



64 ■ Através da equação horária deduzida no item anterior podemos determinar a posição do móvel em qualquer instante ou determinar o instante em que o móvel passa por uma dada posição. O veículo passa, no instante $t = 8,0$ s, pela posição $d =$ _____ m. O veículo passa pela posição $d = 90$ m no instante $t =$ _____ s.

$d = -10 + 5t = -10 + (5)(8) = -10 + 40 = 30$ m;

$d = -10 + 5t \therefore t = \frac{10 + d}{5} = \frac{10 + 90}{5} = \frac{100}{5} = 20,0$ s

- 65 ■ A posição inicial do móvel, cujo gráfico $d \times t$ é representado na figura, é $d_i =$ _____.

10 m

- 66 ■ A declividade da reta construída no plano cartesiano é (positiva; negativa). Isto significa que o móvel se desloca no sentido (positivo; negativo) do eixo _____

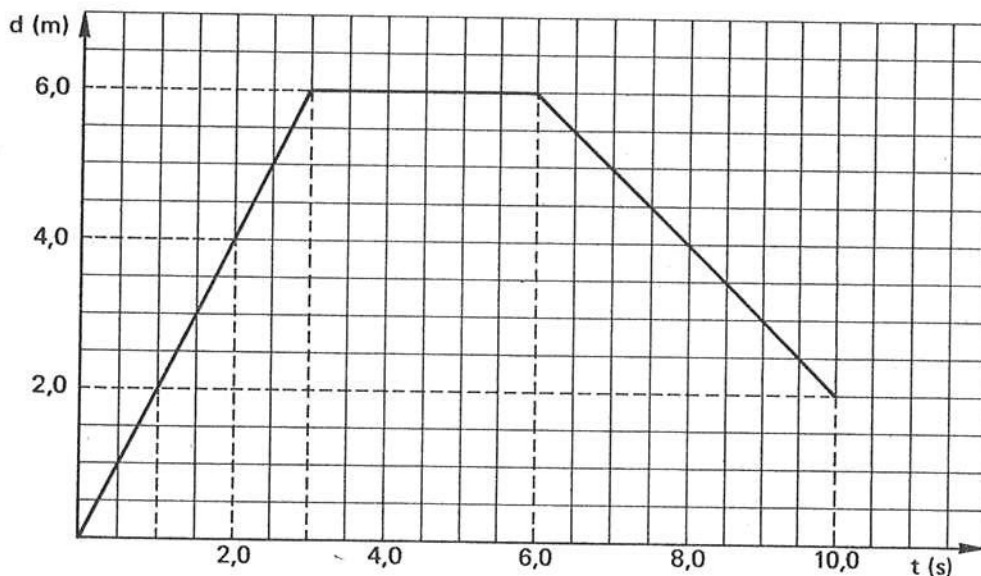
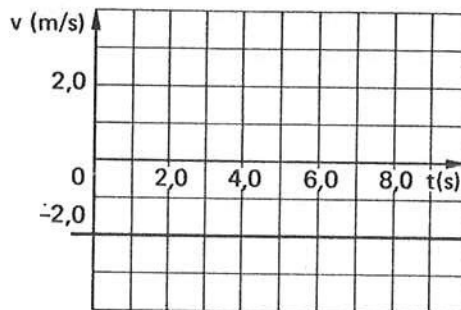
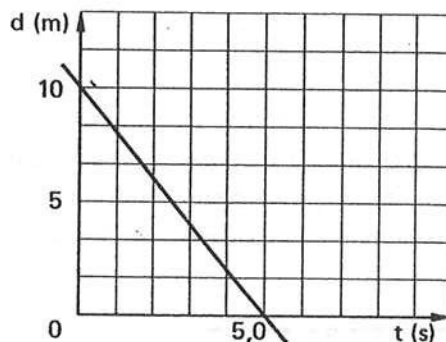
negativa; negativo

- 67 ■ A equação horária do movimento representado nesta figura é $d =$ _____.

$10 - 2t$

- 68 ■ Calcule o deslocamento do móvel entre os instantes $t = 2,0$ s e $t = 8,0$ s.

- 12 m



- 69 ■ O gráfico acima representa as posições de um veículo e os correspondentes instantes (entre $t = 0$ e $t = 10,0$ s). Entre os instantes $t = 0$ e $t = 3,0$ s, o veículo está animado de MRU com velocidade constante $v =$ _____. (Determine a declividade da reta.)

2,0 m/s

- 70 ■ Entre os instantes $t = 3,0$ s e $t = 6,0$ s, o veículo possui velocidade $v =$ _____.

0 (Observe no gráfico que o tempo cresce de 3,0 para 6,0 s, enquanto que o veículo permanece na posição 6m.)

- 71 ■ Entre os instantes $t = 6,0$ s e $t = 10,0$ s, o veículo está animado de MRU com velocidade (positiva; negativa), o que significa que ele está se movimentando no sentido (positivo; negativo) do eixo.

negativa; negativo

- 72 ■ A velocidade do veículo entre os instantes $t = 6,0$ s e $t = 10,0$ s, é $v = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s.

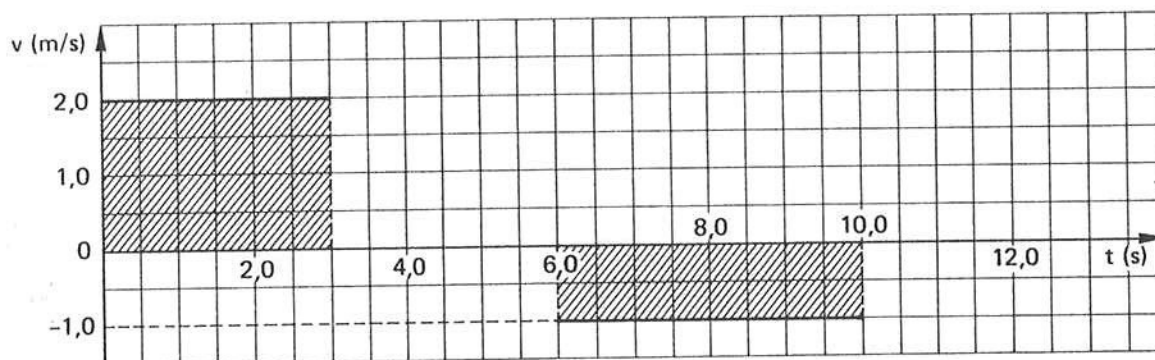
-1,0

- 73 ■ A velocidade média do veículo entre os instantes $t = 0$ e $t = 10,0$ s é $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{2,0 - 0}{10 - 0} = \frac{2,0}{10} = 0,20 = 2,0 \times 10^{-1} \text{ m/s}$$

- 74 ■ A velocidade média do veículo entre os instantes $t = 1,0$ s e $t = 10,0$ s é $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{2 - 2}{10 - 1} = \frac{0}{9} = 0$$



- 75 ■ Este gráfico representa o gráfico $v \times t$ do movimento descrito na figura do item 69. A análise deste gráfico nos informa que, entre os instantes 0 e 3,0 s, a velocidade do veículo é de $\underline{\hspace{2cm}}$. Entre 3,0 s e 6,0 s, a velocidade do veículo é $\underline{\hspace{2cm}}$ e finalmente, entre 6,0 e 10,0 s, a velocidade é $\underline{\hspace{2cm}}$.

2,0 m/s; 0; -1,0 m/s

- 76 ■ A soma das áreas das figuras aí construídas corresponde ao $\underline{\hspace{2cm}}$ do móvel entre os instantes 0 e 10,0 s.

deslocamento

- 77 ■ A soma da área do retângulo construído acima do eixo t com a do retângulo construído abaixo do mesmo eixo é $\underline{\hspace{2cm}}$ e corresponde ao deslocamento do veículo entre os instantes 0 e 10,0 s.

$$\Delta d = (2,0 \times 3,0) + (-1,0 \times 4,0) = 2,0 \text{ m} \text{ (Observe que este resultado coincide com o obtido através da figura do item 69.)}$$

- 78 ■ Reveja o gráfico do item 69. Podemos equacionar os três movimentos observados entre os instantes $t = 0$ e $t = 10,0$ s. A equação horária do móvel entre os instantes $t = 0$ e $t = 3,0$ s é $d =$ _____.

2t

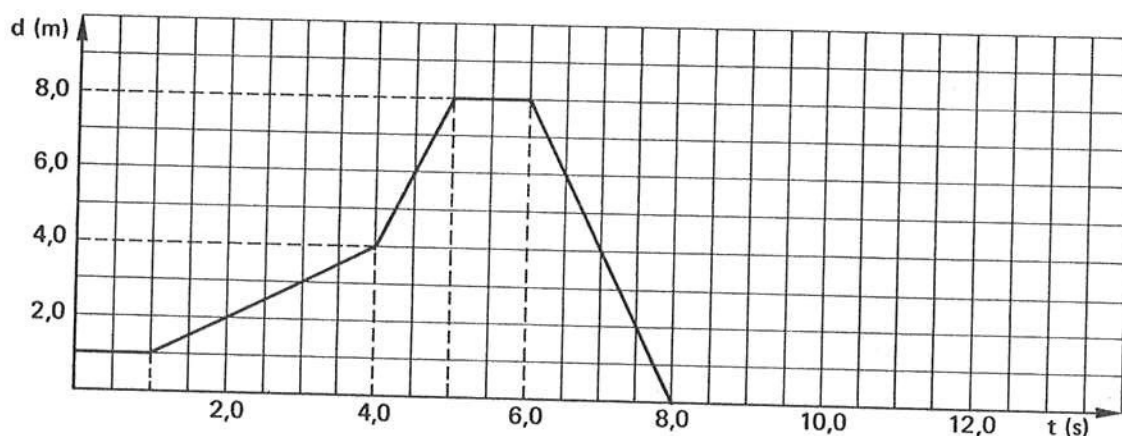
- 79 ■ No mesmo gráfico, a equação horária do veículo entre os instantes $t = 3,0$ s e $t = 6,0$ s é $d =$ _____.

6,0 (Observe que entre os referidos instantes o veículo está em repouso, ou seja, $v = 0$.)

- 80 ■ Continuando com o gráfico, a equação horária do veículo entre os instantes $t = 6,0$ s e $t = 10,0$ s é

$d =$ _____.

$6 - \Delta t$ (Observe que nesta equação introduzimos o símbolo Δ antes de t , uma vez que o instante inicial neste trecho não é 0, mas sim 6,0 s.)



- 81 ■ Podemos verificar, através da análise deste gráfico, que entre os instantes $t = 0$ e $t = 1,0$ s, o veículo possui velocidade _____.

0

- 82 ■ Entre os instantes 1,0 e 4,0 s, o móvel está animado de MRU com velocidade constante de _____ m/s.

1,0

- 83 ■ Entre os instantes 4,0 e 5,0 s, a velocidade do móvel é de _____ m/s.

4,0

- 84 ■ Entre os instantes 5,0 e 6,0 s, a velocidade é _____.

0

- 85 ■ Entre os instantes 6,0 e 8,0 s, a velocidade do móvel é de _____ m/s.

-4,0

86 ■ A velocidade média do móvel, entre os instantes 0 e 5,0 s, é $v_m =$ _____

1,4 m/s

87 ■ A velocidade média do movimento descrito no gráfico, entre os instantes 0 e 8,0 s, é: $v_m =$ _____ m/s.

$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i} = \frac{0 - 1,0}{8,0 - 0} = \frac{-1,0}{8,0} = -0,125 = -1,3 \times 10^{-1} \text{ m/s (2 algarismos significativos)}$$

88 ■ A equação horária do móvel entre os instantes 0 e 1,0 s é $d =$ _____

1,0

89 ■ A equação horária do móvel entre os instantes 1,0 e 4,0 s é $d =$ _____

$1 + \Delta t$

90 ■ A equação horária do móvel entre os instantes 4,0 e 5,0 s é $d =$ _____

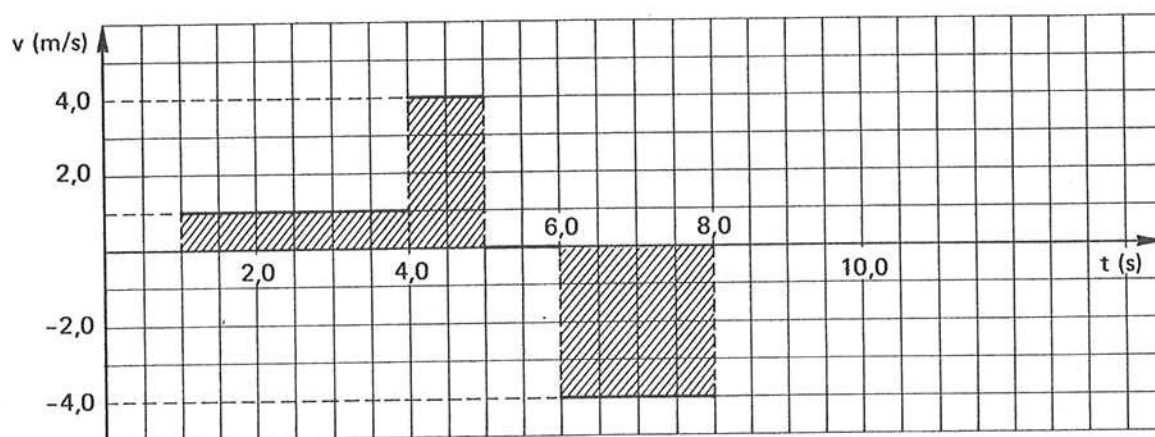
$4 + 4 \Delta t$

91 ■ A equação horária do móvel entre os instantes 5,0 e 6,0 s é $d =$ _____

8

92 ■ A equação horária do móvel entre os instantes 6,0 e 8,0 s é $d =$ _____

$8 - 4 \Delta t$

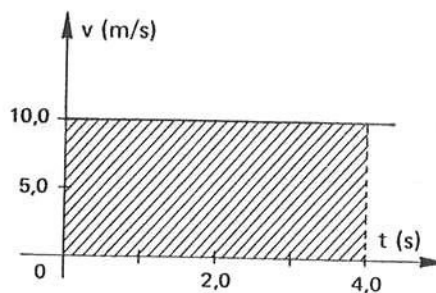


93 ■ Neste gráfico descrevemos a velocidade em função do tempo do movimento descrito na figura apresentada no item 81. Determine através dele o deslocamento do veículo entre os instantes 0 e 1,0 s; 1,0 e 4,0 s; 4,0 e 5,0 s; 5,0 e 6,0 s; 6,0 e 8,0 s; 0 e 8,0 s. _____

0; 3 m; 4 m; 0; -8 m; -1 m

- 94 ■ Observe o gráfico ao lado. Nele representamos a velocidade em função do tempo de um móvel que se desloca numa trajetória retilínea. Este móvel (executa; não executa) MRU.

executa



- 95 ■ Podemos, através do gráfico ao lado, descrever matematicamente o deslocamento do referido móvel:

$\Delta d =$ _____

$10 \Delta t$

- 96 ■ Portanto, através do gráfico $v \times t$, podemos determinar (o deslocamento; a posição) de um móvel, quando são conhecidos a velocidade e o intervalo de tempo.

o deslocamento

- 97 ■ Quando um móvel executa MRU, o gráfico da posição em função do tempo é uma reta cuja declividade depende da _____ do móvel.

velocidade

- 98 ■ Quando um móvel executa MRU, o gráfico da velocidade em função do tempo é uma reta, sempre _____ ao eixo dos tempos e cruza o eixo vertical (eixo das velocidades) em pontos que dependem do valor da _____.

paralela; velocidade

EXERCÍCIOS DE REVISÃO

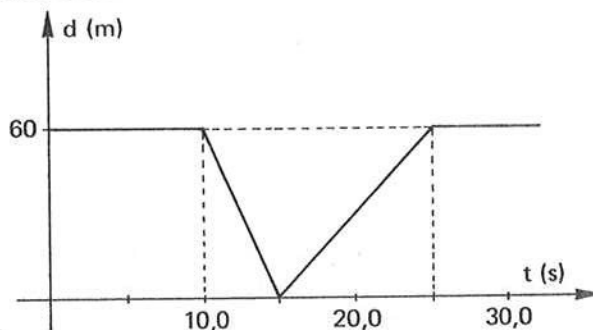
- 1 ■ Um móvel desloca-se em uma estrada retilínea. As suas posições e os correspondentes instantes em que passou por elas estão anotados na tabela abaixo:

d (m)	10	20	30	40	50	60	60	50	30	10	0	-20	
t (s)	0	2,0	3,0	6,0	8,0	10,0	12,0	15,0	20,0	25,0	30,0	40,0	

- a) Durante todo o intervalo de tempo (0 a 40,0 s) o móvel executou movimento retilíneo uniforme? (sim; não)
b) O deslocamento do móvel entre os instantes 0 e 8,0 s foi de _____.
c) O deslocamento do móvel entre os instantes 0 e 25,0 s foi de _____.
d) O deslocamento do móvel entre os instantes 10,0 s e 12,0 s foi de _____.
e) O deslocamento do móvel entre os instantes 0 e 30,0 s foi de _____.
f) O móvel passou pela posição 30 m nos instantes _____.
g) A velocidade média do móvel entre os instantes 0 e 8,0 s foi de _____.
h) A velocidade média do móvel entre os instantes 8,0 s e 15,0 s foi de _____.
i) A velocidade média do móvel entre os instantes 0 e 40,0 s foi de _____.

