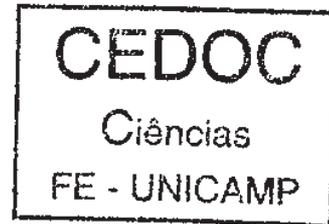


**RODOLPHO  
CANIATO**

**UM**



**PROJETO BRASILEIRO  
PARA O  
ENSINO DE FÍSICA**

**ANEXO II: UNIDADE II  
("MECÂNICA")**

TESE apresentada junto à Faculdade  
de Filosofia Ciências e Letras  
de Rio Claro para obtenção do  
Grau de DOUTOR EM CIÊNCIA.



REVISÃO E CONTRIBUIÇÕES

*Sônia Krapas Teixeira*

*e*

*Antonio Amaral*

ILUSTRAÇÕES

*Orlando Luciano*

*e*

*Salette B. F. Braga*

MECANOGRAFIA E COMPOSIÇÃO

*Gislene de Campos*

ENSAIOS REALIZADOS COM MATERIAL DO PROJETO BRASILEIRO PARA O EN-  
SINO DE FÍSICA.

PROFESSOR

- ESTABELECIMENTO DE ENSINO

RODOLPHO CANTIATO

- Centro de Treinamento para professores de Ciências do Nordeste - (CECINE) - Recife, 1970.
- Centro de Treinamento para professores de Ciências de São Paulo (CECISP) - São Paulo - 1971/72.
- Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Rio Claro - Rio Claro - 1971/72/73.
- Universidade de São Paulo - S.P. 1972.
- Universidade Estadual de Campinas - Campinas - 1972/73.
- Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de São José do Rio Preto - São José do Rio Preto 1973.

EIKITE TENGNON (DR.)  
e LUIZ CARLOS BARBOSA

- Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de São José do Rio Preto - São José do Rio Preto, 1973.

SÉRGIO MANTAKAS

- Colégio Estadual Brigadeiro Faria - São Paulo - 1971

FERNANDO DAGNONI PRADO	- Colégio de Aplicação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras de Rio Claro - Rio Claro - 1971.
JOSÉ CUNHA BUENO FILHO E SEBASTIÃO ELIAS KURI E OSVALDO JOSÉ PEREIRA	- Escola Normal Rural Estadual Prof. Jo sé de Mello Moraes - Piracicaba - 1971.
CICERO RICIARDI	- Instituto Educacional Imaculada - Cam pinas - 1973.
ENIVALDO BONELLI	- Colégio Divino Salvador - Jundiaí-1973
JAIR PRESENTE	- Colégio Batista de Campinas - Campinas 1973.
JOSÉ CARLOS FERRAZ DE CAMPOS	- I.E.E."Carlos Gomes" - Campinas, 1973
MARIA CLÓTILDE CORREA	- Colégio São vicente de Paulo - Jundiaí 1973.
SONIA KRAPAS TEIXEIRA	- C.E.E.N."Prof. Hildebrando Siqueira" Campinas- 1973
	- Ginásio Progresso Campineiro - Campi nas - 1973.
ADILSON ROBERTO HUNGARO	- Colégio Divino Salvador - Jundiaí - 1973
WANDERLEY ANTONIO TRUZZI	- Colégio Estadual "Saturnino Antonio Rosa" - Cajobi, 1973
ANTONIO WAGNER GOMES	- Colégio Estadual Profa. Ana Pinto Duer te Paes - Jundiaí, 1973

- ANTONIO WAGNER GOMES - Colégio Estadual Profa. Ana Pinto Duarte  
Egas - Jundiaí, 1973.
- ELIANA MARIA CIOCHETTI - Colégio Estadual "Dr. Elias Marsud" Mon  
te-Mór - 1973
- LUIZ ROBERTO SANNAZARO - Colégio Estadual "Dom José de Canga Bay  
ros - Indaiatuba - 1973
- RICCIOTI COVESI FILHO - Colégio Sagrado Coração de Jesus - Campi  
nas - 1973.
- ROSEMARY MELAZI - Colégio Estadual "Prof. Jamil Khoury"  
São José do Rio Preto - 1973
- LUIZ ANTONIO BERTOLO - I.E.E. Carlos Gomes - Campinas - 1973.
- JÓSE RUBENS MAIORINO - Ginásio Estadual Dr. Paulo Almeida No  
gueira - Cosmópolis - 1973.
- ANTONIO GERALDO BALTHAZAR - Colégio Estadual de Nova Odessa - Nova  
Odessa - 1973
- OLAVO DIVINO VIEIRA - Colégio Estadual Prof. Benedito Sampaio -  
Campinas, 1973.

*Aos meus filhos*

*Rodolfo*

*Lúcia*

*Cristina*

*Paulo*

*Carlos*

# Í N D I C E

## UNIDADE II : "MECÂNICA"

### AO PROFESSOR

#### CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

1.1	- As diferentes linguagens da Física.....	1.1.1
1.2	- Descrição de um movimento .....	1.2.1
1.3	- Quando ninguém mexe .....	1.3.1
1.4	- Quando uma força está atuando .....	1.4.1
1.5	- Alguns movimentos importantes .....	1.5.1

#### CAPÍTULO 2 - INTERAÇÕES

2.1	- Impulso e Quantidade de movimento .....	2.1.1
2.2	- Trabalho: Uma das maneiras de medir a transferência de ENERGIA .....	2.2.1
2.3	- Energia Potencial, a Energia Armaze nada .....	2.3.1

#### CAPÍTULO 3 - O COMPORTAMENTO DOS GASES

3.1	- O que você sabe sobre os gases? .....	3.1.1
3.2	- Mais algumas propriedades dos gases....	3.2.1

#### CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

##### Prólogo

4.1	- Conservação da quantidade de movimento.	4.1.2
4.2	- Conservação da quantidade de movimento angular .....	4.2.1
4.3	- A conservação da massa .....	4.3.1
4.4	- A conservação da energia .....	4.4.1

## A O P R O F E S S O R

Todo trabalho desenvolvido neste projeto pressupõe uma intensa participação do aluno no processo ensino-aprendizagem. Ele resulta de uma perspectiva em que nem o P R O F E S S O R é um repetidor de coisas que estão no livro nem o aluno aprende simplesmente ouvindo ou anotando. Pensou-se em proporcionar meios para uma intensa interação P R O F E S S O R - A L U N O na qual o A L U N O participa intensamente da A U L A e na qual o P R O F E S S O R assume um papel parecido ao de um regente de orquestra. Caberá ao P R O F E S S O R usar sua maior experiência para C O N D U Z I R e B A L A N C E A R a participação dos E D U C A N D O S. Dessa maneira inclusive o cabedal de experiência adquirida pelo P R O F E S S O R também crescerá rapidamente e ele não correrá tanto o risco de "E S C L E R O S A R" ou mesmo "F O S S I L I Z A R" seus conhecimentos e seus hábitos de ensino.

Os textos foram preparados com a preocupação de se oferecer uma linguagem ao alcance do A L U N O e que proporciona um grande cenário de idéias, situações e "deixas" para discussões que podem ser exploradas segundo os interesses do A L U N O e D I S P O N I B I L I D A D E do P R O F E S S O R.

As A T I V I D A D E S são parte obrigatória e foram pensadas e ensaiadas para serem possíveis em Q U A I S Q U E R C O N D I Ç Õ E S B R A S I L E I R A S. Elas não exigem N U N C A material caro ou de difícil obtenção E M T E R M O S B R A S I L E I R O S. Será importante que o P R O F E S S O R consiga previamente esse M A T E R I A L. Sugerimos que haja um pequeno grupo de A L U N O S sempre incumbido de conseguir o material.

As coisas que aqui estão sugeridas não foram simplesmente planejadas em gabinete mas estão sendo exaustivamente ensaiadas desde 1970 ininterruptamente.

Lembramos também que uma das preocupações sempre presente foi de criar uma estrutura EM PARALELO para todo o PROJETO . Isso equivale a dizer que não existe uma ordem obrigatória entre as UNIDADES e nem mesmo entre CAPÍTULOS e SEÇÕES. Cada seção, com raras exceções não é pré-requisito para a seguinte. Isso equivale a dizer que o professor poderá começar o curso por qualquer das partes.

Damos a seguir algumas normas ditadas pela experiência vivida e que facilitarão o trabalho do PROFESSOR.

### PROCEDIMENTO

1. Explique aos alunos que com os métodos tradicionais eles têm assistido às aulas e que agora eles irão tomar parte no jogo do ensino-aprendizagem. Neste jogo eles vão adquirir não só informações; mas também treinarão argumentação e iniciativa de raciocínio, ingredientes necessários em qualquer ramo do conhecimento.
2. Uma primeira leitura do texto deverá ser feita em voz alta e sem nenhuma interrupção. Cada pequeno trecho deverá ser lido por um diferente aluno e que será escolhido ao acaso. Durante a leitura os alunos deverão fazer um pequeno sinal ao lado da linha onde estiver um assunto ou conceito que não entenderam ou que lhes interessa discutir. Quando se trata de "classes muito boas" ou já treinadas em trabalho em grupos a leitura em voz alta pode, com vantagem, ser substituída pela leitura individual.
3. Terminada a leitura, será iniciada a discussão dos pontos escolhidos pelos alunos e pelo PROFESSOR. Aqui a atuação do PROFESSOR será indispensável tanto para ordenar a discussão

como para evitar que uns fiquem com a palavra em prejuízo dos outros. Diante das perguntas, o PROFESSOR não deve simplesmente dar as respostas, mas sim conduzir a discussão para que as respostas sejam provocadas nos alunos.

4. Sempre que um aluno manifeste uma AÇÃO considerada desejável pelo PROFESSOR este deverá manifestar ao aluno, de alguma maneira, sua aprovação e sempre que possível registrar a contribuição na folha de registro de trabalho. Essa aprovação deve ser manifestada principalmente em relação a AÇÕES de LER, CRITICAR, FAZER ( atividades ), FALAR, CONTRIBUÍR ( acrescentar idéias que não estão no texto ) e COOPERAR com o grupo ou classe. Se o PROFESSOR achar oportuno poderá acrescentar outros critérios de AVALIAÇÃO. Todas estas recomendações se aplicam também e principalmente ao trabalho nas ATIVIDADES.
5. Todos os textos ( seções ) incluem uma ATIVIDADE que deverá ser feita sem exceção e na mesma ordem em que ela aparece no texto. Para a realização dessas ATIVIDADES o PROFESSOR deverá dividir os alunos em grupos que não devem conter mais de seis elementos.  
Durante a realização das ATIVIDADES, o PROFESSOR deve passar pelos grupos para verificar e eventualmente estimular o trabalho e as discussões sobre o que está sendo feito.  
Quando o PROFESSOR perceber que há dificuldades que se manifestam em vários grupos, será oportuno que ele interrompa o trabalho por uns instantes para esclarecer e evitar que o ritmo do trabalho decaia. É importante que os alunos tenham presente que o PROFESSOR está OBSERVANDO o trabalho de todos e anotando positivamente o desempenho de cada aluno e de cada grupo.
6. Desaconselha-se inteiramente que o PROFESSOR use qualquer método coercitivo ou que represente ameaça, ainda que simplesmente a de um ZERO.

7. Alunos ou grupos deverão ser incumbidos pelo professor de obter e organizar o material para a ATIVIDADE seguinte.
8. Os níveis "SE VOCÊ QUISE SABER UM POUCO MAIS" e "UM POUCO MAIS AINDA" são destinados aos alunos que puderem e quiserem. Desaconselha-se que todos os alunos sejam submetidos a uma carga que pode ser "pesada" ou indesejável para muitos.

## CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

### 1.1 - AS DIFERENTES LINGUAGENS DA FÍSICA

Se você leu parte ou toda a UNIDADE I, já lhe devem ser familiares as tabelas, os gráficos e equações sobre diferentes assuntos. Expressões, tabelas, gráficos e equações constituem a linguagem da ciência.

Embora todas as ciências comecem com a utilização de uma linguagem corrente, elas geralmente usam linguagens mais adequadas e mais apropriadas para cada caso. Há ocasiões em que essa linguagem se torna altamente especializada e que é utilizada por especialistas. Acontece com a linguagem uma coisa semelhante ao uso das ferramentas. Trabalhos comuns podem ser feitos com ferramentas comuns. Trabalhos especiais exigem ferramentas especiais e menos comuns. Quase sempre ferramentas especiais exigem habilidades especiais. Entretanto, essas ferramentas especiais não são feitas para tornar o trabalho difícil. Ao contrário, sem elas o trabalho seria muito mais difícil. Coisa semelhante ocorre com a ciência de um modo geral e com a Física em particular.