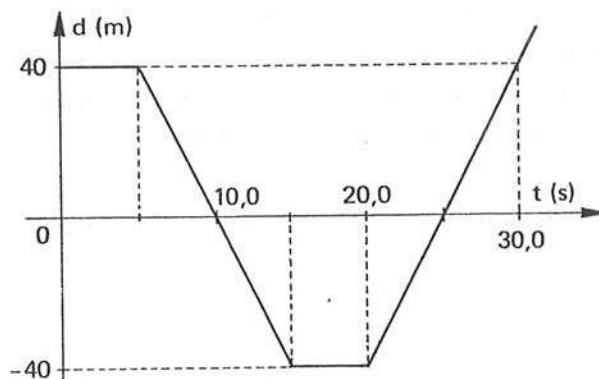
2 ■ O gráfico das posições para um móvel é dado pela figura abaixo:

- Determine as velocidades do móvel nos instantes: 3,0; 9,0; 12,0; 20,0 e 30,0 s.
- Determine as posições do móvel nos instantes: 8,0; 14,0; 15,0; 18,0 e 30,0 s.
- Determine a velocidade média do móvel entre os instantes 5,0 e 25,0 s.
- Construa o correspondente gráfico das velocidades.



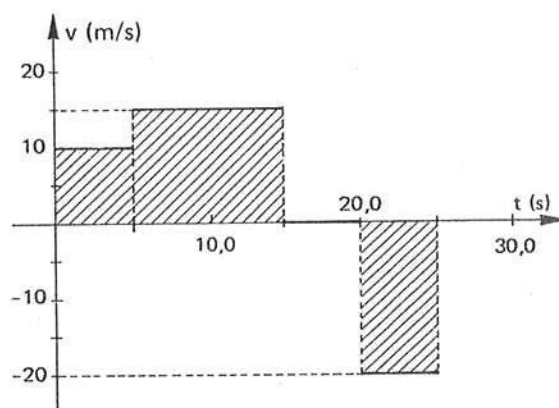
3 ■ O gráfico ao lado evidencia a variação das posições para um móvel:

- Determine as posições do mesmo nos instantes: 3,0; 8,0; 10,0; 15,0; 20,0; 22,0; 25,0 e 28,0s.
- Determine as velocidades nos instantes: 4,0; 10,0; 18,0 e 24,0 s.
- Determine a velocidade média entre os instantes 10,0 e 30,0 s.
- Construa o gráfico das velocidades.



4 ■ O gráfico das velocidades de um móvel em uma trajetória retilínea é dado ao lado. Sabe-se que o mesmo encontra-se na origem no instante inicial ($t = 0$).

- Determine o deslocamento total do móvel entre os instantes 0 e 25,0 s.
- Determine a velocidade média do móvel entre os instantes 0 e 25,0 s.
- Construa o correspondente gráfico das posições do móvel ($d \times t$).



5 ■ Um móvel animado de movimento retilíneo uniforme possui velocidade de 6 m/s. No instante inicial ($t_i = 0$) ele se encontrava na posição -40 m. Qual é sua equação horária?

6 ■ Com relação ao item anterior, determine a posição do móvel no instante $t = 8,0$ s.

7 ■ As equações horárias de dois móveis que se deslocam numa mesma trajetória retilínea são: $d_A = -20 + 5t$ e $d_B = 10 + 2t$.

- Construa num mesmo plano cartesiano os gráficos $d_A \times t$ e $d_B \times t$.
- Determine através do gráfico e matematicamente o instante em que os dois móveis se cruzam.
- Qual a distância entre os móveis no instante $t = 20,0$ s?

8 ■ Um elétron percorre com velocidade constante $v = 5,0 \times 10^6$ m/s o espaço de $4,0 \times 10^{-4}$ m. Qual foi o tempo gasto?

9 ■ Dois veículos, um a 40 km/h e outro a 60 km/h, iniciam uma viagem de 120 km, no mesmo instante. Quanto tempo antes do outro um veículo chega ao destino?

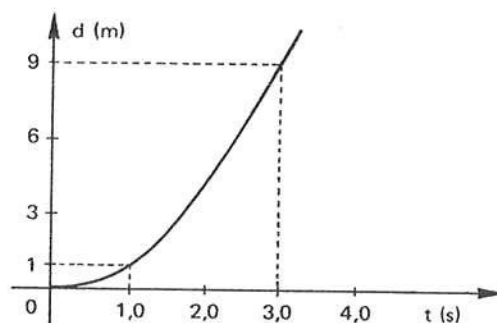
10 ■ As posições de um veículo e os correspondentes instantes constam na tabela abaixo:

d (m)	6,0	9,0	15,0	21,0	21,0	21,0	25,0	29,0	33,0	33,0
t (s)	0	1,0	3,0	5,0	6,0	7,0	9,0	11,0	13,0	15,0

- Construa o gráfico $d \times t$.
 - Construa o gráfico $v \times t$.
 - Determine a velocidade média do móvel entre os instantes 0 e 15,0 s.
 - Determine o deslocamento do veículo entre os instantes 5,0 e 15,0 s.
 - Entre que instantes a velocidade do veículo foi maior?
- 11 ■ A luz possui, no vácuo, velocidade constante de $2,99790 \times 10^8$ m/s. A distância média Terra-Sol é cerca de $1,49 \times 10^8$ km. Quanto tempo um raio luminoso demora para atingir a Terra, partindo do Sol?
- 12 ■ A velocidade do som no ar é constante e vale cerca de 340 m/s. Duas pessoas conversam separadas de uma distância de 60 cm. Qual é o intervalo de tempo decorrido entre a produção de um som por um dos interlocutores e sua percepção pelo outro.

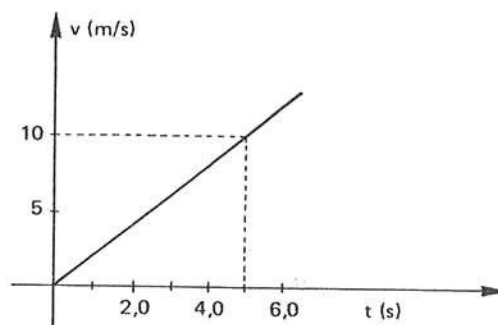
13 ■ O gráfico ao lado nos dá as posições em função do tempo de um móvel que se desloca numa trajetória retilínea.

- O móvel executa movimento retilíneo uniforme? Explique.
- Calcule a velocidade média do móvel entre os instantes 0 e 3,0 s.



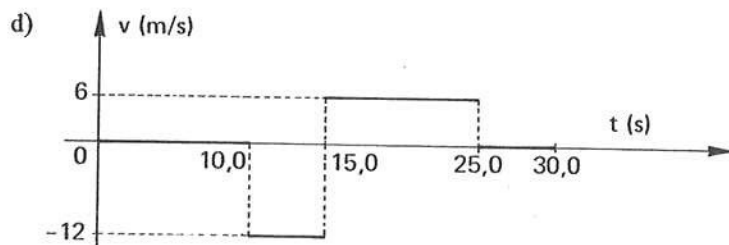
14 ■ O gráfico abaixo representa a velocidade em função do tempo de um móvel que se desloca numa trajetória retilínea.

- O móvel executa MRU? Explique.
- Qual é o deslocamento do móvel entre os instantes 0 e 5,0 s?

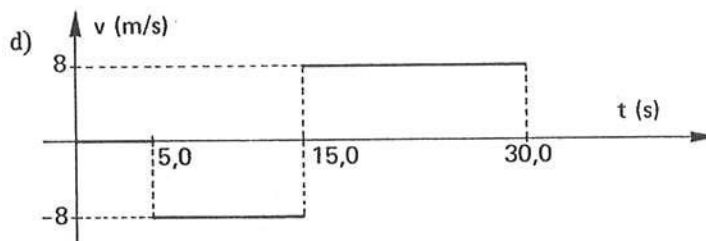


RESPOSTAS

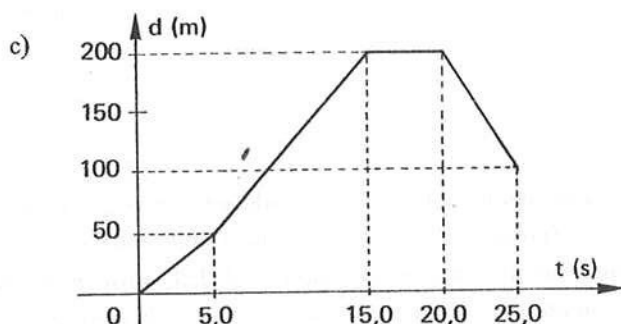
- não
 - 40 m
 - 0
 - 0
 - 10 m
 - 3,0 s; 20,0 s
 - 5,0 m/s
 - 0
- 0; 0; -12 m/s; 6 m/s; 0
 - 60 m; 12 m; 0; 18 m; 60 m
 - 0



3. a) 40 m; 16 m; zero; -40 m;
-40 m; -24 m; zero; 24 m
b) 0; -8,0 m/s; 0; 8,0 m/s
c) 2,0 m/s



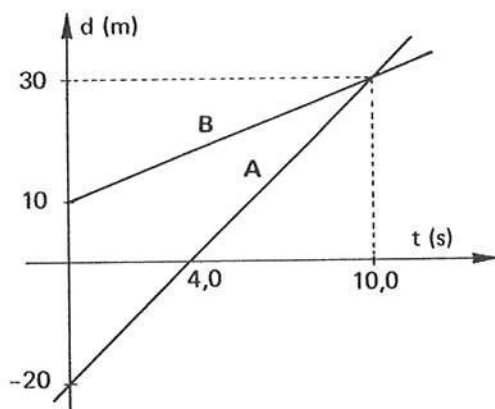
4. a) 100 m b) 4 m/s



5. $d = -40 + 6t$

6. 8 m

7. a)



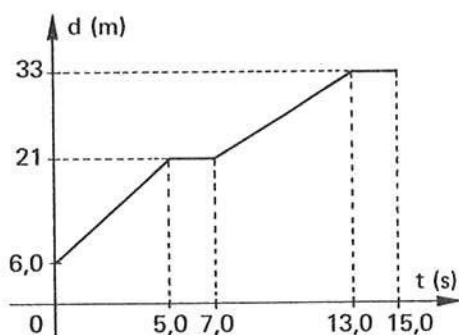
b) $t = 10,0$ s

c) $d_A = 80$ m e $d_B = 60$ m,
logo distância AB = 20 m

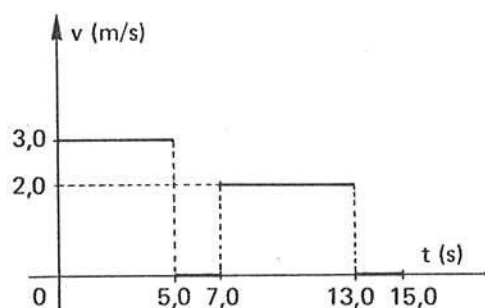
8. $t = 8 \times 10^{-11}$ s

9. 1 hora

10. a)



b)



c) 1,8 m/s d) 12 m e) 0 e 5,0 s

11. $\Delta t = 4,97 \times 10^2$ s = 8 min e 17 s

12. $\Delta t = 1,8 \times 10^{-3}$ s

13. a) Não. Porque o gráfico $d \times t$ não é uma linha reta.

b) $\Delta d = 9$ m e $\Delta t = 3$ s, logo $v_m = 3$ m/s

14. a) Não. Porque a velocidade não é constante.

b) $\Delta d = 25$ m (pela área).

2ª PARTE: Movimento retilíneo uniformemente variado.

OBJETIVOS: Ao final desta parte do Capítulo III o estudante deve estar apto para:

- identificar um movimento retilíneo uniformemente variado.
- calcular a aceleração média de um móvel.
- descrever matematicamente e graficamente um movimento retilíneo uniformemente variado.
- aplicar os itens a, b e c para o caso da queda livre de um corpo.
- resolver problemas.

Quando as características de um carro são dadas, uma delas refere-se ao intervalo de tempo que o veículo leva para aumentar a velocidade 0 (repouso) até um valor determinado. Este teste não é para determinar a velocidade, mas para se conhecer o quanto a velocidade varia (aumenta) na unidade de tempo (1 s). Esta variação de velocidade na unidade de tempo é chamada de aceleração. A função do acelerador de um carro é a de aumentar a velocidade de um veículo, introduzindo no motor mais gasolina, e a dos freios é diminuir a velocidade. Um acelera, o outro desacelera.

Nesta segunda parte do capítulo, a exemplo do movimento retilíneo uniforme, estudaremos os movimentos em uma única dimensão, ou seja, movimentos de corpos ao longo de uma trajetória retilínea.