Frequentemente na Ciência são usadas palavras comuns, porém, com sentido especial que pode diferir do uso comum. Por exemplo, quando falamos em velocidade, na linguagem comum, só estamos pensando no número que exprime a rapidez do deslocamento. Quando usamos a mesma palavra velocidade na Física, já supomos uma grandeza que se caracteriza por três propriedades: a grandeza ( ou módulo ), a direção e o sentido.

Um mesmo fato ou fenômeno físico pode ser descrito utilizando diferentes linguagens. Quase sempre essas diferentes linguagens são usadas simultaneamente. Na Física, como em quase todas as Ciências, são usadas quatro linguagens que se vão alternando conforme as necessidades, pois cada uma delas possui algumas vantagens próprias.

Para que você perceba, vamos dar um exemplo em que um mesmo fato científico é transmitido nas quatro linguagens comumente usadas na Física e em outras Ciências. O exemplo se refere a um fato simples que é expressão do espaço percorrido por um móvel que se desloca com velocidade constante. Esse mesmo fato pode ser expresso nas quatro linguagens de que se utilizam a Física e outras Ciências.

1. Com uma expressão verbal ( oral ou escrita )

"Para um móvel que se desloca com velocidade constante, o espaço é igual ao produto da velocidade pelo tempo gasto no percurso".

2. Na forma sintética de uma igualdade ou equação

$$e = v \times t$$

3. Na forma de uma tabela

Espaço ( e )	Velocidade ( v )	Tempo ( t )
1 metro	1 m/seg	1 seg
2 metros	1 m/seg	2 seg
3 metros	1 m/seg	3 seg
-----		
2 metros	2 m/seg	1 seg
4 metros	2 m/seg	2 seg
6 metros	2 m/seg	3 seg
-----		
3 metros	3 m/seg	1 seg
6 metros	3 m/seg	2 seg
9 metros	3 m/seg	3 seg
-----		
0,01 metros	10 m/seg	0,001 seg
0,1 metros	10 m/seg	0,01 seg
1 metro	10 m/seg	0,1 seg
10 metros	10 m/seg	1 seg

4. Na forma de um gráfico

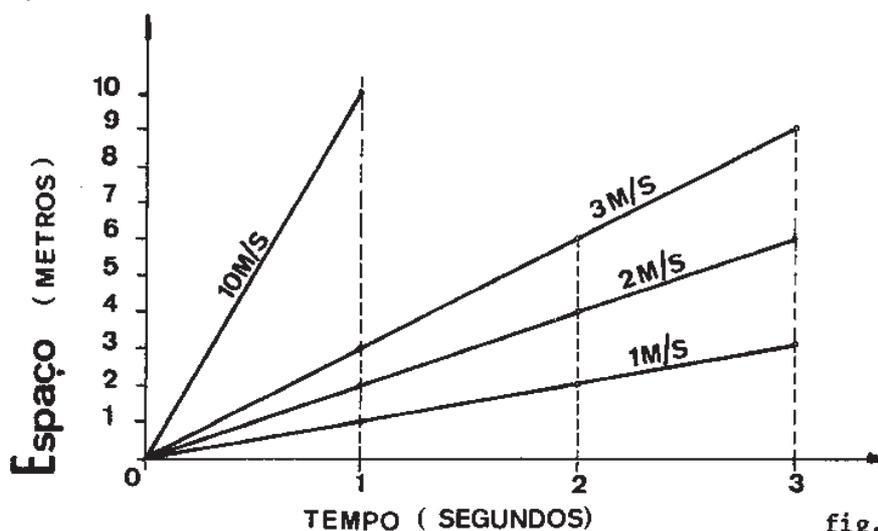


fig. 1.1.

Cada uma destas quatro linguagens tem suas vantagens e também suas desvantagens. Dificilmente qualquer uma delas pode ser usada sem uma das outras. As expressões verbais ou linguagem corrente são sempre necessárias. Há detalhes que dificilmente poderiam ser expostos sem o uso das palavras.

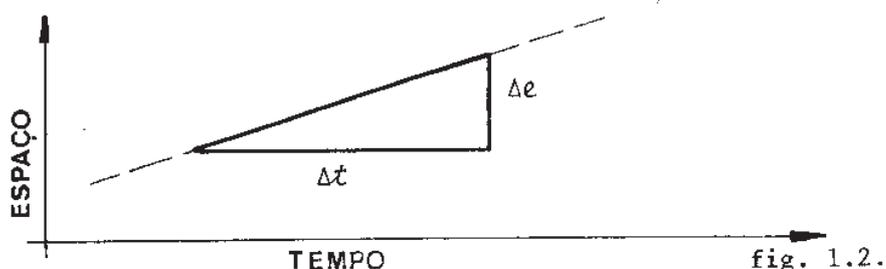
Uma equação é a forma mais sintética e concisa de tratar dos assuntos, pelo menos na Física. Você observou que a equação resumiu tudo que exigiu aquele grande número de palavras? Além disso, a equação se presta a ser manipulada com as regras da álgebra, permitindo que se chegue a conclusões que dificilmente poderíamos atingir com o uso somente de palavras.

Uma tabela tem a vantagem de poder apresentar todos os dados, mesmo que sejam muito diferentes em seus valores. Dados em que os valores menores e os valores maiores são muito diferentes podem não caber sobre qualquer gráfico. No nosso exemplo, a tabela contém valores como 1 segundo e 0,001 segundos que diferem por vários fatores de 10, isto é, várias ordens de grandeza.

Um gráfico tem a grande vantagem de tornar mais visíveis, não só os dados, mas também o "comportamento" dos dados.

Se o gráfico é uma reta, o coeficiente angular

desta exprime a taxa de variação de uma das variáveis em relação à outra. Isto é o que chamamos também de "inclinação" da reta. Esse coeficiente angular é então a relação entre o aumento de uma das variáveis e o aumento da outra.



Observe o gráfico acima: o coeficiente angular é a relação entre  $\Delta e$  e  $\Delta t$ .  $\Delta e$  é o aumento da variável dependente (  $e$  ) que corresponde ao aumento da variável independente (  $t$  ).

O coeficiente angular não deve ser confundido com a tangente trigonométrica do ângulo formado pela reta com o eixo horizontal. Esse erro é muito comum. Você sabe que a tangente trigonométrica é um número puro por ser a relação entre duas grandezas da mesma espécie. No caso do nosso gráfico  $\Delta e$  é uma variação de espaço, que também é um espaço.  $\Delta t$  é uma variação de tempo, portanto é tempo. Ora, neste caso, a variação de espaço ( espaço percorrido ) dividida pela variação de tempo ( tempo decorrido ), dá o que definimos como velocidade. Então, em um gráfico do espaço em função do tempo, o coeficiente angular é a velocidade.

É possível em alguns casos ( raros em Física ) que o número que exprime o coeficiente angular seja igual à tangente trigonométrica. Para isso acontecer, as escalas devem ser tais que as divisões iguais valham quantidades iguais.

Quanto vale a tangente do ângulo formado pela reta com o eixo dos  $t$  no gráfico a seguir?

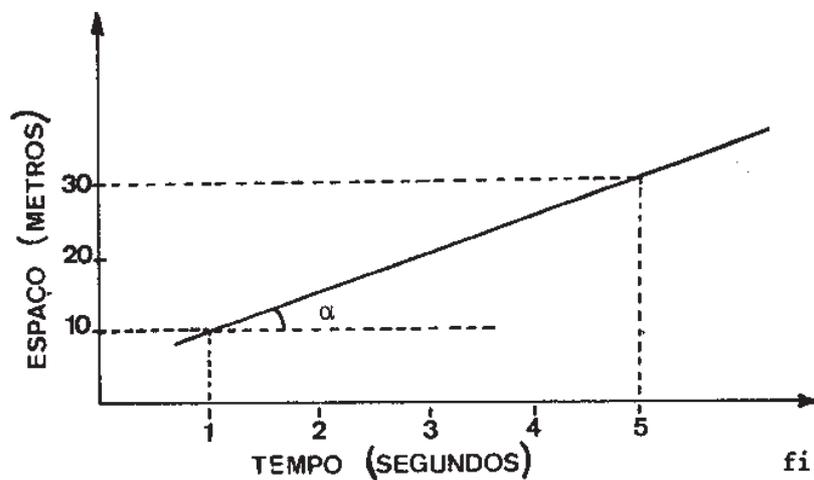


fig. 1.3.

Se você mudar as escalas, muda o ângulo também. Entretanto, o coeficiente angular não muda. Compare o valor do coeficiente angular com a tangente do ângulo  $\alpha$ . São iguais?

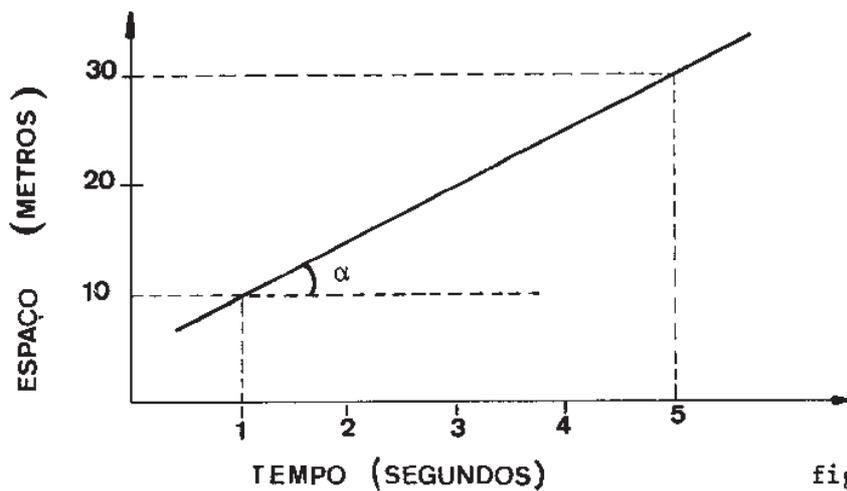


fig. 1.4.

Também quando o gráfico não é uma reta, o coeficiente angular pode ser de grande utilidade.

Você dispõe de um gráfico, como ao que se segue, que é uma curva do espaço em função do tempo.

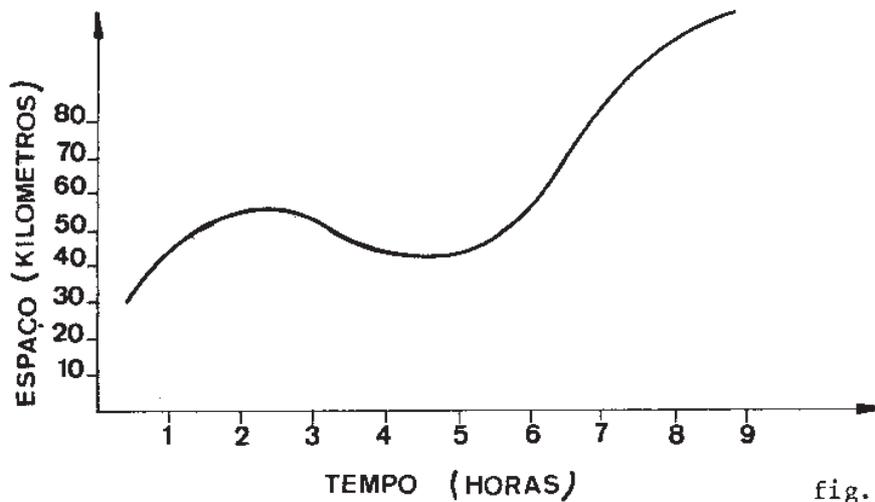


fig. 1.5.

Se você quiser saber a velocidade que o móvel teve em qualquer dos tempos que foram registrados no gráfico, bastará determinar o coeficiente angular da reta tangente à curva no ponto desejado. O coeficiente angular, neste caso, representará a velocidade do móvel em determinado instante.

O que acabamos de dizer, em particular para gráficos espaço-tempo, vale também para outros. O coeficiente angular da reta representa a relação entre os aumentos das duas variáveis. Se o aspecto do gráfico não é uma reta, o coeficiente angular da reta tangente exprime o comportamento "local" da função.

Por exemplo, num gráfico da força em função da distância, o coeficiente angular da reta tangente mostra como a

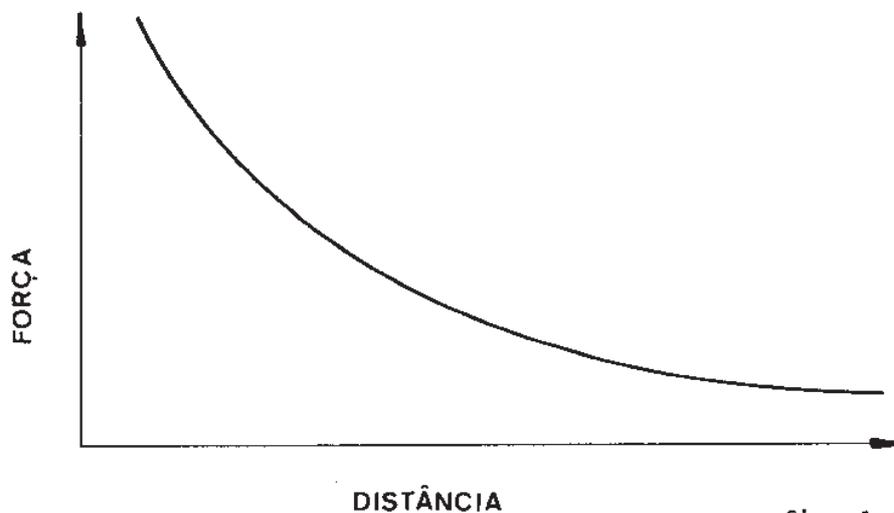


fig. 1.6.

força está variando em relação à distância.

Outra vantagem dos gráficos é a de permitir que se obtenham por interpolação ou extrapolação outros dados que não tenham sido dados pela tabela. Uma limitação dos gráficos é em relação às escalas escolhidas. Se escolhermos uma escala que contenha valores muito grandes ( 1 segundo ) não conseguiremos representar valores muito pequenos ( 0,001 segundos ). Se escolhermos uma escala em que 0,001 segundos possa ser marcado com facilidade, provavelmente os dados maiores ( 1 segundo ) não caberão sobre o papel.

O problema dos dados que não cabem sobre o gráfico pode ser resolvido por escalas logarítmicas. Pode-se usar escala logarítmica em um dos eixos ou em ambos os eixos. No primeiro caso o seu gráfico será chamado **mono-log** e no segundo " **di-log** ou **log-log**".

É preciso lembrar que tanto no gráfico **mono-log** como no **log-log** o aspecto do gráfico será diferente de quando você usa escalas comuns ( lineares ). Os mesmos dados terão aspectos diferentes se expressos em gráficos lineares, **mono-log** ou **log-log**.

#### ATIVIDADE: REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

A seguir está uma tabela que contém os dados relativos à queda de um corpo pesado.

Foram medidas as alturas ou espaços de queda, e os tempos de duração da queda. As distâncias foram medidas em metros ( m ) e os tempos em segundos ( s ).

Você deverá descobrir a lei de queda desse corpo, utilizando-se de gráficos.

Faça primeiro um gráfico com escalas lineares, isto é, gráficos em que os dois eixos, tanto dos espaços como dos tempos ( horizontal ) tenha divisões iguais entre si.

Tenha o cuidado de escolher escalas em que todos os valores, tanto do espaço como do tempo, caibam ao longo dos eixos.

ESPAÇO ( m )	TEMPO ( s )
0	0
5	1
20	2
45	3
80	4
125	5
180	6
245	7
320	8
405	9
500	10

Já colocou os dados no gráfico? Então responda às perguntas.

1. O gráfico que você obteve é uma linha reta?
2. Tanto o tempo como o espaço cresceram igualmente? De outra forma: quando o tempo dobrou, o espaço também dobrou?

3. Quem cresceu mais depressa, o tempo ou o espaço?
4. A ocupação que exprime o espaço em função do tempo pode ser uma equação do primeiro grau, isto é, uma equação em que o expoente de  $t$  é 1? Por que?
5. Como seria o gráfico se o tempo e o espaço crescessem proporcionalmente?
6. Como seria o gráfico se o espaço crescesse mais devagar que o tempo? Nesse caso o expoente de  $t$  deveria ser maior que 1, igual a 1 ou menor que 1?
7. Observando seu gráfico, você já pode dizer qual o expoente de  $t$ , isto é, como o espaço depende de  $t$ ?

Se seu gráfico fosse uma reta passando pela origem ( 0,0 ) sua equação seria

$$e = \text{Constante} \times t$$

isto é, o expoente de  $t$  seria 1. O gráfico que você obteve, entretanto, não foi linear, não foi uma reta. Seu gráfico se encurvou para cima, indicando que o espaço cresceu mais depressa que o tempo. Se o espaço crescesse mais devagar que o tempo, o gráfico seria encurvado para baixo. Seu gráfico, então, indica que a variável  $t$  deve estar elevada a um número maior que 1. A equação deverá ser então

$$e = \text{Constante} \times t^\alpha$$

Quanto será o valor de  $\alpha$ ? O valor de  $\alpha$  pode ser determinado facilmente com o uso de um gráfico "di-log" ou log-log. Um gráfico desse tipo tem ambos os eixos em escalas logarítmicas.

Em "Se você quiser saber um pouco mais" a sua tarefa será fazer um gráfico com os mesmos valores da tabela, porém, sobre escalas "log-log"

## V E T O R E S

Existem grandezas que ficam completamente caracterizadas ou determinadas por um número ( medida ) acompanhado da unidade que representa a grandeza. Por exemplo, quando dizemos 20 toneladas. Grandezas como essa, que ficam bem determinadas por um número ( medida ) acompanhado da unidade a que se refere, são chamadas grandezas ESCALARES.

Imagine agora que queremos representar um deslocamento. Mesmo que eu diga que o deslocamento é de 20 metros isso não basta. Em que direção ( reta ) se fez o deslocamento?

Mesmo que se tenha dito em que direção ( reta ), ainda não saberíamos qual dos dois sentidos sobre a reta. Para caracterizar um deslocamento, então, são necessários três elementos: o tamanho ( ou módulo ), a direção e o sentido.

Com essa finalidade, foram introduzidos os VETORES. VETOR é uma palavra de origem latina ( Vector ) que significa ser deslocado.

Logo, porém, se percebeu que muitas outras grandezas tinham algumas propriedades semelhantes ao deslocamento. Por essa razão, essas outras grandezas que se comportam como deslocamentos foram todas chamadas VETORIAIS. Esse é o caso das acelerações das velocidades, das forças e de muitas outras.

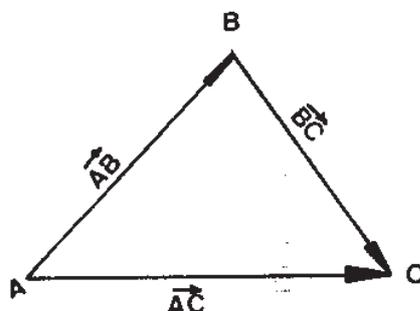


fig. 1.7.

Imagine que um móvel qualquer, um carro por exemplo, se encontra na posição A e se desloca para B. O vetor  $\vec{AB}$  representa o deslocamento de A para B. Suponha que, de B o carro se deslocou para C. O novo deslocamento é então dado pelo vetor  $\vec{BC}$ . Do ponto de vista vetorial, o deslocamento ( mudança de posição ) não depende do percurso. Foi ele feito por ABC, mas poderia ter

seja o deslocamento de A a C. Dizemos então

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Isso não quer dizer que a soma das distâncias AB mais a distância BC seja igual à distância AC.

Portanto,

$$AB + BC \neq AC$$

Essa igualdade só vale do ponto de vista vetorial. Por isso se diz que ela é uma equação vetorial. Sem as flexas por cima, que indicam vetores, a equação não vale sempre. Só vale num caso particular em que todos os vetores estão sobre a mesma reta.

É interessante notar que os mesmos deslocamentos poderiam ser descritos em relação a qualquer origem. O deslocamento não depende do ponto escolhido como origem.

O vetor deslocamento é a diferença de dois vetores posição. Os vetores  $\vec{P}_1$  e  $\vec{P}_2$

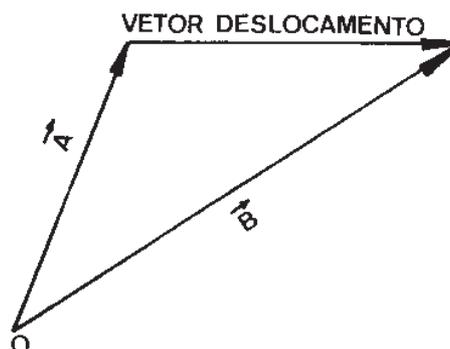


fig. 1.8.

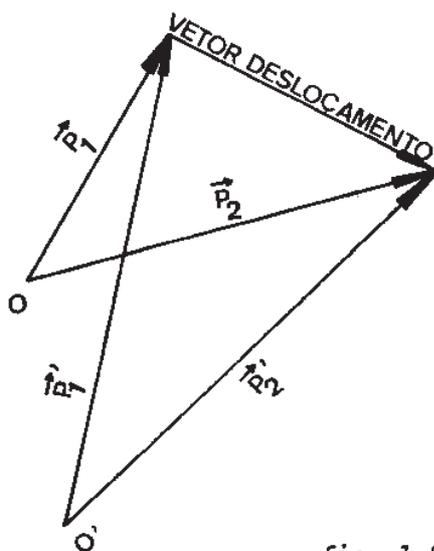


fig. 1.9.

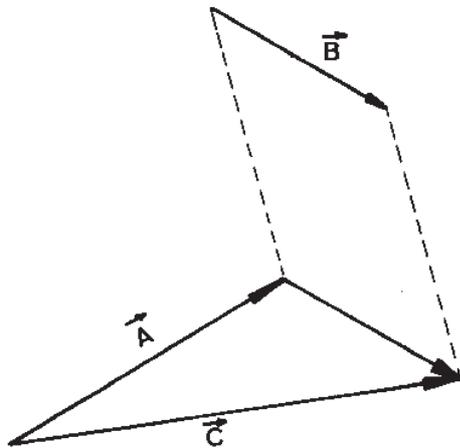
definem as posições de dois pontos em relação a uma origem qualquer ( O ).

O mesmo deslocamento pode ser definido a partir de origens ( O e O' ) diferentes.

### Soma e diferença de vetores

Quando temos um vetor  $\vec{A}$  e queremos somar a ele um vetor  $\vec{B}$ , deslocamos o vetor  $\vec{B}$  paralelamente à sua própria direção até a extremidade ( ponta ) do vetor  $\vec{A}$ . Feito isso, unimos o começo do vetor  $\vec{A}$  à extremidade do vetor  $\vec{B}$ . Obtemos, assim o vetor  $\vec{C}$  que é a soma de  $\vec{A}$  e  $\vec{B}$ .

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



A subtração, ou diferença de vetores, também pode ser provada em termos de soma. Você sabe que, para inverter o signal de um vetor, basta inverter o sentido de flecha.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + ( -\vec{B} ) = \vec{C}$$

fig. 1.10.

Então, para obter a diferença de dois vetores basta fazer a soma trocando o sinal do segundo.

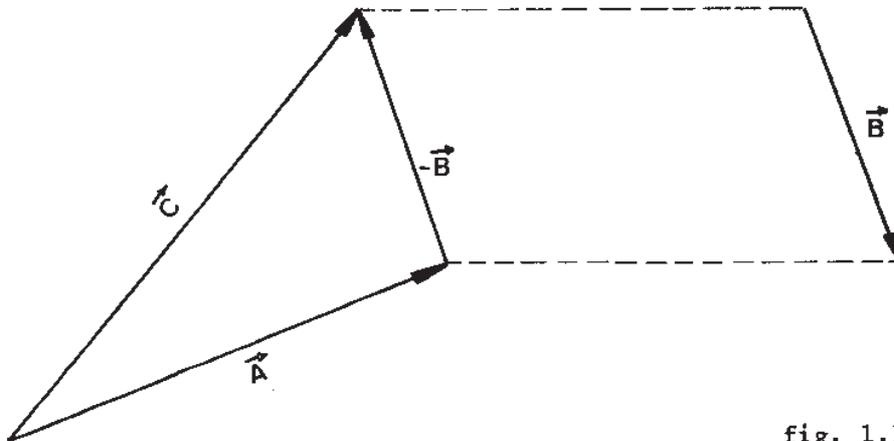


fig. 1.11.

## SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

Coloque os mesmos dados da tabela, que está na última atividade que você fez, sobre um gráfico em que as escalas são logarítmicas.