SEÇÃO 1 – Variação de velocidade: Δv

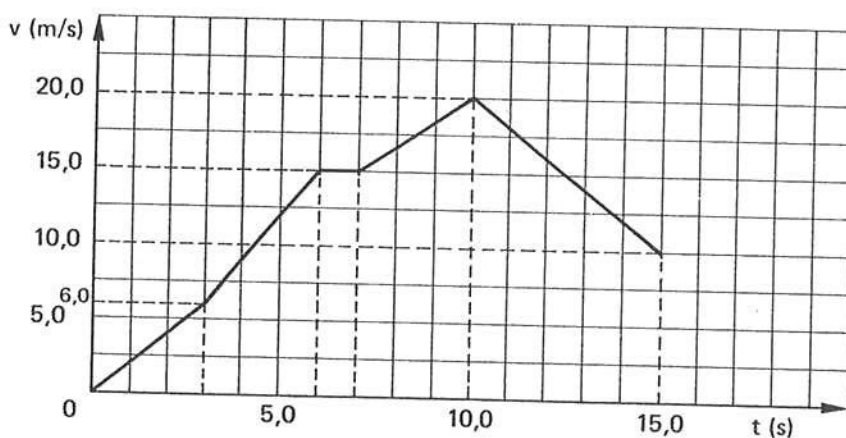
$$\text{Aceleração média: } a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Aceleração instantânea e aceleração constante

Gráficos da velocidade e da aceleração em função do tempo

$$\text{Equação da velocidade: } v = v_0 + at$$

- 1 ■ Um veículo desloca-se numa estrada retilínea. O gráfico $v \times t$ (velocidade em função do tempo) para este veículo está representado abaixo:



O diagrama representa a (posição de um móvel; velocidade de um móvel) em função do tempo.

velocidade de um móvel

- 2 ■ A velocidade do móvel no instante $t = 3,0$ s é _____
 ★★★★★★★★★★
 6,0 m/s
- 3 ■ Para $t = 6,0$ s, $v =$ _____
 ★★★★★★★★★★
 15,0 m/s
- 4 ■ A velocidade do móvel é zero somente para $t =$ _____
 ★★★★★★★★★★
 0
- 5 ■ Entre 0 e 6,0 s a velocidade do móvel (manteve-se; não se manteve) constante. Neste intervalo de tempo ele (executou; não executou) movimento retilíneo uniforme (MRU).
 ★★★★★★★★★★
 não se manteve; não executou
- 6 ■ Durante o intervalo de tempo compreendido entre 6,0 e 7,0 s, a velocidade do veículo (permaneceu; não permaneceu) constante. O seu valor foi de _____. Portanto, durante este intervalo de tempo, o veículo executou movimento retilíneo uniforme.
 ★★★★★★★★★★
 permaneceu; 15,0 m/s
- 7 ■ Durante o intervalo de tempo de 7,0 a 10,0 s, o veículo (executou; não executou) MRU, uma vez que sua velocidade instantânea variou de 15,0 m/s para _____.
 ★★★★★★★★★★
 não executou; 20,0 m/s
- 8 ■ Durante o intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15,0 s, a velocidade instantânea do veículo variou de _____ para _____ m/s.
 ★★★★★★★★★★
 0; 10,0
- 9 ■ Entre 10,0 e 15,0 s a velocidade instantânea variou de _____ para _____.
 ★★★★★★★★★★
 20,0 m/s; 10,0 m/s
- 10 ■ Define-se variação de velocidade (representa-se pelo símbolo Δv) num intervalo de tempo (Δt) como sendo a diferença entre a velocidade no fim do intervalo de tempo (v_f) e a velocidade no início do intervalo (v_i). Em símbolos:

$$\Delta v = \text{_____} - \text{_____}$$
 ★★★★★★★★★★
 v_f ; v_i
- 11 ■ A unidade de variação de velocidade (Δv) é _____.
 ★★★★★★★★★★
 m/s
- 12 ■ Entre 0 e 3,0 s, $\Delta t =$ _____ e $\Delta v =$ _____.
 ★★★★★★★★★★
 3,0 s; 6,0 m/s

- 13 ■ Entre os instantes 6,0 e 7,0 s, $\Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$ e $\Delta v = \underline{\hspace{2cm}}$, pois v_f é (igual a; maior que; menor que) v_i .

1,0 s; 0; igual a

- 14 ■ Entre os instantes 10,0 e 15,0 s, $\Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$ e $\Delta v = \underline{\hspace{2cm}}$.

5,0 s; -10 m/s

- 15 ■ A variação de velocidade no item anterior é (positiva; negativa). Isto significa que no intervalo de tempo considerado (o móvel se deslocou no sentido negativo no eixo das posições; a velocidade diminuiu; a velocidade aumentou).

negativa; a velocidade diminuiu (Lembre-se que o móvel se desloca no sentido negativo no eixo das posições somente quando a velocidade é negativa.)

- 16 ■ Calcule a variação de velocidade entre os instantes 3,0 e 6,0 s. Interprete o sinal.

9,0 m/s; O sinal positivo indica que a velocidade aumentou no referido intervalo de tempo.

- 17 ■ Calcule a variação de velocidade no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 15,0 s. $\Delta v = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\Delta v = v_f - v_i = (10,0 \text{ m/s}) - (0) = 10,0 \text{ m/s}$$

- 18 ■ Em determinado instante, a velocidade de um veículo é de 20 m/s. Nos 10 segundos subsequentes, a variação de velocidade do veículo foi de 6 m/s. Sua velocidade ao fim do referido intervalo de tempo é de $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$\Delta v = v_f - v_i \text{ e } 6 = v_f - 20 \quad \therefore \quad v_f = 6 + 20 = 26 \text{ m/s}$$

- 19 ■ A velocidade de um veículo é de 25 m/s. O motorista aplica os freios reduzindo-a para 15 m/s. A variação de velocidade do veículo durante a ação dos freios foi de $\underline{\hspace{2cm}}$.

$$\Delta v = v_f - v_i = 15 - 25 = -10 \text{ m/s}$$

- 20 ■ Aceleração é um termo utilizado para especificar a rapidez com que a velocidade de um objeto varia. Definiremos **aceleração média** como sendo a razão entre a variação de velocidade e o correspondente intervalo de tempo gasto para efetuar a referida variação de velocidade. Em símbolos:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Portanto, a aceleração média de um móvel é o quociente da $\underline{\hspace{4cm}}$ pelo correspondente $\underline{\hspace{4cm}}$.

variação de velocidade; intervalo de tempo

- 21 ■ $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Desde que Δv seja dado em m/s e Δt em s, a unidade de aceleração é dada por $a_m = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$a_m = \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

22 ■ Retornando ao gráfico, a aceleração média entre os instantes 0 e 3,0 s é $a_m =$ _____

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{6 - 0}{3 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

23 ■ $a_m = 2,0 \text{ m/s}^2$. Isto significa que, em cada 1 segundo do intervalo de tempo considerado, a velocidade do veículo aumentou de _____.

2,0 m/s

24 ■ No gráfico que estamos analisando, calcule a aceleração média do veículo entre 3,0 e 6,0 s.

3,0 m/s²

25 ■ Entre os instantes 6,0 e 7,0 s, $a_m =$ _____

0

26 ■ $a_m = 0$. Isto significa que no intervalo de tempo considerado a velocidade final é sempre (igual a; maior que; menor que) a inicial.

igual a

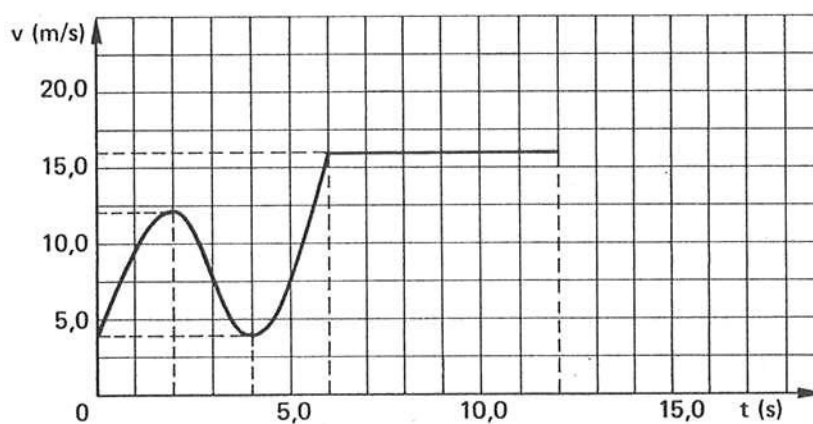
27 ■ Entre os instantes 10,0 e 15,0 s, $a_m =$ _____

-2,0 m/s²

28 ■ $a_m = -2,0 \text{ m/s}^2$. Isto significa que, em cada 1 s, durante o intervalo de tempo considerado, a velocidade do veículo diminui de _____.

2,0 m/s

29 ■ O gráfico $v \times t$ (velocidade em função do tempo), para um veículo que se desloca numa estrada retilínea, está indicado abaixo:



A aceleração média entre os instantes 0 e 2,0 s é _____.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{12,0 - 4,0}{2,0 - 0} = 4,0 \text{ m/s}^2$$

30 ■ Entre os instantes 0 e 4,0 s, $a_m =$ _____.

0

31 ■ Entre os instantes 0 e 6,0 s, $a_m =$ _____.

2,0 m/s²

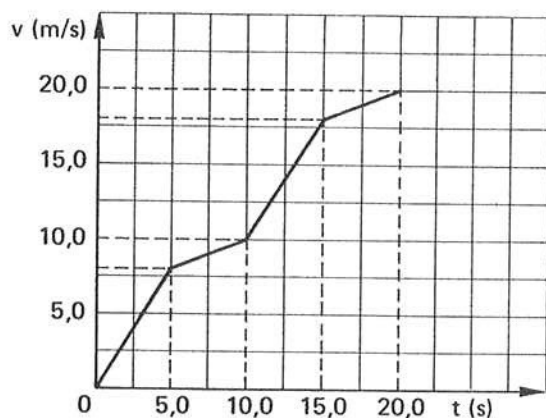
32 ■ Entre os instantes 2,0 e 4,0 s, $a_m =$ _____.

-4 m/s²

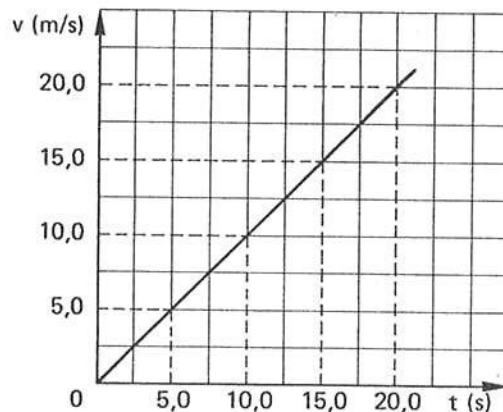
33 ■ Entre os instantes 6,0 e 12,0 s, $a_m =$ _____.

zero

34 ■ Dois veículos, A e B, partem simultaneamente de um mesmo ponto de uma estrada retilínea. Os diagramas de suas velocidades em função do tempo ($v \times t$) estão indicados abaixo:



móvel A



móvel B

Os veículos A e B partem com velocidades iniciais iguais a _____.

zero

35 ■ Ao final de 20,0 s a velocidade do móvel A é _____ e a do B, _____.

20,0 m/s; 20,0 m/s

36 ■ A aceleração média do móvel A no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 20,0 s é de _____.

1,0 m/s²

37 ■ A aceleração média do móvel B no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 20,0 s é de _____.

1,0 m/s²

38 ■ Calcule as acelerações médias para os veículos A e B, nos intervalos de tempo indicados abaixo:

A

Intervalo de tempo (s)	Δt (s)	Δv (m/s)	$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s ²)
0 a 5,0			
5,0 a 10,0			
10,0 a 15,0			
15,0 a 20,0			

B

Intervalo de tempo (s)	Δt (s)	Δv (m/s)	$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s ²)
0 a 5,0			
5,0 a 10,0			
10,0 a 15,0			
15,0 a 20,0			

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

A: 1,6; 0,4; 1,6; 0,4 m/s²

B: 1,0; 1,0; 1,0; 1,0 m/s²

39 ■ A aceleração média do móvel A, durante o intervalo de tempo compreendido entre 0 e 20,0 s, (permaneceu; não permaneceu) constante.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

não permaneceu

40 ■ A aceleração média do móvel B, durante o intervalo de tempo compreendido entre 0 e 20,0 s, (permaneceu; não permaneceu) constante.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

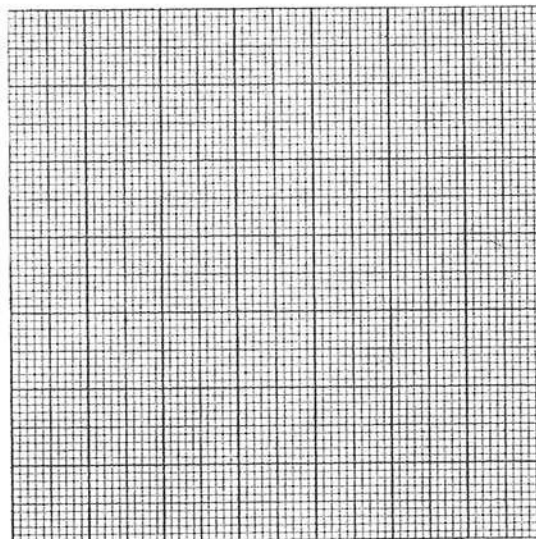
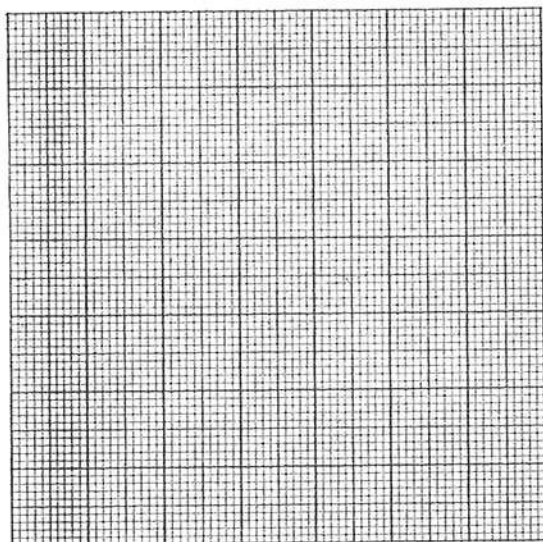
permaneceu

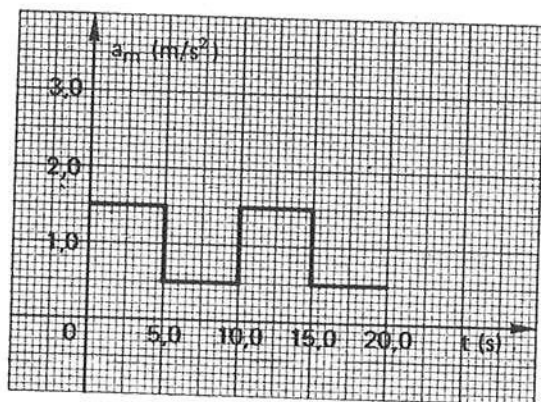
41 ■ O móvel B apresentou aceleração média (constante; não constante), ao passo que o móvel A apresentou aceleração média (constante; não constante), nos intervalos de tempo mencionados no item 38.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

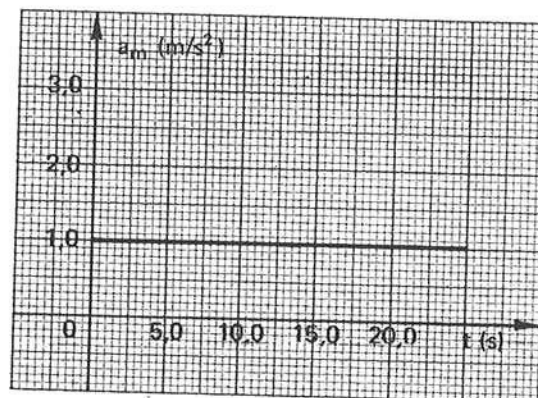
constante; não constante

42 ■ Com os valores das acelerações médias obtidas no item 38, construa o gráfico $a_m \times t$ (aceleração média em função do tempo). Coloque os valores de a_m no eixo das ordenadas e t no eixo das abscissas.





móvel A



móvel B

- 43 ■ Relativamente aos gráficos do item acima, qual a aceleração dos veículos A e B nos instantes $t = 2,0$ s e $t = 12,0$ s ?

A: $1,6 \text{ m/s}^2$; $1,6 \text{ m/s}^2$ B: $1,0 \text{ m/s}^2$; $1,0 \text{ m/s}^2$

- 44 ■ O gráfico da aceleração média do móvel B indica que, em qualquer instante, a aceleração média é sempre igual a _____. Ao passo que o gráfico relativo a A indica que a aceleração (é; não é) constante.

$1,0 \text{ m/s}^2$; não é

- 45 ■ Quando a aceleração média calculada em qualquer intervalo de tempo for a mesma, dizemos que a aceleração instantânea do objeto (é; não é) igual à aceleração média.

é

- 46 ■ A aceleração instantânea de um objeto é a aceleração que ele possui num determinado _____. Representaremos a aceleração instantânea pela letra a .

instante

- 47 ■ Quando a aceleração instantânea de um móvel for constante, o gráfico $v \times t$ deste móvel é uma (reta; parábola).

reta

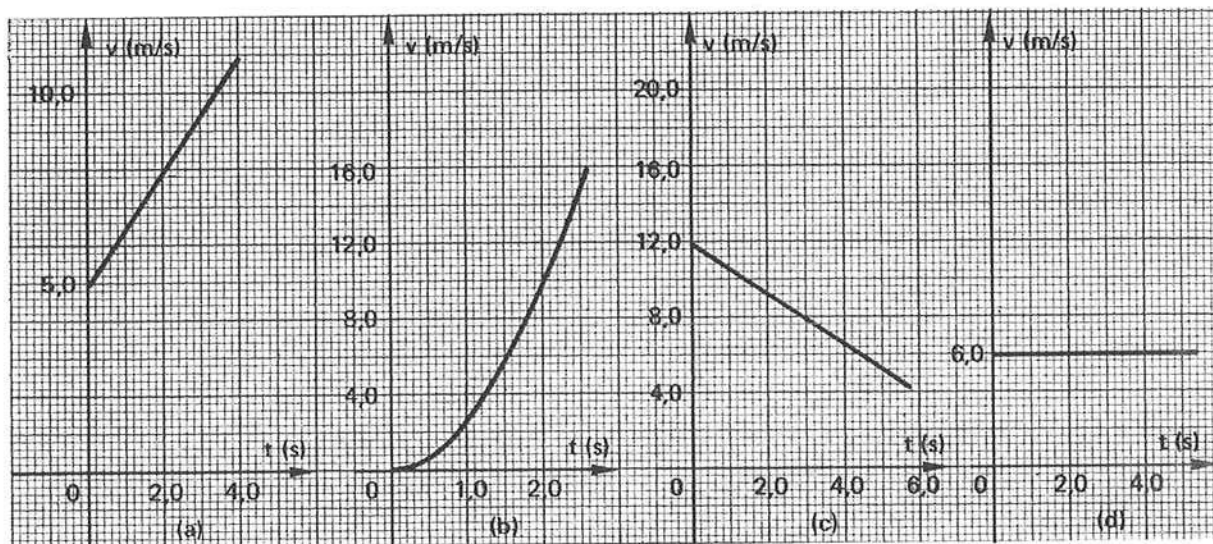
- 48 ■ A aceleração de B é constante porque seu gráfico $v \times t$ é uma _____. Calcule a declividade da referida reta. (atenção para as unidades) _____

reta; $1,0 \text{ m/s}^2$

- 49 ■ Com relação ao item anterior o valor encontrado para a declividade é igual à _____ do móvel.

aceleração

50 ■ Qual dos movimentos representados nos diagramas abaixo apresentam aceleração constante? Justifique.



(a); (c); (d). Porque os gráficos $v \times t$ são segmentos de retas.

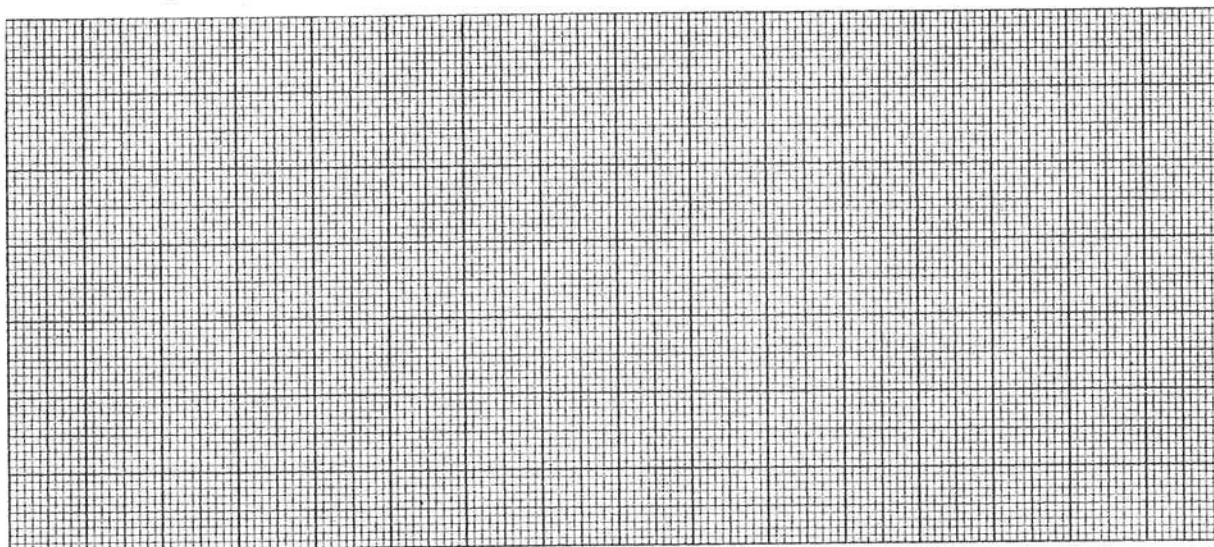
51 ■ O movimento representado pela figura (b) do item anterior não representa um movimento com aceleração constante porque _____.

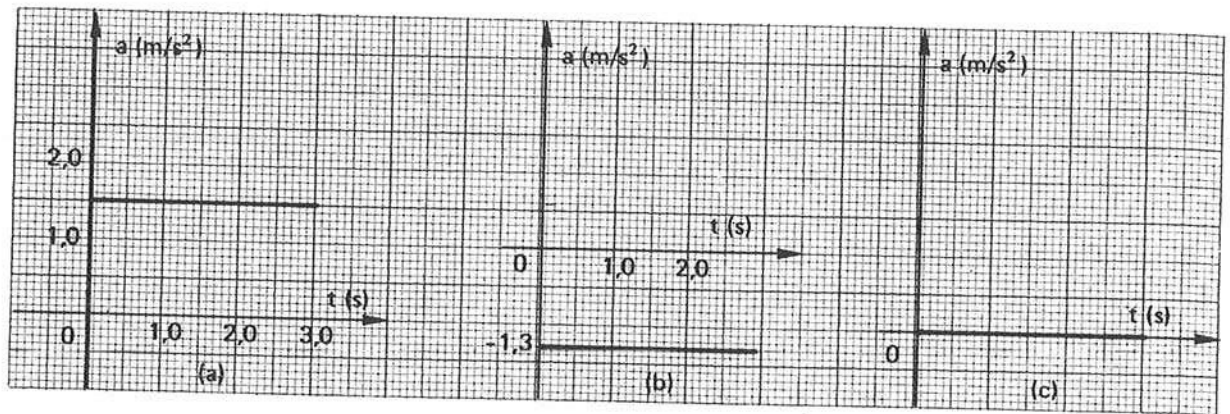
seu gráfico $v \times t$ não é uma reta

52 ■ Calcule a aceleração instantânea dos movimentos representados graficamente pelos diagramas (a), (c) e (d) do item 50.

$1,5 \text{ m/s}^2$; $-1,3 \text{ m/s}^2$; zero

53 ■ A menos que se especifique o contrário, quando nos referirmos à aceleração de um móvel, estamos tratando da aceleração instantânea. Construa os gráficos $a \times t$ (aceleração instantânea em função do tempo) para os movimentos representados nas figuras (a), (c) e (d) do item 50.





- 54 ■ A aceleração do movimento representado na figura (d) do item 50 vale _____. A velocidade (varia; não varia) com o tempo. Portanto, ele caracteriza o movimento chamado de retilíneo (uniforme; não uniforme).

0; não varia; uniforme

- 55 ■ A aceleração de um objeto que se move numa trajetória retilínea é de 5 m/s^2 . Isto significa que, em cada segundo, sua velocidade _____.

aumenta de 5 m/s

- 56 ■ A aceleração de um objeto é constante e vale -5 m/s^2 . Isto significa que _____ (preencha)

em cada segundo sua velocidade diminui de 5 m/s

- 57 ■ A velocidade de um objeto aumentou de 15 m/s em cerca de 5 segundos. Sua aceleração instantânea é de _____ caso ela seja (constante; não constante).

3 m/s^2 ; constante

- 58 ■ Um objeto parte do repouso (velocidade inicial igual a zero) com uma aceleração constante de 4 m/s^2 . Ao fim de $5,0 \text{ s}$ sua velocidade é de _____.

20 m/s

- 59 ■ Quando um objeto está animado de movimento retilíneo com aceleração constante diferente de zero, sua velocidade varia (uniformemente; não uniformemente) com o tempo.

uniformemente

- 60 ■ Um objeto em movimento retilíneo com aceleração constante e diferente de zero executa um tipo de movimento que em Física chamamos de movimento retilíneo uniformemente variado (abreviadamente: MRUV), em virtude de sua velocidade variar _____.

uniformemente com o tempo

- 61 ■ Em um movimento do tipo MRUV (a aceleração é constante e diferente de zero; a velocidade é constante), ao passo que no MRU (a aceleração é constante e diferente de zero; a velocidade é constante).

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

a aceleração é constante e diferente de zero; a velocidade é constante

- 62 ■ Quando a aceleração média de um objeto em uma trajetória retilínea, calculada em qualquer intervalo de tempo, der o mesmo valor, a aceleração instantânea do objeto (é; não é) constante, e, portanto, a aceleração instantânea é igual à _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

é; aceleração média

- 63 ■ $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. No MRUV $a =$ _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- 64 ■ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Onde: $\Delta v =$ _____ e $\Delta t =$ _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$v_f - v_i; \quad t_f - t_i$$

- 65 ■ Portanto: $a =$ _____ (em função de v_f , v_i , t_f e t_i)

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$\frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

- 66 ■ $a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$. Tire o valor de v_f desta expressão: $v_f =$ _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$v_i + a(t_f - t_i)$$

- 67 ■ $v_f = v_i + a(t_f - t_i)$. Esta expressão permite determinar o valor de v_f num instante t_f conhecendo-se: _____, _____ e _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

v_i ; a ; t_i (em qualquer ordem)

- 68 ■ Um móvel parte do repouso com aceleração constante de $2,5 \text{ m/s}^2$. Sua velocidade ao fim de 10 s é de _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$v_f = v_i + a(t_f - t_i) = 0 + 2,5 (\text{m/s}^2)(10 - 0) (\text{s}) = 25 \text{ m/s}$$

- 69 ■ Um corpo, com velocidade inicial de $12,0 \text{ m/s}$, possui aceleração constante igual a $5,0 \text{ m/s}^2$. Qual a sua velocidade depois de $2,0 \text{ s}$? $v_i =$ _____; $t_i =$ _____; $t_f =$ _____; $a =$ _____; portanto, $v_f =$ _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$12,0 \text{ m/s}; 0 \text{ s}; 2,0 \text{ s}; 5,0 \text{ m/s}^2; 22,0 \text{ m/s}$$

- 70 ■ Um veículo com velocidade de $20,0 \text{ m/s}$ é freado e pára em $10,0 \text{ s}$. Qual sua aceleração durante a freagem?

$$v_i =$$
 _____; $v_f =$ _____; $t_i =$ _____; $t_f =$ _____; portanto, $a =$ _____.

★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★

$$20,0 \text{ m/s}; 0 \text{ m/s}; 0 \text{ s}; 10,0 \text{ s}; -2 \text{ m/s}^2$$

- 71 ■ Um automóvel possui, num determinado instante, velocidade de 10,0 m/s. É acelerado constantemente à razão de 3 m/s^2 , até atingir uma velocidade de 19,0 m/s. O intervalo de tempo em que o veículo foi acelerado é $\Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$. (Lembre-se que $\Delta t = t_f - t_i$.)

$$\Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{(19,0 - 10,0) \text{ m/s}}{3 \text{ m/s}^2} = 3,0 \text{ s}$$

- 72 ■ $v_f = v_i + a(t_f - t_i)$. Esta equação é chamada de equação da velocidade de um móvel animado de MRUV. Quando $v_i = 0$ e $t_i = 0$, a equação da velocidade torna-se mais simples:

$$v_f = \underline{\hspace{2cm}}.$$

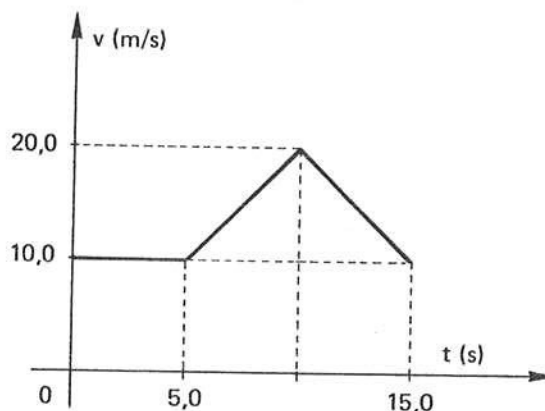
$$a \cdot t_f$$

- 73 ■ O móvel, entre os instantes 0 e 5,0 s, executa movimento , porque sua aceleração é .

retilíneo uniforme; zero

- 74 ■ Entre 0 e 5,0 s: $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $v_i = \underline{\hspace{2cm}}$; $t_i = \underline{\hspace{2cm}}$. Logo, a equação da velocidade é: $v_f = \underline{\hspace{2cm}}$.

0; 10,0 m/s; 0; 10,0 m/s



- 75 ■ Entre 5,0 a 10,0 s o movimento do objeto é do tipo (MRU; MRUV). A aceleração neste intervalo de tempo vale:

MRUV; $a = \text{inclinação} = 2,0 \text{ m/s}^2$

- 76 ■ Entre 5,0 a 10,0 s $t_i = \underline{\hspace{2cm}}$; $v_i = \underline{\hspace{2cm}}$; $a = \underline{\hspace{2cm}}$. A equação da velocidade neste intervalo é:

$$v_f = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}.$$

5,0 s; 10,0 m/s; 2 m/s^2 ; 10,0; $2(t_f - 5,0)$

- 77 ■ Entre 10,0 a 15,0 s a velocidade do móvel (aumenta; diminui). A aceleração deve ser (positiva; negativa).

diminui; negativa

- 78 ■ Calcule a aceleração entre 10,0 e 15,0 s.

-2 m/s^2

- 79 ■ Escreva a equação da velocidade no trecho compreendido entre 10,0 e 15,0 s.

$$v_f = 20,0 - 2,0(t_f - 10,0)$$

- 80 ■ Calcule a velocidade no instante 12,5 s.

$$v_f = 20,0 - 2,0(t_f - 10,0) = 20,0 - 2,0(12,5 - 10,0) = 15,0 \text{ m/s}$$

- 81 ■ O movimento representado por este gráfico (é; não é) do tipo MRUV, porque _____

é; a velocidade varia uniformemente, isto é, a aceleração é constante

- 82 ■ $v_i = \underline{\hspace{2cm}}$; $t_i = \underline{\hspace{2cm}}$. Logo, a equação da velocidade é: _____

0; 0; $v_f = 2,5 \cdot t_f$, onde a aceleração é $a = 2,5 \text{ m/s}^2$

- 83 ■ Calcule a aceleração do movimento representado.

$3,0 \text{ m/s}^2$

- 84 ■ A equação da velocidade é: $v_f = \underline{\hspace{2cm}}$

$6,0 + 3,0 (t_f)$

- 85 ■ O movimento representado apresenta (uma; mais de uma) aceleração.