Depois de feito o gráfico, responda às perguntas.  
O gráfico ainda é uma curva?

Você se lembra que a equação de uma reta é  $y = ax + b$ ? Nessa equação a é o coeficiente angular da reta, isto é, o número que indica a inclinação da reta, você já sabe que a equação procurada é do tipo

$$e = \text{Constante} \times t^{\alpha}$$

Passa toda a equação para uma forma logarítmica.

Você obterá:

$$\log e = a \log t + \log \text{ constante}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & & \downarrow \\ y & = & a & x & + & & b \end{array}$$

O que você obteve é a equação de uma reta, porém em um espaço logarítmico.

Você deve estar lembrado que o coeficiente angular de uma reta em um gráfico é a relação entre os dois catetos de um triângulo retângulo, em que os catetos são segmentos paralelos aos eixos e a hipotenusa está sobre a reta dada ou função.

Neste caso, você poderá medir tanto  $\Delta e$  ( um cateto vertical ) como  $\Delta t$  ( um cateto horizontal ) em cm ou mm. A única condição é que ambos sejam medidos na mesma unidade.

Conhecido o valor de  $\alpha$ , você poderá determinar o valor de constante, pois para qualquer par de valores (  $e$  e  $t$  ) você poderá fazer as contas. Faça para vários pares e veja se o valor obtido para a constante é realmente constante, isto é, sempre o mesmo.

Agora você conhece tudo da equação.

Se você quiser e puder, descubra a equação que liga os dados da tabela abaixo.

Esses dados são das velocidades atingidas por um corpo em queda livre quando solto de alturas diferentes; experiência em que se mediu a velocidade atingida por um corpo que foi deixado cair de alturas diferentes.

VELOCIDADE ( m/s )	ALTURA ( m )
0	0
4,5	1
6,3	2
7,7	3
8,8	4
10	5
11	6
11,8	7
12,6	8
13,4	9
14,1	10

## CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

### 1.2 - DESCRIÇÃO DE UM MOVIMENTO

Você sabe que um mesmo fato pode ser descrito de diferentes maneiras. A maneira como descrevemos um certo fato depende do que estamos querendo com a descrição.

Em Física, além da linguagem verbal, são muito usadas as descrições através de tabelas, de gráficos e de equações. Cada uma dessas linguagens tem alguma vantagem em relação a outra.

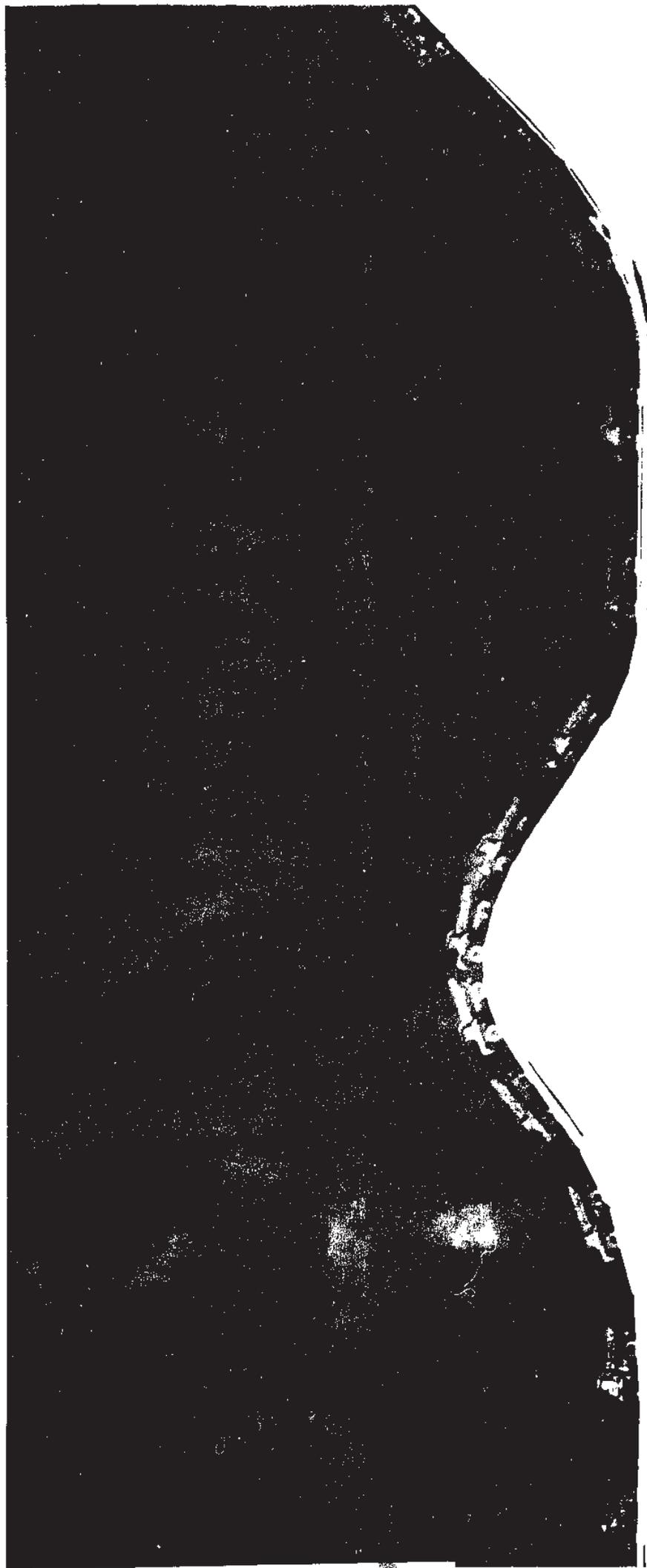
No estudo dos movimentos são muito úteis as descrições através de gráficos. Os gráficos nos dão uma visão mais descritiva e que pode conter grande número de informações.

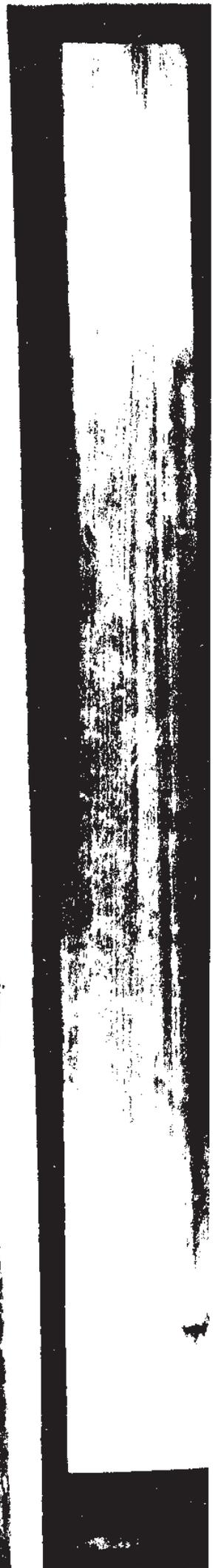
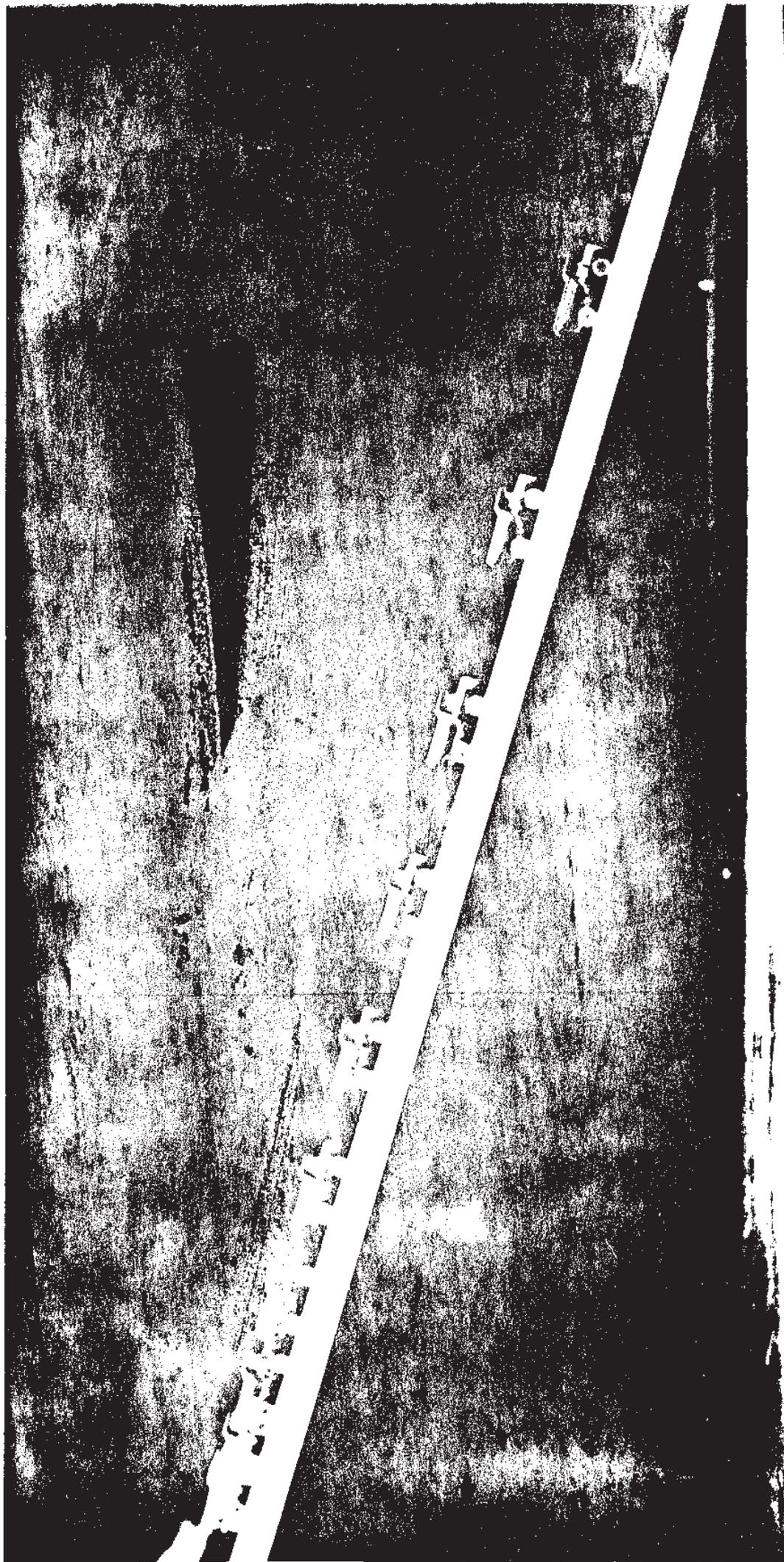
Observe, por exemplo, as duas fotografias do carrinho. Como você descreveria esses movimentos a alguém sem mostrar as fotografias? Estamos, nesse caso, interessados em descrever apenas o movimento. No momento não nos interessa quem se está movendo nem porque se move.

#### Espaço Versus Tempo

Talvez a primeira coisa que nos ocorreria seria uma espécie de horário do movimento. Isto seria uma representação gráfica dos lugares ( distâncias ) em que o móvel se encontra à medida que o tempo passa. Nesse tipo de descrição são representadas as duas grandezas: espaço e tempo. Cada uma delas representada sobre um eixo. O tamanho das unidades, ou seja, das divisões, sobre cada um dos eixos fica à sua escolha. Você deve escolher as divisões ou escalas sobre cada eixo de maneira que sobre ela caibam todos os valores que você pretende colocar. As divisões escolhidas para o eixo dos espaços não precisam ser iguais às do eixo dos tempos. Cada uma das escalas você escolhe de acordo com suas conveniências.

#### 1.2.1





Geralmente, numa descrição gráfica se representa o tempo no eixo "horizontal" e no sentido em que escrevemos (da esquerda para a direita) e o espaço no eixo "vertical" de baixo para cima. Isso no entanto não é obrigatório, é apenas conveniente.

Você já deve ter percebido que, se adotamos escalas diferentes, o aspecto do gráfico varia de acordo com as escalas adotadas. No entanto, quaisquer que sejam as escalas, o gráfico sempre mostra como varia uma das grandezas, no caso o espaço, em relação a outra, no caso o tempo. Podemos dizer resumidamente que um gráfico desse tipo representa o espaço ( e ) em função do tempo ( t ). Na linguagem sintética da matemática, isto seria dito assim:

$$e = f ( t )$$

Também as unidades de medida para o espaço e para o tempo são arbitrárias, isto é, de escolha livre. As unidades de medida universalmente adotadas em Física para espaço e para tempo são respectivamente o metro ( m ) e o segundo ( s ). Quase sempre nas fórmulas e na solução de problemas são empregadas essas unidades que pertencem ao sistema MKS ( metro, quilograma, segundo ). Quando se vai fazer um gráfico nada impede que se use outra unidade mais prática ou mais de acordo com o que você está querendo quando faz o gráfico. Você poderia usar, por exemplo, o quilômetro ( km ) e a hora ( h ). Poderia também ser o centímetro ( cm ) para os espaços e o segundo ( s ) para os tempos. Podemos adotar até uma unidade cujo valor não conhecemos, contanto que saibamos serem os intervalos todos iguais.

ATIVIDADE: EXAME DE UM MOVIMENTO ATRAVÉS DE GRÁFICO ESPAÇO CONTRA TEMPO

Você vai medir primeiramente o espaço do carri

nho da primeira foto anexa. Se você quiser e puder, faça o mesmo com a segunda foto.

As distâncias ou espaços vão ser contados a partir de um ponto qualquer ( origem ) que você vai escolher. Uma vez escolhido, esse ponto deverá ser mantido em todas as medidas. Você pode adotar como origem para as contagens a primeira fotografia em que a frente do carrinho aparece nítida. Lembre-se de que para se fazer essas medidas você pode usar qualquer unidade.

Os tempos serão contados também a partir da primeira fotografia. Lembre-se de que você pode adotar como unidade, o tempo percorrido entre as duas fotografias sucessivas, mesmo que você não o conheça; o que importa é que esses intervalos de tempo entre cada par de fotografias sucessivas são todos iguais.

Depois de feito o gráfico, do espaço em função do tempo, responda às seguintes perguntas.

1. Em cada intervalo de tempo o aumento de espaço ( distância ) foi igual?
2. Onde foi maior a variação de espaço ?
3. Em que parte do percurso a inclinação do gráfico em relação ao eixo dos tempos foi maior?
4. Em que parte do percurso o carro teve maior velocidade?
5. Você acha que a inclinação do gráfico está relacionada com a velocidade que o móvel teve? Como está relacionada então?
6. Qual o espaço total percorrido pelo móvel em todo o percurso descrito pelo gráfico ?
7. Qual o tempo total gasto no percurso descrito no gráfico?
8. Qual a velocidade média do móvel considerando-se o espaço total e o tempo total?
9. Se você mudasse a escala das distâncias ou dos tempos, ficaria diferente a inclinação do gráfico?
10. Você acha que simplesmente mudando as escalas mudaria o valor da velocidade expressa pelo gráfico?

11. Em gráficos com escalas diferentes, a mesma velocidade pode corresponder a inclinações diferentes?
12. O coeficiente angular (  $\Delta e / \Delta t$  ) de cada trecho permanece constante mesmo que você mude as escalas?
13. Como seria o gráfico se o móvel tivesse alguma vez parado durante o percurso?
14. O gráfico nos permite dizer se o movimento é retilíneo, isto é, se a trajetória do carro foi uma reta?

Mostramos a seguir o mesmo gráfico que você fez porém em outras escalas.

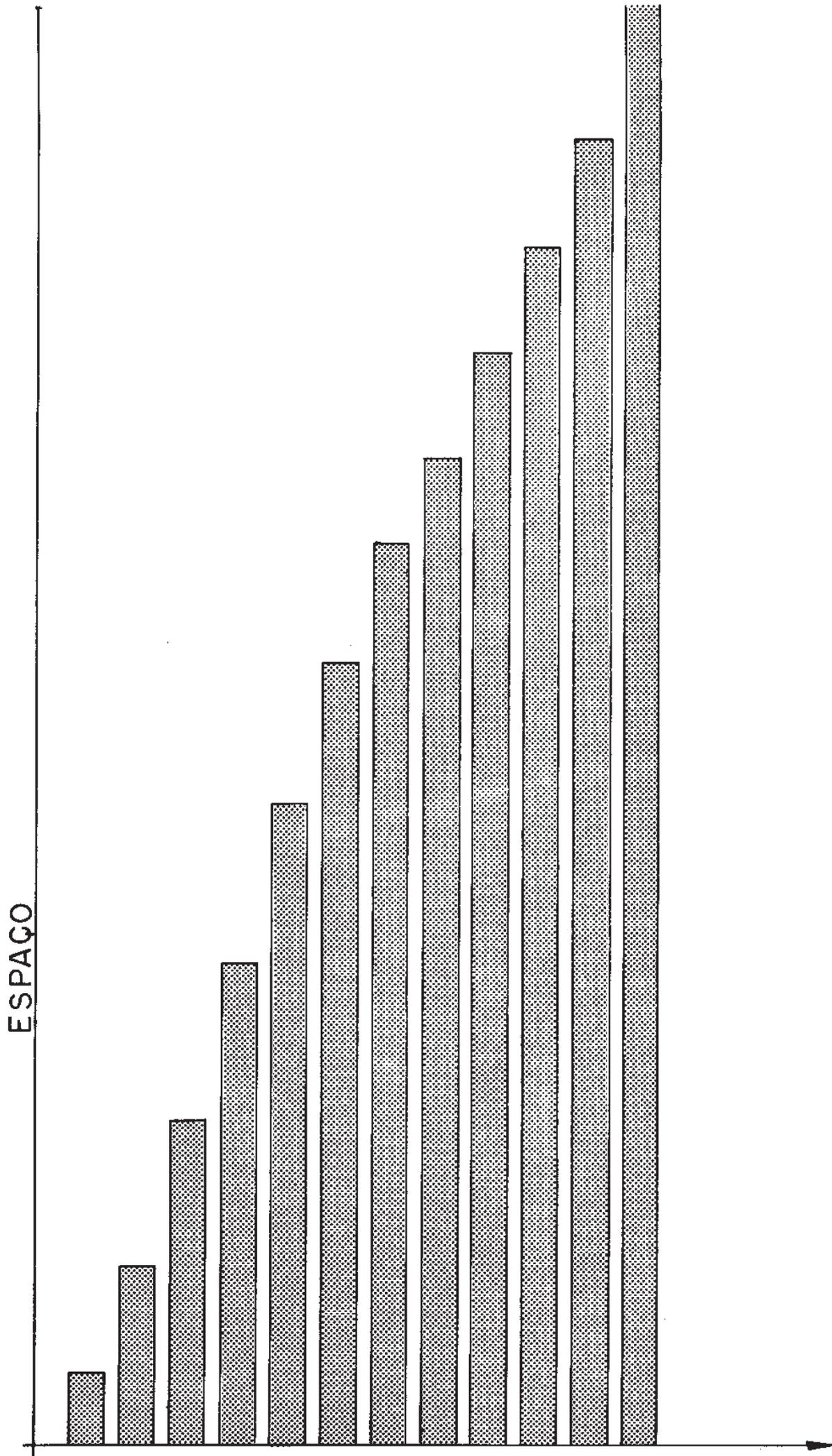
Os espaços não foram medidos, mas são as distâncias percorridas tomadas diretamente sobre a fotografia.

A escala dos tempos é dada pelas larguras das fitas que representam os espaços. Essas larguras são inteiramente arbitrárias. O gráfico, feito assim, tem uma aparência um pouco diferente mas representa o mesmo movimento. Apenas as escalas são diferentes.

### VELOCIDADE MÉDIA

Você já está familiarizado com a idéia de velocidade média. Frequentemente ouvimos falar que o vencedor de corrida de Fórmula I conseguiu uma velocidade média de 195 km/h, por exemplo. Isso não quer dizer que a velocidade tenha sido sempre a mesma. Em muitas ocasiões o carro deve ter tido uma velocidade de muito maior. É possível que nessa mesma corrida o carro tenha também parado no "box" durante algum tempo. A velocidade média não, é portanto, uma descrição completa do movimento.

A velocidade média (  $v_m$  ) em um certo tempo é o espaço total percorrido dividido pelo tempo total gasto no per



TEMPO

fig. 2.1

curso. Podemos dizer isso mesmo através de uma fórmula:

$$v_m = \frac{\text{espaço total}}{\text{tempo total}}$$

De maneira geral e mais sintética podemos dizer que:

$$v_m = \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

Vamos a seguir descrever o mesmo movimento. Desta vez, outro aspecto do movimento será descrito.

ATIVIDADE: EXAME DE UM MOVIMENTO ATRAVÉS DE UM GRÁFICO

VELOCIDADE VERSUS TEMPO

Faça um par de eixos ortogonais, isto é, eixos que façam entre si um ângulo de  $90^\circ$ . O eixo "vertical" é o eixo das velocidades ( médias ) e o "horizontal" o dos tempos. Essas velocidades médias são representadas pelos espaços percorridos em cada intervalo divididas pelo valor desse intervalo de tempo. Seja qual for esse tempo, você poderá tomá-lo como unidade. Isso é possível porque estamos informando a você que todos os intervalos de tempo foram iguais.

O gráfico que você vai obter lhe dará o comportamento da velocidade em relação ao tempo.

1. Esse gráfico poderia descrever a velocidade de um carro cuja trajetória fosse retilínea?
2. Em qual dos intervalos de tempo a velocidade foi maior?
3. Em qual dos intervalos de tempo a velocidade foi menor?
4. Você acha que a velocidade média é a média ( aritmética ) das velocidades no percurso? Verifique.

5. Qual a variação total de velocidade durante o percurso?
6. Qual o tempo total decorrido durante o percurso?

### ACELERAÇÃO MÉDIA

Quando você examina um gráfico de velocidade em relação ao tempo, você verifica que esta pode crescer ou decrescer mais rapidamente. O que vamos definir agora é justamente a "maneira" pela qual a velocidade pode variar em relação ao tempo.

Essa "maneira" da velocidade variar em relação ao tempo é o que chamamos de aceleração. Poderíamos dizer que a aceleração é também a "taxa" de variação da velocidade em relação ao tempo. Aqui, como no caso da velocidade, cabe falar-se em aceleração média ( $A_m$ ): aceleração média é a relação entre uma variação de velocidade ( $\Delta v$ ) e o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) no qual essa variação se dá.

$$A_m = \frac{\text{variação da velocidade}}{\text{variação do tempo}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

7. Qual foi então a aceleração média do móvel considerando-se a variação total da velocidade e do tempo?
8. Houve trecho em que a inclinação, em relação ao eixo dos  $t$ , do gráfico foi maior? Qual?
9. Houve trecho em que a velocidade aumenta mais depressa? Qual?
10. Houve trecho em que a aceleração foi maior? Qual?
11. Trace sobre o gráfico a velocidade média durante todo o percurso.
12. Traçada a velocidade média, meça a área acima dessa reta até a curva  $v \times t$  e a área abaixo dessa reta até a curva  $v \times t$ . Elas são iguais ( ou aproximadamente ) ou são completamente diferentes?

Mostramos a seguir o mesmo gráfico que você fez porém em outras escalas. Esse gráfico é parecido com o que fizemos quando tomamos diretamente sobre a figura os valores dos espaços. Aqui tomamos diretamente sobre o gráfico o tamanho dos espaços percorridos em cada unidade de tempo. A largura das fitas que é arbitrária, representa a unidade de tempo, que é o tempo entre duas fotografias sucessivas.

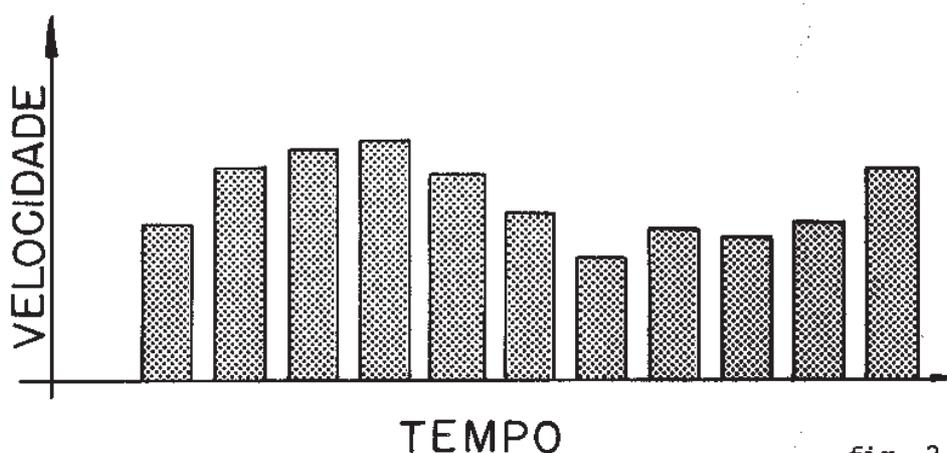


fig. 2.2

Agora você já sabe o que é aceleração, vamos analisar o mesmo movimento sob outro aspecto.