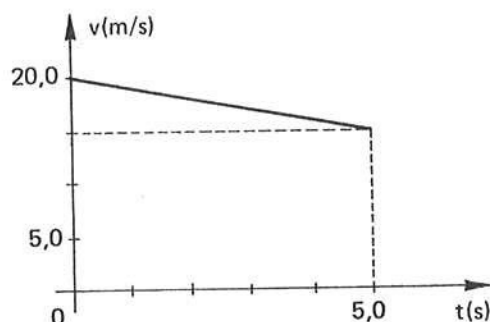
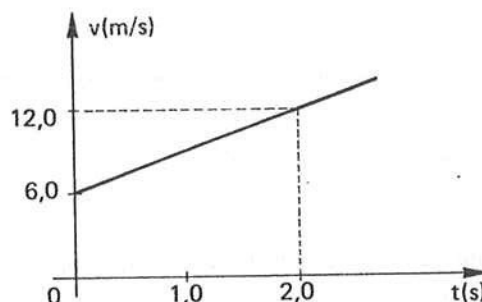
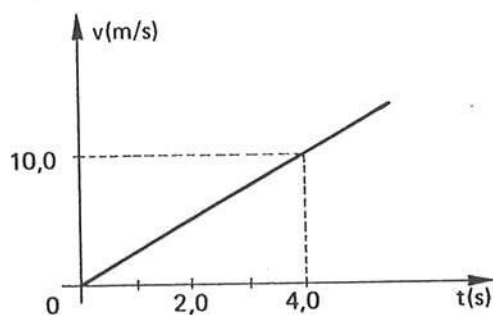
uma

- 86 ■ A aceleração do movimento é (negativa; positiva).
O seu valor é: _____

negativa; -1 m/s^2

- 87 ■ Determine a equação da velocidade do movimento: $v_f = \underline{\hspace{2cm}}$

$20 - t_f$



EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 1 ■ Define-se variação de velocidade de um objeto como sendo a _____ (menos; mais) a

velocidade final; menos; velocidade inicial

- 2 ■ Representamos, simbolicamente, a variação de velocidade como: _____

$\Delta v = v_f - v_i$

- 3 ■ $\Delta v = v_f - v_i$. Se Δv for maior que zero, é porque a velocidade (aumentou; diminuiu; permaneceu constante).
Se $\Delta v = 0$, a velocidade _____ é igual a _____. Se a velocidade final for menor que a inicial, Δv será (maior; menor) que zero.

aumentou; final; a velocidade inicial; menor

- 4 ■ Aceleração é uma grandeza utilizada para especificar a _____ com que a (posição; velocidade) de um objeto varia.
 ★★★★★★★★★★
 rapidez; velocidade
- 5 ■ Um objeto apresentou em um intervalo de tempo igual a 10,0 s, uma variação em sua velocidade igual a 20,0 m/s. Definimos aceleração média como sendo: $a_m = \underline{\hspace{2cm}}$ (em símbolos). Logo a aceleração média do objeto acima citado é de _____.
 ★★★★★★★★★★
 $\frac{\Delta v}{\Delta t}$; 2,0 m/s²
- 6 ■ A aceleração média de um objeto, em um intervalo de tempo de 2,0 s, foi de 5,0 m/s². A variação de velocidade do objeto foi de _____.
 ★★★★★★★★★★
 10 m/s
- 7 ■ Um objeto em movimento retilíneo apresenta velocidade uniformemente variada quando a aceleração média calculada em _____.
 ★★★★★★★★★★
 qualquer intervalo de tempo for a mesma, isto é, constante
- 8 ■ No movimento que os físicos denominam de MRUV, a aceleração é (zero; constante e diferente de zero; variável) e, no movimento denominado de MRU, a aceleração é _____.
 ★★★★★★★★★★
 constante e diferente de zero; sempre igual a zero
- 9 ■ Um objeto movimenta-se em linha reta e a sua velocidade é dada pela equação: $v_f = 10 - 2 \cdot t_f$. Trata-se de um (MRU; MRUV). A aceleração é: _____; $v_i = \underline{\hspace{2cm}}$ e $t_i = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ★★★★★★★★★★
 MRUV; -2 m/s²; 10 m/s; 0
- 10 ■ $v_f = 10 - 2 \cdot t_f$. A velocidade será igual a zero ($v_f = 0$) quando $t_f = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ★★★★★★★★★★
 5,0 s
- 11 ■ Uma esfera com velocidade inicial de 4,0 m/s desce um plano inclinado com MRUV. A sua aceleração é de 8,0 m/s². A sua velocidade depois de 10,0 s será: _____.
 ★★★★★★★★★★
 $v_f = v_i + a \cdot t_f$ $v_f = 4,0 + 8,0 \times 10,0 = 84 \text{ m/s}$

SEÇÃO 2 – POSIÇÃO DE UM MÓVEL ANIMADO DE MRUV

$$d_f = d_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

Gráfico $d \times t$ do MRUV

Fórmula de Torricelli: $v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta d$

Observe atentamente o Quadro D e em seguida responda às questões 1 a 9.

QUADRO D

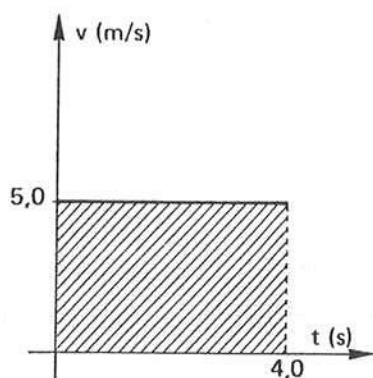


Fig. a

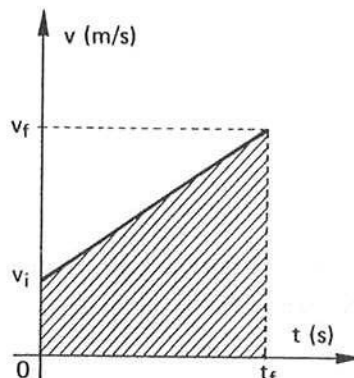


Fig. b

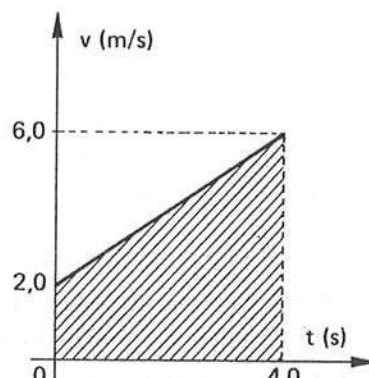


Fig. c

(O gráfico b representa, com valores literais, o mesmo movimento indicado no gráfico c.)

- 1 ■ Fig. a: Este gráfico ilustra um tipo de movimento chamado de _____.

movimento retilíneo uniforme ou MRU

- 2 ■ Fig. b: Este diagrama ilustra um tipo de movimento chamado de _____.

movimento retilíneo uniformemente variado ou MRUV

- 3 ■ Fig. a: A figura hachurada neste diagrama é um _____ e sua área representa o _____ do móvel entre os instantes _____ e _____.

retângulo; deslocamento; 0 e 4,0 s

- 4 ■ Fig. a: A área do retângulo construído neste diagrama representa o deslocamento do móvel no intervalo de tempo compreendido entre 0 e 4,0 s e seu valor é $\Delta d =$ _____.

$$\Delta d = v\Delta t = (5,0 \text{ m/s})(4,0 \text{ s}) = 20 \text{ m}$$

- 5 ■ Fig. c: Neste diagrama, o deslocamento do móvel entre os instantes 0 e 4,0 s é representado pela área do _____.

trapézio

- 6 ■ A área de um trapézio é dada pela expressão $A_{\text{trap.}} = \frac{(B + b)h}{2}$

onde: B = base maior

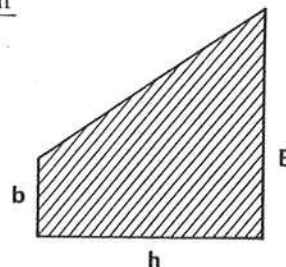
b = base menor

h = altura

Fig. b: A figura hachurada é de um _____,

onde B = v_f ; b = _____ e h = _____.

trapézio; v_i ; Δt ou $(t_f - 0)$ ou t_f



- 7 ■ Fig. b: $A_{\text{trap.}} = \Delta d =$ _____ (em função de v_f , v_i e Δt).

$$\frac{v_f + v_i}{2} \cdot \Delta t$$

- 8 ■ $\Delta d = \frac{v_f + v_i}{2} \cdot \Delta t$. Fig. c: Entre 0 e 4,0 s, $\Delta t =$ _____, $v_i =$ _____, $v_f =$ _____.

Portanto, $\Delta d =$ _____.

4,0 s; 2,0 m/s; 6,0 m/s; 16 m

- 9 ■ $\Delta d = \frac{v_f + v_i}{2} \cdot \Delta t$. Esta expressão permite calcular o deslocamento de um objeto animado de (MRU; MRUV) em um intervalo de tempo Δt . Na expressão, v_f corresponde ao valor da velocidade do objeto no (início; fim) do intervalo de tempo e v_i _____.

MRUV; fim; é o valor da velocidade no início do intervalo de tempo

Leia atentamente o Quadro E e em seguida responda às questões 10 a 28.

QUADRO E

Fig. a. Um objeto desloca-se em linha reta e a sua velocidade varia de acordo com o gráfico do diagrama ao lado.

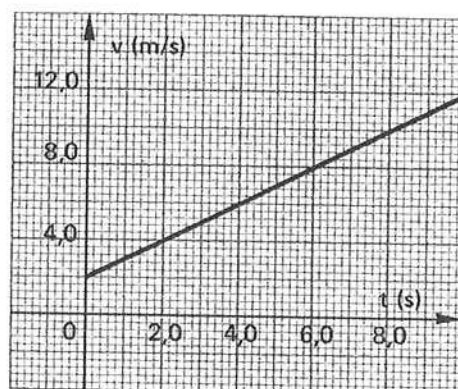


Fig. b. A tabela abaixo corresponde ao movimento do objeto mencionado na fig. a.

Intervalo de tempo (s)	Δt (s)	$\frac{v_f + v_i}{2}$ (m/s)	$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$ (m/s ²)	$\Delta d = \frac{v_f + v_i}{2} \cdot \Delta t$ (m)	$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$ (m/s)
0 a 2,0	2,0				
2,0 a 4,0	2,0				
4,0 a 6,0	2,0				
6,0 a 8,0	2,0				
8,0 a 10,0	2,0				

- 10 ■ Fig. a: O gráfico representa um objeto em (MRU; MRUV) porque a velocidade (permanece constante; varia uniformemente).

MRUV; varia uniformemente

- 11 ■ Fig. a: Calcule a aceleração do objeto.

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ (em função de v_f , v_i , t_f e t_i)

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ m/s²

$$\frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}; 1,0$$

- 12 ■ Fig. b: Todos os intervalos de tempo são (iguais; diferentes) e valem _____ e estão registrados na segunda coluna da tabela.

iguais; 2,0 s

- 13 ■ Fig. b: Na terceira coluna, que está em branco, devemos registrar os valores de _____. v_i corresponde à velocidade _____ do intervalo e v_f à _____. Para o primeiro intervalo de tempo, $t_i = 0$ e $v_i = \underline{\hspace{2cm}}$; $t_f = \underline{\hspace{2cm}}$ e $v_f = \underline{\hspace{2cm}}$.

$$\frac{v_f + v_i}{2}; \text{ inicial; velocidade final do intervalo; } 2,0 \text{ m/s; } 2,0 \text{ s; } 4,0 \text{ m/s}$$

- 14 ■ Fig. b: A terceira coluna (representa; não representa) o valor da aceleração do objeto.

não representa

- 15 ■ Fig. b: Preencha a terceira coluna.

3,0; 5,0; 7,0; 9,0; 11,0

- 16 ■ Fig. b: A quarta coluna da tabela representa (o deslocamento; a aceleração; a velocidade) do objeto.

a aceleração

- 17 ■ Fig. b: Preencha a quarta coluna da tabela.

1,0; 1,0; 1,0; 1,0; 1,0

- 18 ■ Fig. b: A quarta coluna nos mostra que a aceleração (é; não é) a mesma em todos os intervalos de tempo.

é

- 19 ■ Fig. b: A quinta coluna da tabela representa os valores do _____ nos respectivos intervalos de tempo.

deslocamento Δd

- 20 ■ Fig. b: Para o primeiro intervalo de tempo: $\frac{v_f + v_i}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$ e $\Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$. Portanto, $\Delta d = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 3,0 m/s; 2,0 s; 6,0 m
- 21 ■ Fig. b: Preencha totalmente a quinta coluna da tabela.
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 6,0; 10; 14; 18; 22
- 22 ■ Fig. b: A quinta coluna desta tabela mostra que o objeto realiza deslocamentos (iguais; diferentes) em intervalos de tempo (iguais; diferentes).
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 diferentes; iguais
- 23 ■ Fig. b: A sexta coluna desta tabela representa os valores das $\underline{\hspace{2cm}}$ em cada intervalo de tempo. Para o primeiro intervalo de tempo, $\Delta d = \underline{\hspace{2cm}}$ m e $\Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$ s. Logo, a velocidade média para o primeiro intervalo de tempo será: $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 velocidades médias; 6,0; 2,0; 3,0 m/s
- 24 ■ Fig. b: A sexta coluna desta tabela mostra que a velocidade média do objeto durante o seu movimento (permaneceu; não permaneceu) constante.
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 não permaneceu
- 25 ■ Fig. b: Compare os valores, para cada intervalo de tempo, da terceira e sexta colunas. Eles (coincidem; não coincidem).
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 coincidem
- 26 ■ Somente quando o movimento é retilíneo e uniformemente variado a velocidade média em um intervalo de tempo é igual à média aritmética entre a velocidade final do intervalo e a velocidade inicial do intervalo. Algebricamente, $v_m = \underline{\hspace{2cm}}$.
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 $\frac{v_f + v_i}{2}$
- 27 ■ $v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t}$. Esta expressão permite calcular a velocidade (média; instantânea) no intervalo de tempo Δt , conhecendo-se o $\underline{\hspace{2cm}}$. Ela é válida (para qualquer movimento; somente para o MRUV).
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 média; deslocamento Δd no intervalo considerado; para qualquer movimento
- 28 ■ $v_m = \frac{v_f + v_i}{2}$. Esta expressão permite calcular a $\underline{\hspace{2cm}}$ de um objeto em (MRUV; qualquer movimento).
 ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★ ★
 velocidade média; MRUV (somente)

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

PROBLEMA 1. Um objeto possui movimento retilíneo uniformemente variado. Ele parte do repouso e depois de 10,0 s possui uma velocidade de 10,0 m/s.

- 1 ■ O objeto está animado de (MRU; MRUV).

MRUV

- 2 ■ A velocidade média do veículo no intervalo de tempo de 10,0 s foi de _____.

$$v_m = \frac{v_f + v_i}{2} = \frac{10,0 + 0}{2} = 5,0 \text{ m/s}$$

- 3 ■ A equação da velocidade para este objeto é _____.

$$v = 1t$$

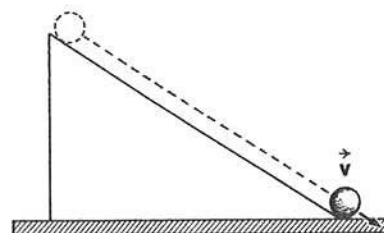
- 4 ■ No instante $t = 20,0$ s a velocidade do objeto é de _____.

20 m/s

- 5 ■ Nos primeiros 20,0 s o móvel desloca-se _____.

200 m

PROBLEMA 2. Uma esfera é abandonada do topo de um plano inclinado e, depois de 2,0 s, ela atinge a parte mais baixa com velocidade de 16,0 m/s. O movimento da esfera é retilíneo uniformemente variado.



- 1 ■ A esfera ao rolar no plano inclinado executa _____.

movimento retilíneo uniformemente variado ou MRUV

- 2 ■ A velocidade média da esfera durante o intervalo de tempo de 2,0 s (enquanto rola pelo plano inclinado) é _____.

8,0 m/s

- 3 ■ A equação da velocidade para a esfera em movimento neste plano inclinado é: $v =$ _____.