Você vai determinar as acelerações médias do carro para cada intervalo de tempo. Com esses valores, vai construir um gráfico de aceleração versus tempo. O eixo das acelerações será o eixo vertical e, o dos tempos, o horizontal.

Você poderia ter feito esse gráfico da mesma maneira como foram feitos os de  $x$  e  $t$  e de  $v$  e  $t$ ; isto é, usando tiras de papel. Como anteriormente a largura da tira de papel dá a unidade de tempo e as acelerações são dadas pelas diferenças das alturas das tiras das velocidades.

Observe os gráficos  $v$  e  $t$  e  $a$  e  $t$  e note que quando a velocidade aumenta, a aceleração é positiva. Quando a velocidade diminui a aceleração é negativa. E quando a velocidade é constante, como é a aceleração?

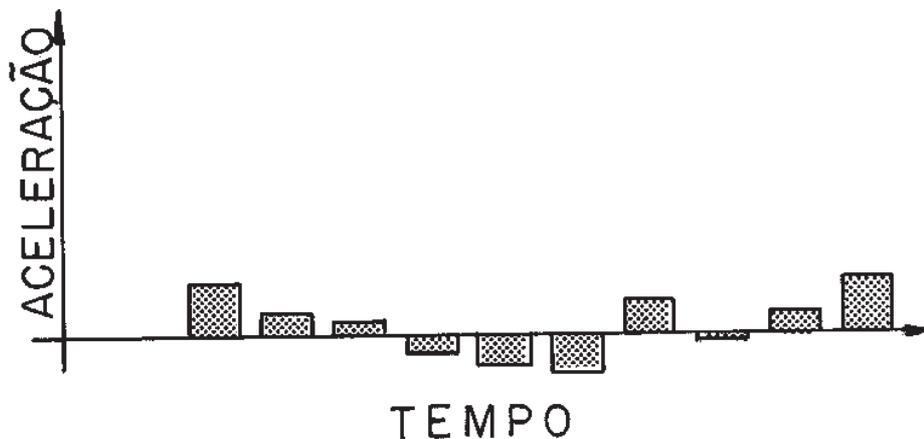


fig. 2.3

Uma idéia errada e muito difundida é que para ter grande aceleração um corpo deve ter grande velocidade. O que mede a aceleração é a variação da velocidade e não a velocidade. O corpo pode ter grande velocidade e aceleração ZERO. Pode também ter pequeníssima velocidade e grande aceleração. Pode até ter grande aceleração e estar parado. Sim Senhor ! Basta você observar que a velocidade de um corpo que é atirado para cima vai diminuindo até chegar a ser nula quando o corpo para e começa a descer, ganhando velocidade e lembrar-se de que esse corpo tem sempre a mesma aceleração, a aceleração da gravidade (g) que é  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

ATIVIDADE :    VELOCIDADES E ACELERAÇÕES

Você irá medir as velocidades e as acelerações dos três corpos fotografados simultaneamente. Portanto, os intervalos de tempo entre duas posições sucessivas das bolas são

iguais para as três bolas.

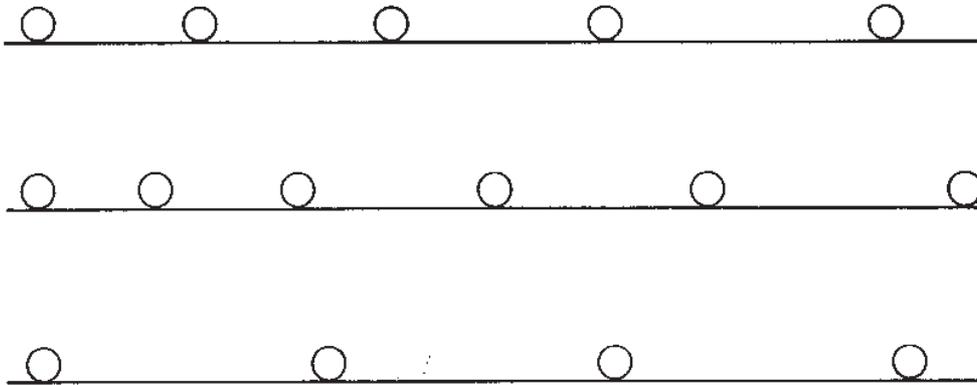


fig. 2.4

1. Qual das bolas se deslocou com maior velocidade?
2. Qual se deslocou com a menor velocidade?
3. Algumas delas teve velocidade constante? Qual delas?
4. Como é a aceleração desta?
5. Qual delas apresenta maior variação de velocidade, isto é, maior aceleração?
6. A maior aceleração está com aquela que tem a maior velocidade?

Deslocamento, velocidade e aceleração como  
VEIORES

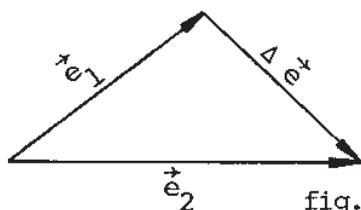


fig. 2.5

Você já sabe que um deslocamento pode ser designado por um vetor.

Observe na figura que:

$$\vec{e}_2 = \vec{e}_1 + \Delta \vec{e}$$

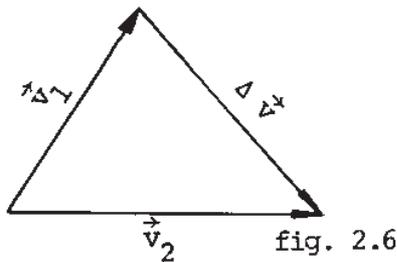
$$\text{ou } \Delta \vec{e} = \vec{e}_2 - \vec{e}_1$$

Segue-se, então, que a velocidade também é um vetor, pois quando se divide um vetor ( $\Delta \vec{e}$ ) por um escalar ( $\Delta t$ ), obtém-se um novo vetor.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{e}}{\Delta t}$$

Este novo vetor velocidade tem a mesma direção e sentido do vetor  $\Delta \vec{e}$ . O módulo do novo vetor é proporcional a  $\Delta \vec{e}$ . Apesar disso o novo vetor é de outra espécie, isto é, é uma velocidade.

Definindo o vetor velocidade, fica fácil definir o vetor aceleração.



Suponha que num certo instante um móvel tem velocidade  $\vec{v}_1$ . Depois de um intervalo de tempo ( $\Delta t$ ), a velocidade passou a ser  $\vec{v}_2$ . Então houve uma variação da velocidade. Chamaremos a esta variação da velocidade de  $\Delta \vec{v}$ .

riação da velocidade de  $\Delta \vec{v}$ .

Observe a figura e veja como

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_1 + \Delta \vec{v}$$

$$\text{ou } \Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Chamamos de aceleração (vetorial) a relação entre a variação do vetor velocidade ( $\Delta \vec{v}$ ) e o tempo no qual se deu esta variação, ou

$$A_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Aqui valem as mesmas observações feitas anteriormente: o vetor aceleração tem a mesma direção e o mesmo sentido do vetor  $\Delta \vec{v}$ . O módulo do novo vetor é proporcional ao vetor  $\Delta \vec{v}$ . Já dissemos também que a aceleração não depende da velocidade, mas da variação da velocidade. Assim também com a velocidade vetorial: um corpo pode ter grande velocidade e pequena (ou nula) aceleração. Pode também ter velocidade ZERO, e ter grande aceleração.

SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

Você já sabe que  $v_m = \frac{\Delta e}{\Delta t}$  e portanto,

$$\Delta e = v_m \Delta t$$

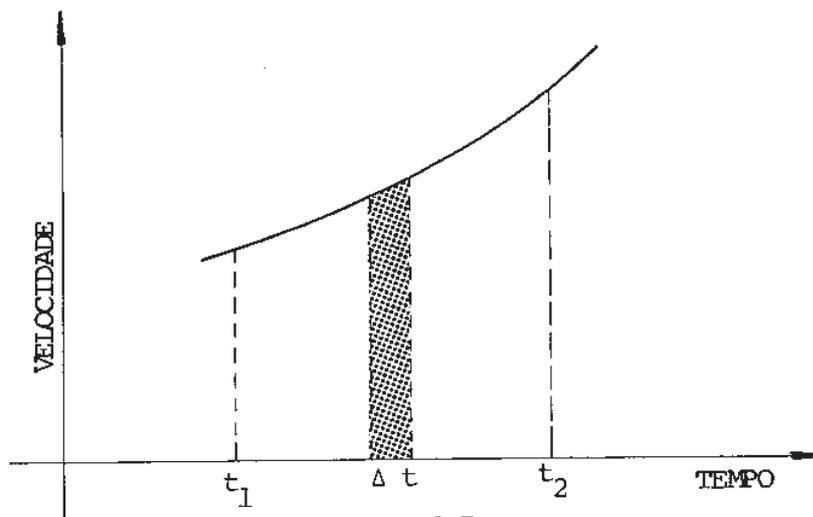


fig. 2.7

O produto da velocidade média por um intervalo de tempo dá uma variação de espaço. Observe na fig. 2.7, que, num gráfico da velocidade em função do tempo, as áreas compreendidas entre a curva e o eixo dos  $t$  medem o produto  $v_m$  por  $\Delta t$  que é como vimos acima o espaço percorrido no intervalo de tempo  $\Delta t$ . Se um elemento da área mede o espaço percorrido no intervalo  $\Delta t$ , então a área total mede o espaço total percorrido. Ou melhor: o espaço percorrido pelo móvel, entre um tempo que vai de  $t_1$  a  $t_2$  é medido pela área compreendida entre a curva e o eixo dos tempos entre  $t_1$  e  $t_2$ .

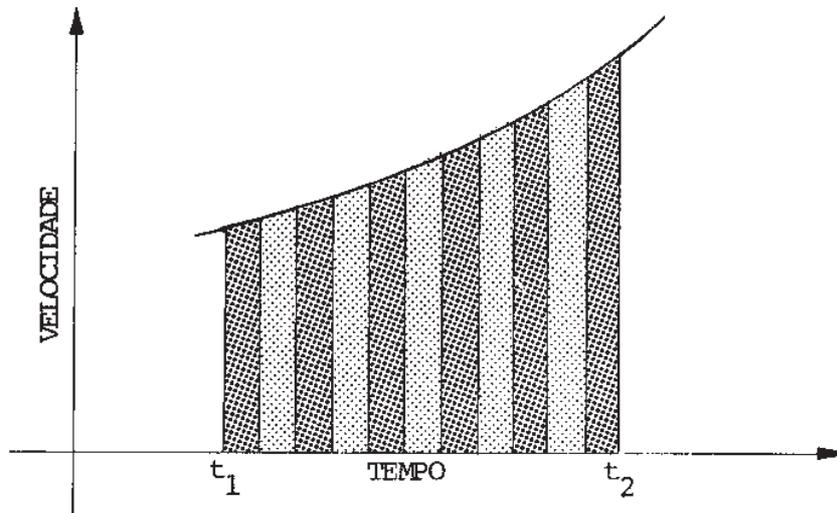


fig. 2.8

Podemos dizer, numa linguagem matemática:

$$\Delta A = v_m \Delta t = \Delta e$$

Mas

$$A = \sum_{t_1}^{t_2} \Delta A = \sum_{t_1}^{t_2} v_m \Delta t$$

$$e = \sum_{t_1}^{t_2} \Delta e = \sum_{t_1}^{t_2} v_m \Delta t$$

Então  $A = e$

Obs.: O sinal  $\Sigma$  indica soma dos pedaços.

Talvez você tenha estranhado de não ter encontrado, até aqui, as fórmulas que geralmente são dadas para resolver os problemas sobre movimentos. Vamos vê-las agora e em **UM POUCO MAIS AINDA** mostraremos algumas coisas que lhe permitirão resolver problemas mais gerais que os possíveis pela aplicação das mesmas.

Você já sabe construir e sabe também o que significa um gráfico velocidade x tempo.

Qual será então a expressão do espaço para um movimento cuja velocidade (  $v$  ) é constante?