8,0 t (onde t é menor ou igual a 2,0 s)

- 4 ■ O deslocamento da esfera no plano inclinado é de _____.

16 m

PROBLEMA 3. Um carro animado de MRUV possui, num determinado instante, velocidade de 15,0 m/s; 3,0 s após, a sua velocidade é igual a 21,0 m/s.

- 1 ■ Neste problema, $v_i =$ _____; $v_f =$ _____ e $\Delta t =$ _____.

15,0 m/s; 21,0 m/s; 3,0 s

- 2 ■ A aceleração do carro no intervalo de tempo igual a 3,0 s é de _____.

2 m/s²

- 3 ■ O deslocamento do móvel no referido intervalo de tempo é _____.

$\Delta d = 54$ m

- 4 ■ A equação da velocidade do móvel referido é $v =$ _____.

15,0 + 2t (onde t é igual ou menor que 3,0 s).

PROBLEMA 4. Um objeto está animado de MRUV. No instante $t = 0$ possui velocidade de 4,0 m/s e, no instante $t = 5,0$ s, a sua velocidade é 2,0 m/s.

- 1 ■ Neste problema $v_i =$ _____; $v_f =$ _____; $t_i =$ _____; $t_f =$ _____. A aceleração do veículo no intervalo de tempo considerado é de _____.

4,0 m/s; 2,0 m/s; 0; 5,0 s; -0,40 m/s²

- 2 ■ A equação da velocidade do veículo é: $v =$ _____.

4,0 - 0,40 t

- 3 ■ No instante $t = 1,0$ s a velocidade do móvel é _____.

3,6 m/s

- 4 ■ Durante o primeiro segundo, o veículo desloca-se _____ m.

$$\Delta d = \frac{v_f + v_i}{2} \cdot \Delta t = \frac{4 + 3,6}{2} \times 1 = 3,8 \text{ m}$$

PROBLEMA 5. Um veículo possui MRUV. Quando sua velocidade é de 30 m/s, o motorista pisa nos freios e o veículo pára depois de 2,0 s.

- 1 ■ A velocidade final do veículo vale _____ e a inicial, _____.

0; 30 m/s

- 2 ■ A equação da velocidade para este móvel durante a freagem é: $v =$ _____.

$$30 - 15t$$

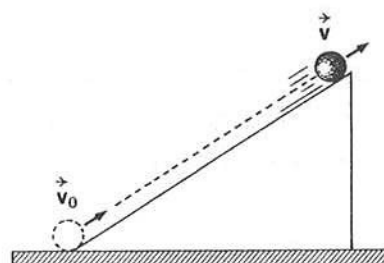
- 3 ■ Durante a freagem o móvel desloca-se _____.

$$\Delta d = \frac{(v_f + v_i)}{2} \cdot \Delta t = \frac{(30 + 0)}{2} \cdot 2 = 30 \text{ m}$$

- 4 ■ 1,0 s após a aplicação dos freios a velocidade do veículo é de _____ e seu deslocamento foi de _____.

$$v_f = v_i + at = 30 - 15 \times 1,0 = 15 \text{ m/s}; \Delta d = \frac{(v_f + v_i)}{2} \cdot \Delta t = \frac{(30 + 15)}{2} = 22,5 \text{ m}$$

PROBLEMA 6. Uma esfera é lançada sobre um plano inclinado de baixo para cima, com velocidade inicial de 10,0 m/s. Quando ela atinge o topo do plano inclinado, a sua velocidade é de 2,0 m/s e o tempo gasto foi de 1,0 s.



- 1 ■ Durante a ascensão da esfera no plano inclinado seu movimento é do tipo _____.

MRUV

- 2 ■ A equação da velocidade para esta esfera é: $v =$ _____.

$$10,0 - 8,0t$$

- 3 ■ Calcule a velocidade média da esfera enquanto se movimenta sobre o plano inclinado, desde a parte mais baixa até o topo. _____

$$v_m = \frac{v_f + v_i}{2} = \frac{10,0 + 2,0}{2} = 6,0 \text{ m/s}$$

- 4 ■ A esfera, em 1,0 s, desloca-se de um valor que (é; não é) igual ao comprimento do plano. Calcule o comprimento do plano. _____

$$\text{é}; \Delta d = v_m \Delta t = (6,0 \text{ m/s}) (1,0 \text{ s}) = 6,0 \text{ m}$$

SEÇÃO 3 – EQUAÇÃO HORÁRIA DO MOVIMENTO

- 1 ■ $\Delta d = \frac{(v_f + v_i)}{2} \cdot \Delta t$. Através desta expressão podemos calcular (a velocidade média; a posição; o deslocamento) de um móvel animado de movimento retilíneo uniformemente variado.

o deslocamento

2 ■ (1) $\Delta d = \frac{(v_f + v_i)}{2} \cdot \Delta t$

(2) $v_f = v_i + a \Delta t$

Substitua em (1) o valor de v_f dado na expressão (2): $\Delta d =$ _____.

$$\frac{(v_i + a\Delta t + v_i)\Delta t}{2} = \frac{(2v_i + a\Delta t)}{2} \cdot \Delta t = \frac{2v_i\Delta t + a(\Delta t)^2}{2} = \frac{2v_i\Delta t}{2} + \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$$

3 ■ A expressão obtida no item anterior pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta d = v_i \cdot \Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}$$

Esta expressão nos permite determinar o deslocamento de um móvel em função de sua velocidade inicial (v_i), do intervalo de tempo (Δt) e de sua _____.

aceleração (a)

4 ■ $\Delta d = v_i \cdot \Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}$. Sendo por definição $\Delta d = d_f - d_i$, podemos escrever: $d_f =$ _____.
(em função de d_i , v_i , Δt e a).

$$d_i + v_i\Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}$$

5 ■ $d_f = d_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a(\Delta t)^2$. Esta equação nos permite determinar (a posição; o deslocamento) de um móvel num determinado instante.

a posição

6 ■ $d_f = 2 + 3t + 4t^2$. Nesta equação estamos utilizando o símbolo t ao invés de Δt por considerarmos o instante inicial (t_i) igual a zero. Na expressão acima temos: $d_i =$ _____; $v_i =$ _____; $a =$ _____.
(utilize as unidades do SI)

2 m; 3 m/s; 8 m/s²

7 ■ $d_f = -4t + t^2$. Nesta expressão temos: $d_i =$ _____; $v_i =$ _____; $a =$ _____ (utilize as unidades do SI)

0; -4 m/s; 2 m/s²

8 ■ $d_f = 5t^2$. Nesta expressão temos $d_i =$ _____; $v_i =$ _____; $a =$ _____.

0; 0; 10 m/s²

9 ■ $d_f = d_i + v_i(\Delta t) + \frac{1}{2} \cdot a(\Delta t)^2$. Esta equação é chamada de equação horária do MRUV. Escreva a equação horária para um móvel animado de MRUV, onde: $a = 2 \text{ m/s}^2$; $v_i = -15 \text{ m/s}$; $d_i = 8 \text{ m}$; $t_i = 0$.

$$d_f = 8 - 15t + t^2$$

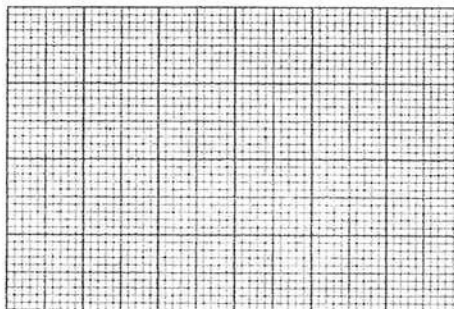
10 ■ $d_f = 9t + 2t^2$. A posição do móvel no instante $t = 3,0 \text{ s}$ é $d_f =$ _____.

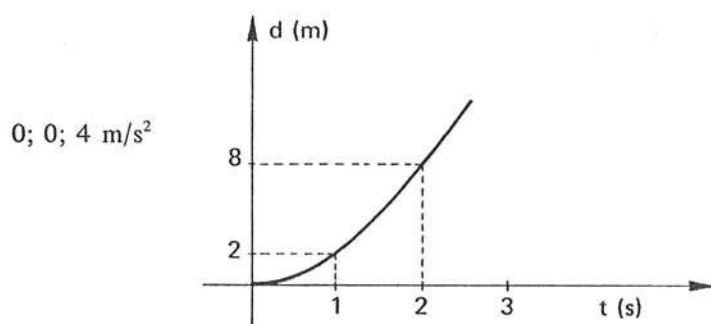
45 m

- 11 ■ $d_f = 2t + 4t^2$. Entre os instantes $t = 0$ e $t = 2,0$ s o móvel desloca-se $\Delta d =$ _____.

$$\Delta d = d_f - d_i = 20 - 0 = 20 \text{ m}$$

- 12 ■ $d_f = 2t^2$. Nesta equação horária, temos: $d_i =$ ____;
 $v_i =$ ____; $a =$ _____. Construa o gráfico $d \times t$ para este movimento.

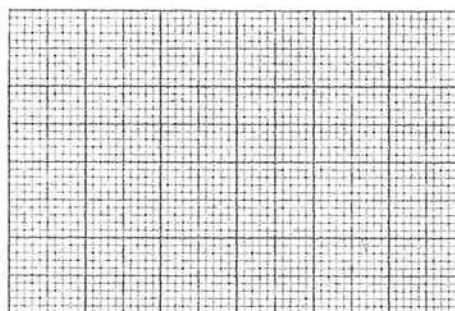


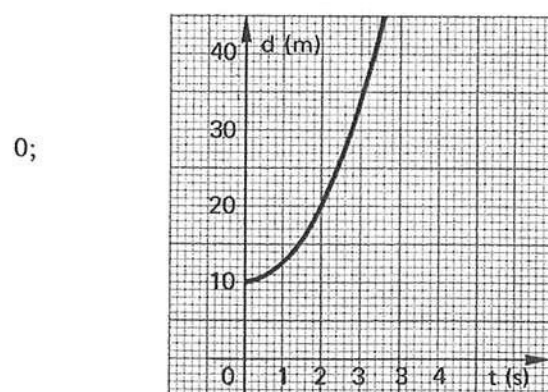


- 13 ■ Quando um móvel executa movimento retilíneo uniformemente variado o seu gráfico $d \times t$ corresponde a uma (reta; parábola).

parábola

- 14 ■ $d = 10 + 3t^2$. Nesta equação horária temos $v_i =$ ____.
 Construa o gráfico $d \times t$ para este movimento.





- 15 ■ $d_f = d_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$. Esta equação é chamada de _____ do MRUV.

equação horária

- 16 ■ $d_f = 2 - 3t - 2t^2$. A equação da velocidade para este movimento é: $v_f =$ _____.

$-3 - 4t$

- 17 ■ (1) $\Delta d = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$

(2) $v_f = v_i + a (\Delta t)$, donde $\Delta t = \frac{v_f - v_i}{a}$

Substitua na expressão (1) o valor de Δt dado pela expressão (2). Efetue as simplificações necessárias e escreva a expressão final: $v_f =$ _____.

$$\begin{aligned} \Delta d &= v_i \frac{(v_f - v_i)}{a} + \frac{1}{2} a \frac{(v_f - v_i)^2}{a^2} = \frac{v_i v_f - v_i^2}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v_f^2 - 2v_i v_f + v_i^2)}{a} = \\ &= \frac{2v_i v_f - 2v_i^2 + v_f^2 - 2v_i v_f + v_i^2}{2a} = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a} \end{aligned}$$

$$2a\Delta d = v_f^2 - v_i^2 \quad \therefore \quad v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta d$$

- 18 ■ $v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta d$. Esta expressão relaciona a velocidade final com a inicial, a aceleração e o _____. Esta equação é chamada de fórmula de Torricelli.

deslocamento

- 19 ■ Um veículo animado da velocidade de 20,0 m/s é freado e pára depois de percorrer 40 m. Determine sua aceleração. _____

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 a \Delta d \quad \therefore \quad 0 = (20,0)^2 + 2 \cdot a \cdot (40)$$

$$80a = -400 \quad \therefore \quad a = -5,0 \text{ m/s}^2$$

- 20 ■ Qual é a velocidade atingida por um corpo acelerado a 2,0 m/s², depois de percorrer 4,0 m, se sua velocidade inicial foi de 3,0 m/s? $v_f =$ _____

5,0 m/s

- 21 ■ Um corpo com velocidade inicial de 20,0 m/s é acelerado a 4,0 m/s², durante determinado intervalo de tempo, até atingir a velocidade de 24,0 m/s. Qual o deslocamento do móvel? _____

22 m

SEÇÃO 4 – QUEDA LIVRE

Quando objetos são soltos de determinada altura do solo, observa-se que eles executam movimento retilíneo uniformemente variado, ou seja, desprezando a resistência do ar, suas velocidades aumentam uniformemente com o tempo. Observa-se ainda que, independente das massas dos corpos, eles atingirão o solo ao mesmo tempo,

quando abandonados de uma mesma altura do solo. Próximos à superfície da Terra, os corpos estão sujeitos a uma aceleração, chamada de aceleração da gravidade, que vale, aproximadamente, $9,80 \text{ m/s}^2$. Universalmente representa-se a aceleração da gravidade pela letra g . A aceleração da gravidade tem sentido vertical para baixo. Quando um objeto é lançado verticalmente para cima, a aceleração da gravidade é responsável pela sua diminuição de velocidade até zero e em seguida por atraí-lo de novo para o solo. As expressões deduzidas anteriormente para o MRUV são igualmente válidas para um corpo em queda livre. Os símbolos utilizados para deslocamentos e aceleração são substituídos pelas letras h (quando nos referimos a altura de queda ou ascensão de objetos) e g (no lugar de a). Assim podemos escrever as expressões para um corpo em queda livre da seguinte forma:

$$v_f = v_i + a \Delta t$$

$$\Delta d = v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$d_f = d_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta d$$

$$v_f = v_i + g \cdot \Delta t$$

$$\Delta h = v_i t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

$$h_f = h_i + v_i \Delta t + \frac{1}{2} g (\Delta t)^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h$$

Para efeito de simplificação dos cálculos, usaremos para o valor da aceleração da gravidade $10,0 \text{ m/s}^2$.

- 1 ■ Quando um objeto é lançado verticalmente para cima seu movimento é do tipo (MRU; MRUV).

MRUV

- 2 ■ Próximo à superfície da Terra a aceleração da gravidade é (variável; constante).

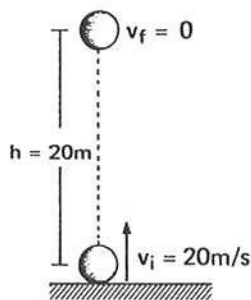
constante

- 3 ■ Um objeto é lançado verticalmente para cima com uma velocidade inicial de 20 m/s . Qual é a altura máxima atingida pelo objeto?

$$v_f^2 = v_i^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta h$$

$$0 = 20^2 - 2 \cdot 10 \cdot \Delta h \quad \therefore \quad \Delta h = \frac{400}{20} = 20 \text{ m}$$

(O valor de g foi tomado com o sinal negativo (-) porque o eixo das posições (h) foi orientado de baixo para cima. Neste caso, enquanto o objeto sobe, a velocidade é positiva e a aceleração da gravidade, negativa.)



- 4 ■ Com relação ao item anterior, quanto tempo após ser lançado, o objeto retorna ao ponto de partida?

$$\Delta h = v_i t + \frac{1}{2} \cdot g t^2 \quad (\text{pelas condições do problema } \Delta h = 0)$$

$$0 = 20t - 5t^2 \quad \therefore \quad 5t^2 = 20t$$

$$t = 4\text{s}$$

- 5 ■ Quando um objeto é lançado verticalmente para cima, no ponto mais alto de sua trajetória, sua velocidade é _____, ao passo que sua aceleração é (nula; não nula).

nula; não nula

- 6 ■ Quando um objeto cai em queda livre, sua velocidade varia (uniformemente; não uniformemente) com o tempo.

uniformemente

- 7 ■ Quando um objeto é lançado verticalmente para cima, o tempo de ascensão do mesmo é igual ao tempo de queda. Isto implica que a velocidade com que um objeto atinge um ponto de partida depois de lançado verticalmente é (igual; diferente) à velocidade de lançamento.

igual

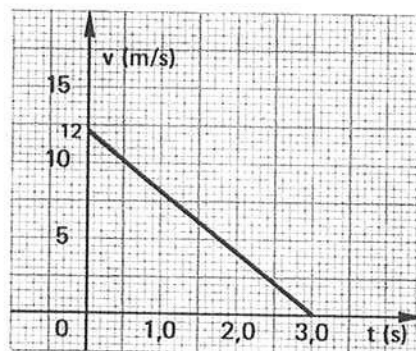
SEÇÃO 5 – EXERCÍCIOS DE REVISÃO

- 1 ■ Um veículo desloca-se numa trajetória retilínea com aceleração constante de $4,0 \text{ m/s}^2$, tendo no instante $t = 0$ a velocidade $v_i = 10 \text{ m/s}$ e encontrando-se nesse instante na posição definida por $d_i = 40 \text{ m}$. Determinar:
- a) a posição e a velocidade do veículo no instante $t = 3,0 \text{ s}$.
 - b) em que instante a velocidade do veículo atinge 20 m/s .
 - c) em que instante o móvel passa pela posição $d = 140 \text{ m}$.
- 2 ■ Um carro se move ao longo de uma estrada a 36 km/h . O motorista, então, “pisa na tábuas”, e acelera uniformemente, até atingir 72 km/h em $10,0 \text{ s}$.
- a) Qual foi a aceleração durante este intervalo de tempo?
 - b) Que distância percorreu o carro durante estes $10,0 \text{ s}$?
- 3 ■ Um motorista de um carro que vai a 54 km/h freia, desacelera uniformemente, e pára em $5,0 \text{ s}$. Outro motorista, que vai a 36 km/h , freia mais suavemente, e pára em $10,0 \text{ s}$. Represente, num mesmo gráfico, a velocidade em função do tempo, para cada um dos dois carros.
- a) Qual dos dois carros percorreu maior distância, depois de freiados?
 - b) Adicione ao gráfico uma linha que represente o segundo carro desacelerando na mesma razão do primeiro. Quanto tempo leva o carro para parar, nesta razão de desaceleração?
- 4 ■ Um foguete, que coloca um satélite em órbita, alcançou uma velocidade de $3,60 \times 10^4 \text{ km/h}$ em $2,50 \text{ min}$, a partir do repouso.
- a) Qual era a aceleração média?
 - b) Se o foguete tivesse combustível suficiente para manter a mesma razão de aceleração durante uma hora, que velocidade teria ao fim de uma hora, partindo do repouso?
 - c) Que distância percorreria durante esta hora?
- 5 ■ Um carro de corrida é acelerado ao longo de uma pista, a partir do repouso, durante $10,0 \text{ s}$, com uma aceleração de $5,0 \text{ m/s}^2$. Ele, então, se move sem aceleração durante $5,0 \text{ s}$. Em seguida, se move com uma aceleração de $-2,5 \text{ m/s}^2$ até parar.
- a) Qual é a máxima velocidade atingida?
 - b) Quanto tempo leva o veículo para parar, a partir do instante em que começa a desacelerar?
 - c) Que distância percorre durante os primeiros $10,0 \text{ s}$? Durante o período de desaceleração? Durante o percurso total?
 - d) Faça um gráfico da aceleração do carro em função do tempo.
- 6 ■ Um automóvel, partindo do repouso, aumenta sua velocidade uniformemente, durante $10,0 \text{ s}$. Sua velocidade, ao fim de $5,0 \text{ s}$, é 36 km/h .
- a) Qual é a aceleração?
 - b) Qual será sua velocidade após $10,0 \text{ s}$?
 - c) Que distância percorrerá em $10,0 \text{ s}$?
 - d) Que distância percorrerá até o sexto segundo?

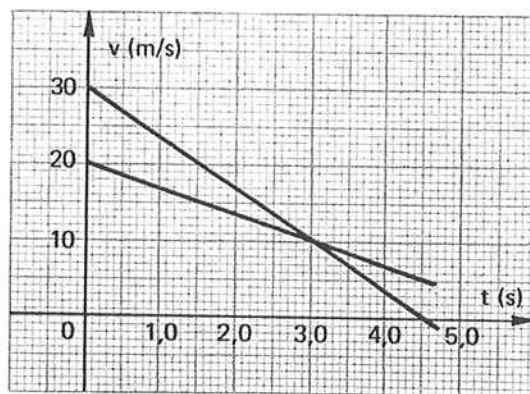
- 7 ■ Uma bola, partindo do repouso, rola com aceleração constante por um plano inclinado de 216 cm de comprimento e gasta um tempo de 1,2 s.
- Determine sua aceleração.
 - Represente graficamente a velocidade da bola em função do tempo.
- 8 ■ Um veículo tem uma aceleração constante de $2,0 \text{ m/s}^2$ e parte do repouso.
- Que velocidade tem após 6,0 s?
 - Que distância percorreu em 6,0 s?
 - Qual é sua velocidade média durante os primeiros 6,0 s?
 - Que distância percorreu até o instante em que atinge a velocidade de 20 m/s?
 - Construa o gráfico $d \times t$ para este movimento.
 - Construa o gráfico $v \times t$ para este movimento.
 - Que distância percorre até o quinto segundo?
- 9 ■ Do alto de um poste cai um objeto, que leva 2,0 s para atingir o solo. Qual é a altura do poste?
- 10 ■ Do topo de uma torre de 120 m lança-se verticalmente, em direção ao solo, uma pedra, com a velocidade inicial de 10 m/s.
- Com que velocidade atinge o solo?
 - Qual o tempo gasto para isto?
- 11 ■ Lança-se um objeto verticalmente para cima com a velocidade inicial de 30 m/s.
- Qual é a altura máxima atingida?
 - Com que velocidade o objeto atinge o solo?
 - Determine a altura do objeto no instante $t = 4,0 \text{ s}$.
 - Construa o gráfico $v \times t$ para este movimento.
 - Construa o gráfico $h \times t$ para este movimento.

- 12 ■ O gráfico ao lado representa a variação de velocidade do movimento de um veículo.

- Dê a equação horária de sua velocidade.
- Dê a equação horária de sua posição.
- Quanto o móvel se deslocou nos primeiros 3,0 s?

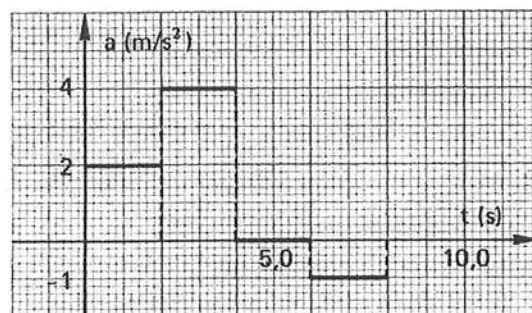


- 13 ■ Dois veículos viajam no mesmo sentido em uma estrada retilínea. No instante em que um está ultrapassando o outro, os dois motoristas percebem um perigo à frente e freiam simultaneamente. O gráfico da figura mostra a variação da velocidade dos dois com o tempo. Pede-se a distância entre os dois carros no instante em que suas velocidades forem iguais.



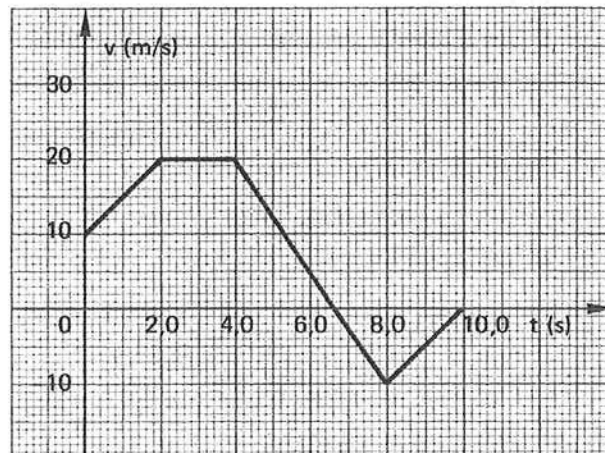
- 14 ■ O gráfico das acelerações em função do tempo para um móvel que parte do repouso é dado ao lado.

Construa o correspondente diagrama das velocidades.



- 15 ■ O diagrama da velocidade para um móvel que se desloca numa trajetória retilínea é dado ao lado. Determine:

- o deslocamento do móvel entre 0 e 10,0 s.
- a aceleração média do móvel entre 0 e 10,0 s.
- a velocidade média entre 0 e 10,0 s.

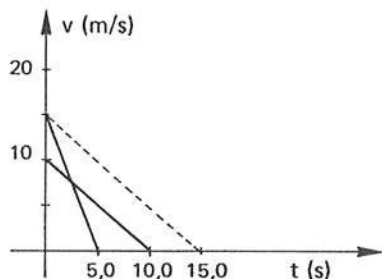


RESPOSTAS

1. a) 88 m; 22 m/s b) $t = 2,5$ s c) $t = 5,0$ s

2. a) $1,0 \text{ m/s}^2$ b) $d = 150$ m

3.



- a) o segundo carro

- b) linha pontilhada. Leva 15,0 s até parar.

4. a) $66,7 \text{ m/s}^2$

- b) $2,40 \times 10^5 \text{ m/s}$

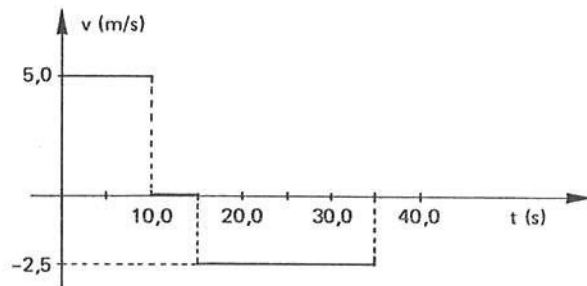
- c) $4,32 \times 10^8 \text{ m}$

5. a) 50 m/s

- b) 20 s

- c) $d = 250$ m nos primeiros 10,0 s
 $d = 500$ m na desaceleração
 $d = 1\,000$ metros no total

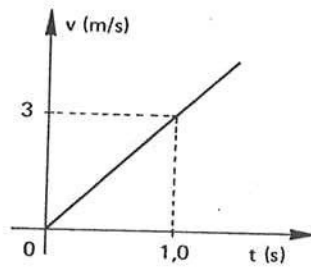
d)



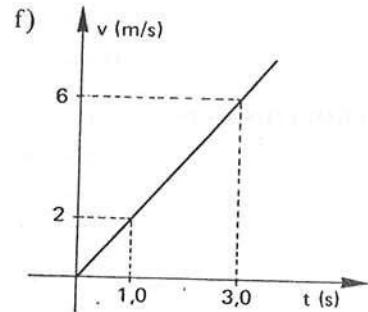
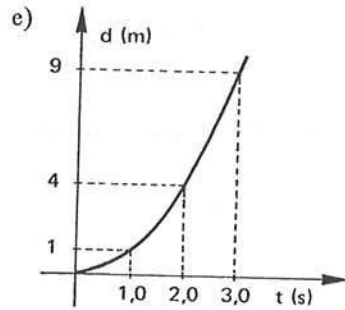
6. a) 2 m/s^2 b) 20 m/s c) 100 m d) 36 m

7. a) 3 m/s^2

b)



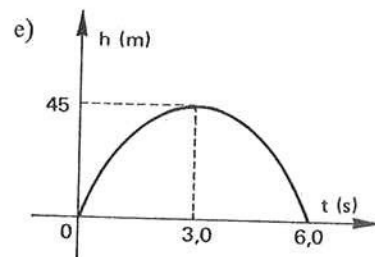
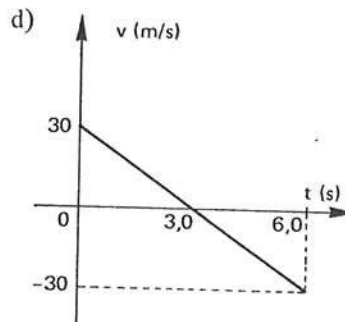
8. a) 12 m/s b) 36 m
 c) 6 m/s d) 100 m
 g) 25 m



9. $h = 20 \text{ m}$

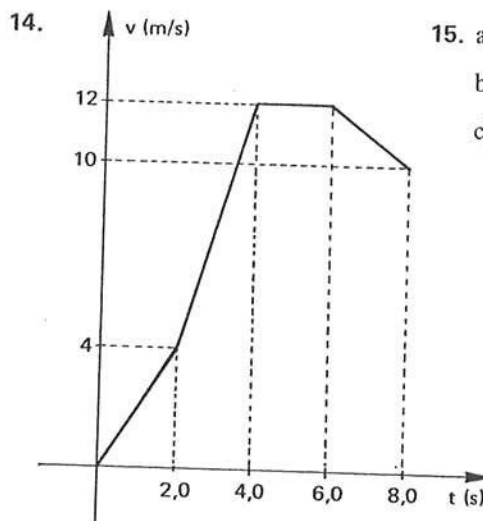
10. $v = 50 \text{ m/s}$; $t = 4 \text{ s}$

11. a) 45 m b) 30 m/s
 c) 40 m



12. a) $\dot{v} = 12 - 4t$ b) $\Delta h = 12t - 2t^2$ c) 18 m

13. 15 m



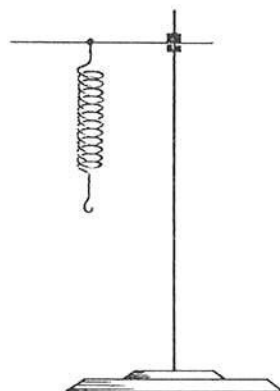
15. a) 80 m
 b) -1.0 m/s^2
 c) 8.0 m/s

**EXPERIÊNCIA 1. RELAÇÃO ENTRE A DEFORMAÇÃO DE UMA MOLA (ou ELÁSTICO)
E O PESO DA MASSA RESPONSÁVEL PELA DEFORMAÇÃO.**

- OBJETIVOS:**
- a) Construir, a partir de dados experimentais, o gráfico que relaciona o peso da massa com a deformação da mola.
 - b) Calcular, a partir do gráfico acima, a equação que relaciona o peso da massa com a deformação.

- MATERIAL UTILIZADO:**
- a) mola ou elástico;
 - b) régua;
 - c) massas aferidas (50 g; 100 g; etc.);
 - d) suportes.

- PROCEDIMENTO:**
- a) Pendure uma mola (ou elástico) conforme mostra a figura ao lado.
 - b) Meça o comprimento inicial L_0 da mola (ou elástico), sem peso.
 - c) Coloque, na extremidade da mola ou elástico, uma massa de 50 g e meça o novo comprimento da mola L .
 - d) Coloque, na extremidade da mola, uma massa de 100 g e meça o novo comprimento.
 - e) Repita as operações descritas em c) e d) para massas de 150, 200 e 250 g.



- ANÁLISE:**
- a) A deformação, para cada peso, é definida como o comprimento final (com peso) menos o comprimento inicial (sem peso). Simbolicamente:

$$\Delta L = L - L_0 \quad \Delta L \text{ (leia: Delta L)}$$

Por exemplo: Se o comprimento inicial é $L = 20$ cm e sob um peso de 100 g o comprimento final é $L = 25$ cm, a deformação será

$$\Delta L = 25 - 20 = 5,0 \text{ cm}$$

- b) Construa uma tabela de valores, que contenha m (massa); L_0 ; L e ΔL
- c) Com os dados obtidos, construa um gráfico em um papel milimetrado, relacionando a massa com a deformação, colocando os valores das massas no eixo das ordenadas.