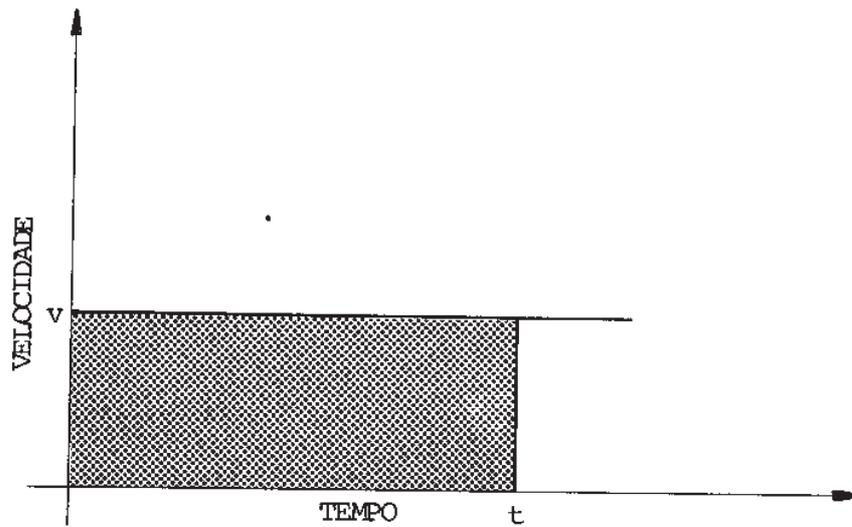


fig. 2.9

Nós sabemos que a área sob a curva de um gráfico velocidade versus tempo dá o espaço percorrido pelo móvel nesse tempo. Mas, a área sob a "curva", nesse caso reta, é a área de um retângulo cujos lados são  $v$  e  $t$ .

Logo  $e = A = v \times t$

$$e = vt$$

Quando a velocidade cresceu proporcionalmente ao

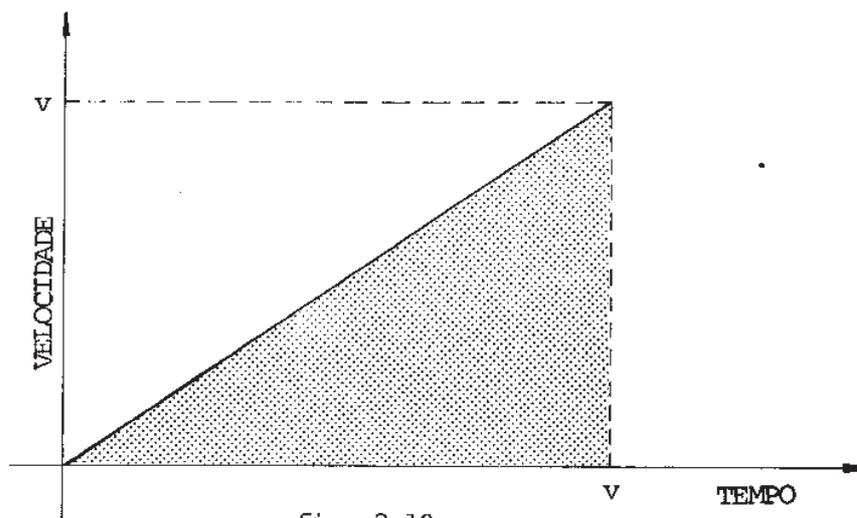


fig. 2.10

tempo, isto é, quando a aceleração é constante, o espaço é medido pela área, nesse caso, de um triângulo que é :

$$A = \frac{1}{2} \quad (\text{base x altura})$$

A base desse triângulo é  $t$  e a altura é a velocidade  $v$  correspondente a  $t$ . Mas

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - 0}{t - 0} \quad (v_0 = 0 \text{ para } t_0 = 0)$$

Logo  $v = at$

Então  $e = A = \frac{1}{2} (t \times at)$

$$e = \frac{1}{2} a t^2$$

E se o móvel já tiver uma velocidade inicial  $v_0$ ?

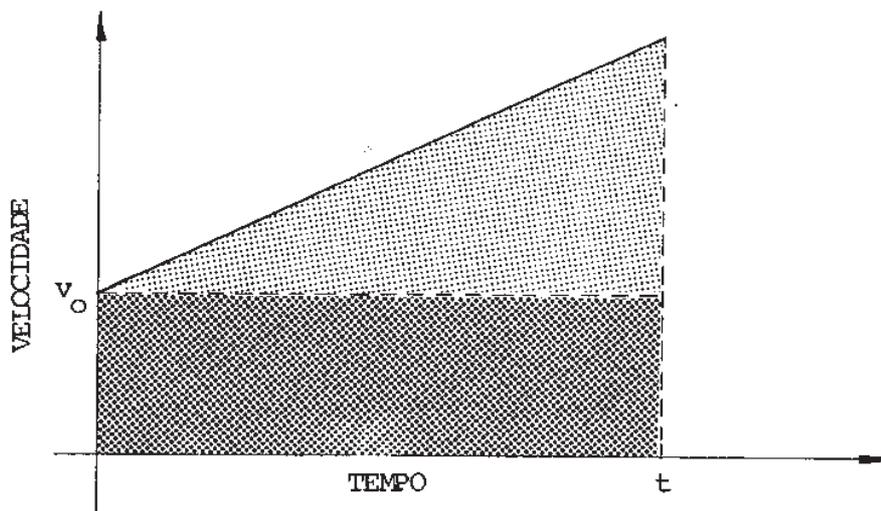


fig. 2.11

A expressão do espaço será a que dê a área de baixo da "curva" que é a soma da área de um triângulo de base  $t$  e altura  $v$ , que você já viu que dá  $\frac{1}{2} at^2$ , com a área de um

retângulo de lados  $t$  e  $v_0$  que é  $v_0 t$ .

Logo

$$e = A = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

$$e = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t$$

Nas equações de espaço geralmente estudadas no nível elementar, essa é a mais completa. No entanto, esse ainda é um caso muito particular em que a aceleração (coeficiente angular da reta) é constante.

### UM POUCO MAIS AINDA

#### Limite, derivada e integral

Você já deve ter percebido que a velocidade média de um carro não descreve exatamente a velocidade que o móvel teve em todos os instantes do seu percurso. Quando queremos descrever o movimento do carro de maneira mais exata devemos tomar intervalos de tempos menores.

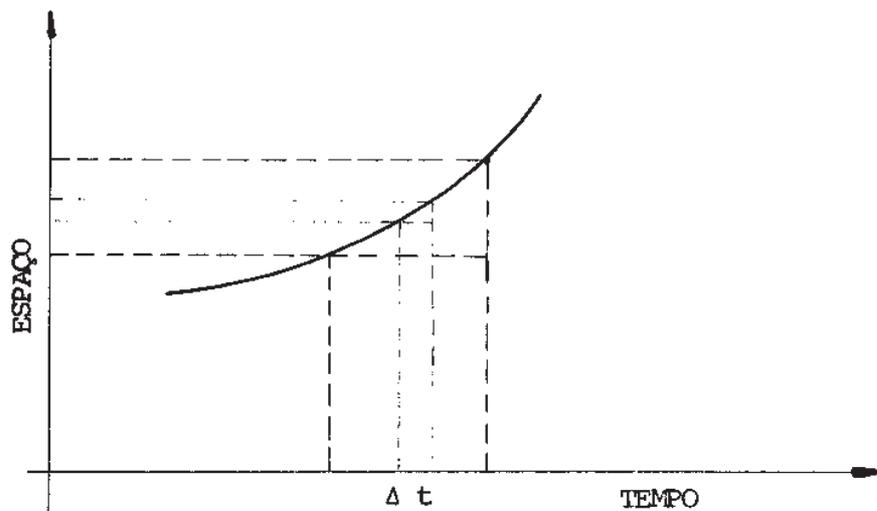


fig. 2.11

Usando a linguagem sintética da matemática podemos dizer:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m$$

ou

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

o que quer dizer que a velocidade real ou velocidade instantânea de um móvel é a velocidade média desse móvel quando o intervalo de tempo  $\Delta t$  correspondente tende ao limite zero, isto é, em intervalos de tempo cada vez menores.

Costuma-se chamar esse limite especial de derivada do espaço em relação ao tempo e se escreve:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{de}{dt}$$

Da mesma maneira que a velocidade média, a aceleração média não é obrigatoriamente a mesma em todo o intervalo. Quanto menor o tempo considerado, mais a aceleração média representa a aceleração real ou aceleração instantânea.

Para termos o que chamamos de aceleração instantânea devemos tomar o  $\Delta t$  aproximando-se de ZERO, isto é,

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Esse limite também é a derivada da velocidade em relação ao tempo. Ou

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

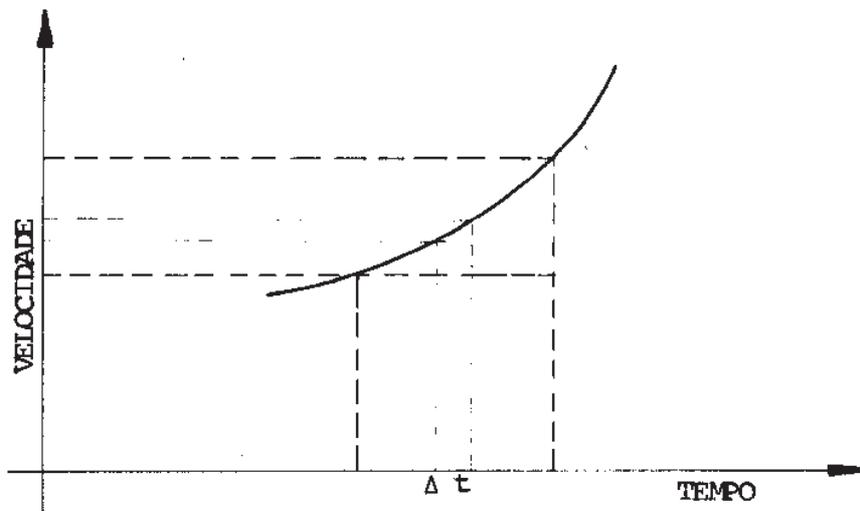


fig. 2.12

Em SE VOCÊ QUISE SABER UM POUCO MAIS, você já viu que um elemento de área é um elemento de espaço percorrido num tempo  $\Delta t$ . O espaço total será então a área total debaixo da curva. Você terá então que medir a área total. Isso poderá ser feito também dividindo a área total em um grande número de trapézios.

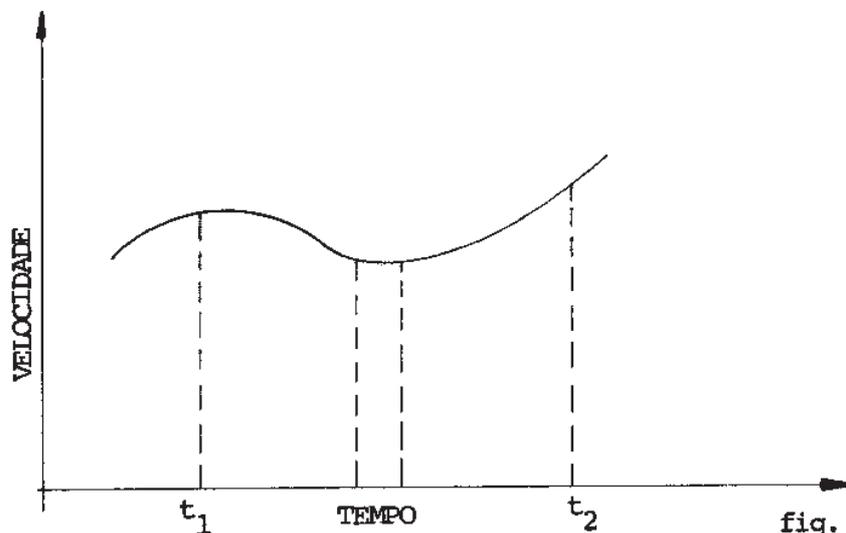


fig. 2.13

Então a área total será:

$$e = A = \Sigma \Delta A = \Sigma v \Delta t$$

$$e = \Sigma v \Delta t$$

Você pode perceber que quando você reduz pedaços a trapézios você comete um pequeno erro, pois a rigor cada pedaço não é exatamente um trapézio. Esse erro, no entanto, poderá ser diminuído na medida em que você tomar os intervalos de tempo menores. A rigor deveria ser:

$$e = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{t_1}^{t_2} v \Delta t$$

Sabendo determinar o espaço total, você saberá a velocidade média. Você poderá também saber as acelerações que são os coeficientes angulares das retas tangentes em cada ponto da curva  $v \times t$ . Assim, mesmo que a curva  $v \times t$  seja qualquer, você pode conhecer tudo sobre esse movimento: você pode saber como se comportam em relação ao tempo, o espaço, a velocidade e a aceleração

Se você está começando a estudar um pouco de cálculo integral, já deve ter percebido que a igualdade acima é a integral de  $v dt$  de  $t_1$  a  $t_2$ , isto é:

$$e = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

A partir desta equação você poderá obter todas as expressões para o espaço. Só que agora será preciso saber como  $v$  depende de  $t$ , isto é, qual a expressão (equação) que liga  $v$  e  $t$ . Poderíamos dizer, usando uma linguagem matemática que você deverá conhecer  $v = f(t)$ .