- QUESTÕES:**
- a) É linear a relação entre o peso deformador e a deformação da mola? Explique.
 - b) Escreva a respectiva equação.
 - c) Determine o valor da deformação ΔL para o peso de uma massa de 120 g.
 - d) Se a deformação $\Delta L = 5,0$ cm, qual é o valor do peso da massa deformadora?
 - e) Com quantos algarismos significativos você deve escrever o valor da declividade?
 - f) Quais são as unidades de medida da declividade?

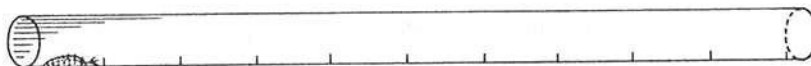
RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório da experiência. No relatório deverão aparecer claramente: os objetivos, a parte teórica, tabelas de dados, gráficos, respostas às questões formuladas e suas conclusões.

EXPERIÊNCIA 2. ESTUDO DE UM MOVIMENTO RETILÍNEO.

- OBJETIVOS:**
- a) Construir, a partir dos dados experimentais, o gráfico deslocamento $\times$ tempo do movimento de um tatuzinho de jardim.
 - b) Calcular, a partir do gráfico acima, a velocidade média do tatuzinho em diversos trechos de sua trajetória.

- MATERIAL UTILIZADO:**
- a) tatuzinho de jardim;
 - b) tubo de vidro de aproximadamente 1 m;
 - c) relógio com ponteiro de segundo ou cronômetro.

PROCEDIMENTO:



- a) Gradue o tubo de vidro de 5 em 5 cm.
- b) Coloque um tatuzinho de jardim numa das extremidades do tubo. Ele certamente caminhará para frente.
- c) Quando o tatuzinho passar pela posição tomada como origem, inicie a leitura do tempo. Anote os instantes em que ele passa por cada marca.

- ANÁLISE:**
- a) Construa uma tabela dos valores obtidos.
 - b) Com os valores da tabela anterior construa um gráfico deslocamento $\times$ tempo.
 - c) Construa o gráfico da velocidade média $\times$ tempo.

- QUESTÕES:**
- a) Em qual intervalo de tempo a velocidade do tatuzinho foi maior?
 - b) Em qual intervalo de tempo a velocidade do tatuzinho foi menor?
 - c) Determine a velocidade do tatuzinho nos trechos onde ela foi praticamente constante.

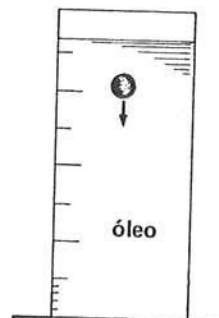
RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório da experiência. No relatório deverão aparecer claramente: os objetivos, a parte teórica, tabelas de dados, gráficos, respostas às questões formuladas e suas conclusões.

EXPERIÊNCIA 3. ESTUDO DE UM MOVIMENTO RETILÍNEO.

- OBJETIVOS:**
- a) Construir, a partir dos dados experimentais, o gráfico deslocamento $\times$ tempo do movimento de uma esfera de chumbo, aço, ou outro material similar, num tubo contendo óleo.
 - b) Calcular, a partir do gráfico acima, a velocidade média da esfera.

- MATERIAL UTILIZADO:**
- a) tubo de vidro;
 - b) óleo de carro n.º 50;
 - c) relógio com ponteiro de segundo ou cronômetro;
 - d) esferas de chumbo ou aço.

- PROCEDIMENTO:**
- a) Gradue o tubo de 10 em 10 cm.
 - b) Solte uma esfera no interior do óleo.
 - c) Quando a esfera passar pela posição tomada como origem, inicie a leitura do tempo. Anote os instantes em que ela passa por cada marca.



- ANÁLISE:**
- a) Construa uma tabela dos valores obtidos no item c anterior.
 - b) Com os valores do item anterior, construa um gráfico deslocamento $\times$ tempo.

- QUESTÕES:**
- a) Que tipo de movimento a esfera executa no interior do óleo?
 - b) Qual é o valor da velocidade média da esfera?

RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório da experiência. No relatório deverão aparecer claramente: os objetivos, a parte teórica, tabelas de dados, gráficos, respostas às questões formuladas e suas conclusões.

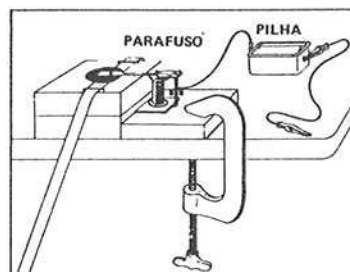
EXPERIÊNCIA 4. MARCADOR DE TEMPO.

- OBJETIVOS:**
- a) Determinar o período e a frequência de um marcador de tempo.
 - b) Calibrar, para leituras em segundos, um marcador de tempo.

O marcador de tempo é um dispositivo elétrico que funciona de maneira semelhante a uma campainha elétrica. Ele é acionado por uma ou duas pilhas, destas utilizadas em lanternas, e possui uma lâmina metálica, que vibra diversas vezes por segundo quando as pilhas são ligadas.

Além de medir o período e a frequência do instrumento, o objetivo da experiência é a familiarização com o instrumento, pois ele será utilizado em outras oportunidades. Você poderá verificar que o marcador de tempo pode ser utilizado para medir pequenos intervalos de tempo.

- MATERIAL UTILIZADO:**
- a) marcador de tempo;
 - b) pilhas;
 - c) cronômetro ou relógio que indique segundos;
 - d) presilha em U;
 - e) fita de papel em forma de serpentina.



- PROCEDIMENTO:**
- a) Prenda o marcador de tempo firmemente, conforme mostra a figura acima.
 - b) Faça as conexões elétricas e ajuste o parafuso que se encontra em cima da bobina de modo que você ouça batidas ou tiques bem uniformes. Veja a figura.
 - c) Coloque a fita de papel no marcador de tempo, fazendo com que ela passe entre o papel carbono e a madeira.
 - d) Puxe, apenas para praticar, alguns pedaços de fita de modo que os tiques apareçam claramente separados para melhor facilidade de contagem.
 - e) Para se determinar o período e a frequência do vibrador é necessário contar os tiques formados no papel em um determinado intervalo de tempo. Para tal, coloque no instrumento uma fita de aproximadamente 2 metros e deixe ligado o marcador de forma que o ponto inicial seja bem distinto (grosso). Quando você começar a puxar a fita, conforme você praticou no item d, um seu colega deverá acionar o cronômetro, e, quando a outra extremidade da fita passar pelo carbono, o cronômetro deverá ser desligado.
 - f) Repita a operação pelo menos uma vez.

- ANÁLISE:**
- a) Marque o intervalo de tempo gasto e conte o número de tiques formado na fita de papel.
 - b) A frequência do marcador de tempo é definido como a quantidade de tiques formados em um segundo.
 - c) O período é o intervalo de tempo entre cada tique e o seu sucessivo.

- QUESTÕES:**
- a) Qual é o período e a frequência deste marcador de tempo?
 - b) Com quantos algarismos significativos pode você determinar tais grandezas? Por quê?
 - c) Se você puxar uma fita e contar 56 tiques, qual é, em segundos, o intervalo de tempo correspondente?

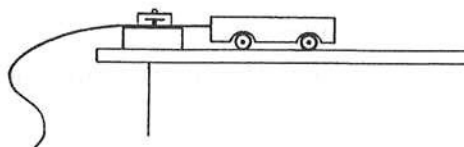
RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório da experiência. No relatório deverão aparecer claramente: os objetivos, a parte teórica, tabela de dados, gráficos, respostas às questões formuladas e suas conclusões.

EXPERIÊNCIA 5. ESTUDO DE UM MOVIMENTO RETILÍNEO.

- OBJETIVOS:**
- a) Construir, a partir dos dados experimentais, o gráfico deslocamento $\times$ tempo do movimento de um carrinho.
 - b) Calcular, a partir do gráfico acima, a velocidade média do carrinho em diversos trechos de sua trajetória.

- MATERIAL UTILIZADO:**
- a) os mesmos da experiência anterior (sem o cronômetro);
 - b) um carrinho de rolemã;
 - c) régua graduada em milímetros.

PROCEDIMENTO:



- a) O marcador de tempo já deve estar calibrado, isto é, a sua frequência ou o seu período já devem ter sido determinados.
- b) Prenda o marcador como foi realizado na experiência anterior.
- c) Passe pelo marcador um pedaço de fita de aproximadamente 1 metro. (conforme o comprimento da mesa).
- d) Prenda uma das extremidades da fita ao carrinho, conforme mostra o diagrama acima. (utilize fita colante)
- e) Ligue o marcador e deixe que o ponto inicial seja bem distinto (bem grosso).
- f) Dê um empurrão no carrinho e deixe que ele se movimente por si só.

- ANÁLISE:**
- a) Utilizando-se do ponto inicial como a origem, marque a posição de cada tique. Nesta operação você estará marcando a posição do carrinho em cada ponto ou instante.
 - b) Construa uma tabela de valores do deslocamento e do tempo (em segundos), com o marcador já calibrado.
 - c) Construa um gráfico deslocamento $\times$ tempo.

- QUESTÕES:**
- a) Em qual intervalo de tempo a velocidade do carrinho foi maior?
 - b) Em qual intervalo de tempo a velocidade do carrinho foi menor?
 - c) Determine a velocidade do carrinho nos trechos onde ela foi praticamente constante.

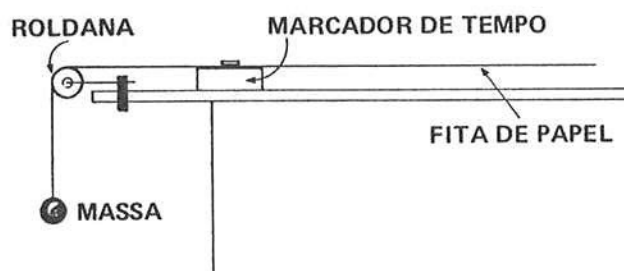
RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório da experiência. No relatório deverão aparecer claramente: os objetivos, a parte teórica, tabelas de dados, gráficos, respostas às questões formuladas e suas conclusões.

EXPERIÊNCIA 6. MOVIMENTO RETILÍNEO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE – MRUV

- OBJETIVOS:**
- Construir, a partir dos dados experimentais, o gráfico da posição em função do tempo.
 - Determinar a velocidade média em sucessivos intervalos de tempo.
 - Determinar a velocidade instantânea em diversos instantes.
 - Construir o gráfico da velocidade em função do tempo.
 - Determinar a aceleração resultante.

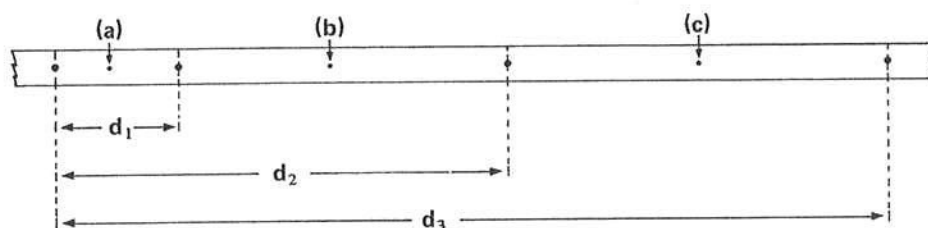
- MATERIAL UTILIZADO:**
- marcador de tempo, já calibrado em segundos;
 - pilhas;
 - presilha em U;
 - fita de papel;
 - uma massa com cerca de 1 kg;
 - fita colante e régua milimetrada.

PROCEDIMENTO:



- Prenda o marcador de tempo, como foi feito em experiências anteriores.
- Prenda, com fita colante e bem firme, a massa numa extremidade da fita, e segure a outra com a mão. Veja o diagrama esquematizado acima.
- Ligue o marcador de tempo e solte a extremidade da fita que você está segurando, deixando a massa atingir o solo.
- A fita deve possuir cerca de 1 m.

ANÁLISE:



- Assinale na fita grupos consecutivos de 3 tiques. O ponto grosso é tomado como a origem. Conte os grupos consecutivos de 3 tiques a partir do primeiro. Observe bem a figura acima.
- Calcule, em segundos, o tempo de duração de 3 tiques.
- Meça com uma régua milimetrada as posições d_1 , d_2 , d_3 , etc. As posições citadas correspondem aos deslocamentos totais a partir da origem. Observe a figura acima.
- Construa uma tabela dos valores das posições e dos respectivos tempos. E, a partir desta, construa um gráfico das posições em função do tempo. (com papel milimetrado)

- e) Para se determinar a aceleração é necessário conhecer a velocidade da massa em diversos instantes. Os instantes escolhidos são os instantes médios de cada grupo de 3 pontos consecutivos. Na figura acima, tais instantes correspondem aos tiques marcados com as letras a, b, c, etc. A velocidade média, no intervalo de tempo que corresponde ao grupo de 3 pontos consecutivos, é igual à velocidade instantânea no instante intermediário. Exemplificando: no primeiro grupo de 3 tiques consecutivos a velocidade média é igual à velocidade instantânea no instante assinalado pela letra a. E assim sucessivamente.

Determine então a velocidade média nos grupos de 3 tiques consecutivos.

Lembre-se:
$$v_m = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{d_f - d_i}{t_f - t_i}$$

- f) A partir das velocidades médias calculadas acima e a partir das informações fornecidas no item anterior, construa uma tabela de valores de velocidade instantânea $\times$ tempo, isto é, uma tabela $v \times t$.
- g) Construa agora o gráfico $v \times t$ num papel milimetrado.
- h) Determine, a partir do gráfico, a aceleração resultante na massa.

- QUESTÕES:**
- a) Quais são os fatores que nos impedem de considerar a massa em queda livre?
- b) Qual a hipótese feita quando traçamos a melhor reta que passa pelos pontos do gráfico $v \times t$?
- c) Qual seria a velocidade da massa para o tique n.º 8?

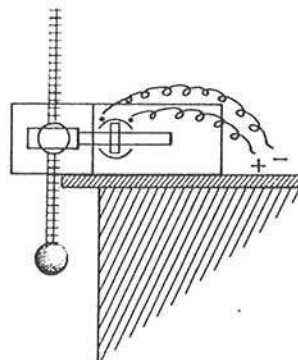
RELATÓRIO: Você deverá entregar um relatório completo da experiência realizada, seguindo os mesmos critérios anteriormente adotados.

EXPERIÊNCIA 7. QUEDA LIVRE.

- OBJETIVOS:**
- a) A partir de dados experimentais, construir um gráfico da posição em função do tempo.
 - b) Determinar a velocidade média em diversos intervalos de tempo.
 - c) Determinar a velocidade instantânea em diversos instantes.
 - d) Construir o gráfico $v \times t$ e determinar a aceleração de queda da massa.

MATERIAL UTILIZADO: os mesmos da experiência anterior.

- PROCEDIMENTO:**
- a) O marcador de tempo deve ficar na vertical, conforme mostra a figura ao lado.
 - b) Os passos restantes são idênticos aos da experiência anterior.



ANÁLISE: a mesma da experiência anterior.

- QUESTÕES:**
- a) Explique porque devemos colocar o marcador de tempo na posição vertical.
 - b) Quais são as hipóteses necessárias para que a massa esteja *realmente* em queda livre?
 - c) Com quantos algarismos significativos pode você determinar a aceleração de queda da massa?
 - d) Supondo que a aceleração de queda seja de $9,8 \text{ m/s}^2$, qual foi o seu erro cometido na determinação?

RELATÓRIO: Você deverá, como fez nas experiências anteriores, entregar o relatório da experiência.