Na integral acima  $v$  será substituído pela correspondente equação em  $t$

Então, no caso do movimento uniforme em que  $v = Cte$ .

$$e = \int_{t_1}^{t_2} Cte dt = Cte \times t \Big|_{t_1}^{t_2} = v (t_2 - t_1)$$

$e = v \Delta t$  ou se contamos o tempo a partir de zero ( $t_1 = 0$ ),

$\Delta t$  fica igual a  $t$ .

$$e = v t$$

Se  $v = at$ , teremos

$$e = \int_{t_1}^{t_2} v dt, \text{ então}$$

$$e = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \int_{t_1}^{t_2} a t dt = a \int_{t_1}^{t_2} dt = a \left[ \frac{t^2}{2} \right]_{t_1}^{t_2}$$

$$e = \frac{1}{2} at^2$$

Dessa maneira, você poderá resolver problemas não só em que a aceleração é constante, mas de qualquer tipo. Basta conhecer a equação  $v = f(t)$

Muitas vezes se obtém o gráfico, mas não se conhece a equação. Aí, então, a solução será medir a área, como já foi indicado anteriormente.

## CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

### 1.3 - QUANDO NINGUÉM MEXE

Você acha que um corpo pode deslocar-se por muito tempo sem que alguma coisa o esteja empurrando ou puxando? Provavelmente sua resposta será NÃO. O estudo dos movimentos começou por volta do século IV a.C. com Aristóteles, que dividiu os movimentos em três categorias distintas: os movimentos celestes que deviam ser sempre circulares, o movimento de queda, dirigidos para o Centro do Universo ( Centro da Terra ) e os movimentos sobre a superfície da Terra. Os dois primeiros movimentos, para Aristóteles, eram de natureza inteiramente distinta dos movimentos comuns.

Para Aristóteles, um corpo sobre a Terra só se move quando puxado ou empurrado. Segundo esse grego fundador da FÍSICA, a velocidade com que um corpo se move depende da força com que ele é puxado ou empurrado.

Essa idéia de Aristóteles tem algum sentido. Realmente, se deixarmos de empurrar um objeto, em geral, ele para. Se queremos que ele ande mais depressa, teremos que fazer, pelo menos durante algum tempo, mais força. De acordo com essas idéias, era lógico pensar-se que os corpos mais pesados caem mais depressa. Uma pedra grande deveria cair mais depressa que uma pedra pequena. No entanto, não é isso que acontece.

Observe a foto a seguir, que mostra a queda de duas pedras de tamanhos diferentes.

Elas levaram tempos diferentes?

No entanto, a pedra grande está sendo puxada com força maior.

Somente no início do Século XVII esse problema começou a ser estudado.

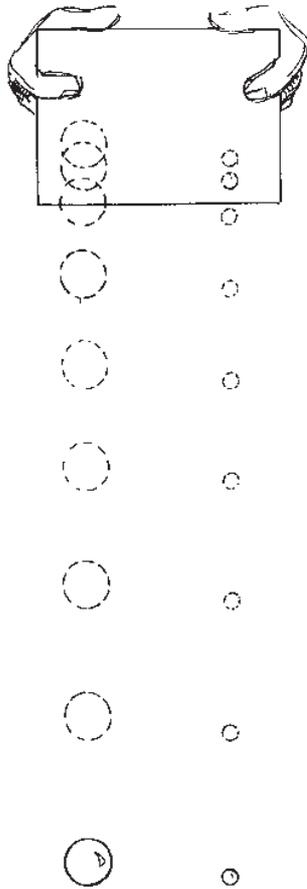


fig. 3.1.

Esse foi um dos gran  
des elementos da revo-  
lução científica ini-  
ciada por Galileu. Ga-  
lileu foi o primeiro a  
por em dúvida as idéias  
de Aristóteles, que  
eram as únicas admi-  
das na cultura ociden-  
tal da época.

Nesse sentido, Galileu  
realizou um grande nú-  
mero de experiências  
que serviram inclusive  
de base para que, no fim  
do século XVII, Newton  
enunciasse as três leis  
da mecânica. A pri-  
meira lei de Newton é  
realmente o resultado  
do trabalho de Galileu.  
Essa primeira lei da  
mecânica diz:

"Na ausência de uma força, um corpo se move se  
gundo uma reta com velocidade constante ou fica parado".

Isso podia ser dito de outra maneira:

"Quando nenhuma força atua sobre um corpo, este  
segue um movimento retilíneo e uniforme ou fica em repouso".

Você percebeu o que isso significa? Se nenhuma  
força atuar, um corpo pode seguir em movimento, indefinidamente;  
não parará nunca. É claro que Galileu não conseguiu ver um cor  
po seguir em movimento indefinidamente.

O que ele fez foi uma série de experiências que  
levavam a concluir isso.

A primeira série de experimentos consistia em

lançar uma bola, com uma certa velocidade inicial em uma rampa, ora subindo, ora descendo. Nós também fizemos esses experimentos que você pode observar nas fotos abaixo.

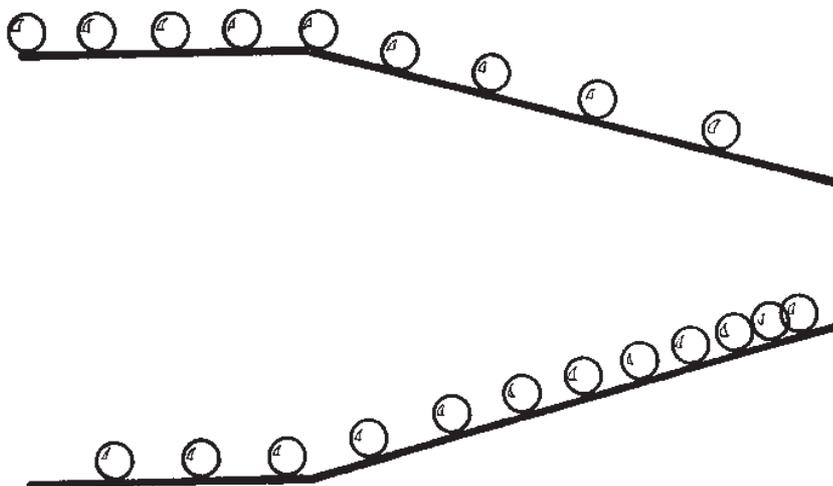


fig. 3.2.

Quando a bola foi lançada subindo a ladeira, sua velocidade foi diminuindo.

Quando ela foi lançada descendo, sua velocidade foi aumentando.

O que deve acontecer quando ela for lançada num plano que nem sobe e nem desce?

Sua velocidade não deveria aumentar, nem diminuir.

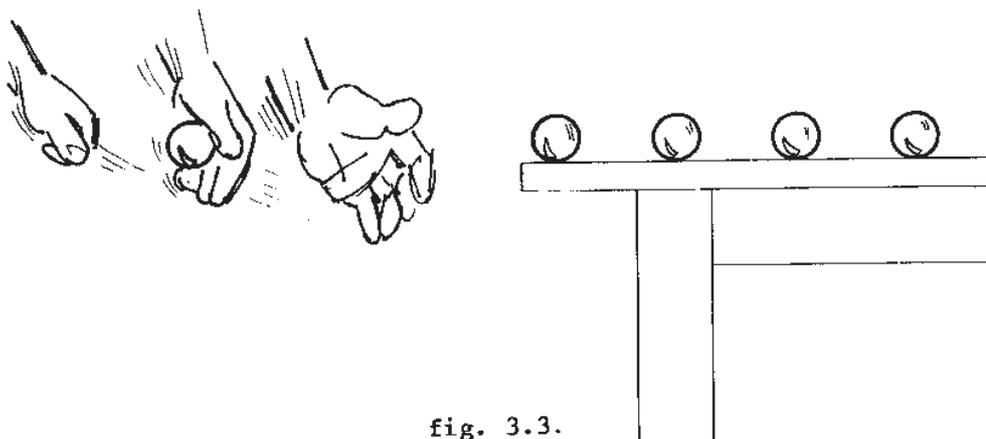


fig. 3.3.

Deveria ter velocidade constante. Galileu percebeu também que quanto mais lisas se tornavam, a bola e a superfície, mais próximo se chegava de um movimento constante.

Observe a fotografia anterior que mostra a bola com velocidade sensivelmente constante. Faça medidas sobre a fotografia. De quanto variou a velocidade da bola, desde o início até o fim do movimento? De quanto por cento foi a variação?

Uma experiência desse tipo chama-se uma experiência idealizada.

Galileu fez ainda uma outra série de experiências que levam, no limite, à idéia da velocidade constante.

Nós também fizemos e fotografamos uma experiência desse tipo.

Uma bola foi solta desde o repouso em uma ladeira, e deixada subir no outro lado de uma espécie de "montanha russa". Na medida que a bola e a superfície forem aperfeiçoadas, a bola sobe do outro lado uma altura igual àquela que ela desceu.

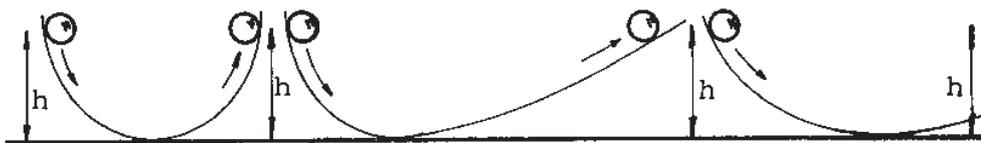


fig. 3.4.

Em todos os casos, independentemente da forma da "montanha russa", a bola se desloca até "encontrar" a mesma altura da qual ela saiu. Ora, o que acontecerá se a rampa da subida for menos inclinada?

A bola deverá andar uma distância maior, "para

encontrar" a altura inicial.

Quanto deverá "andar" a bola "em busca" da altura  $h$  se o outro lado da rampa for horizontal?

Este é outro experimento idealizado, isto é, que podemos fazer por aproximações, sem nunca chegar a fazê-lo perfeito. No entanto, ele também indica que, num plano horizontal, de superfície e bola bem feitos, o movimento será muito prolongado em tamanho e duração.

Este mesmo exemplo pode ser citado numa versão um pouco diferente. A fotografia mostra um pêndulo cujo barbante foi travado por um prego na parede.

A bolinha irá sempre "em busca" da altura de onde saiu com velocidade zero.

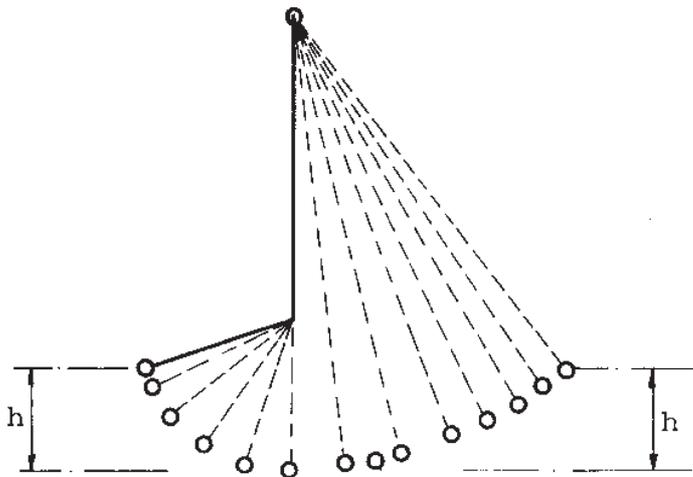


fig. 3.5.

As figuras a seguir dão uma série de exemplos do comportamento de um corpo "quando ninguém "mexe", isto é, quando não atua nenhuma força sobre ele.

É mais correto dizer-se: "Quando é ZERO a resultante das forças que atuam sobre o corpo, este não altera o seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme."

Este enunciado que é conhecido como "lei da inércia" ou primeira lei da mecânica, também pode ser assim enuncia-

do:

"Nenhum corpo, por si só, é capaz de alterar seu estado de repouso ou movimento retilíneo uniforme".

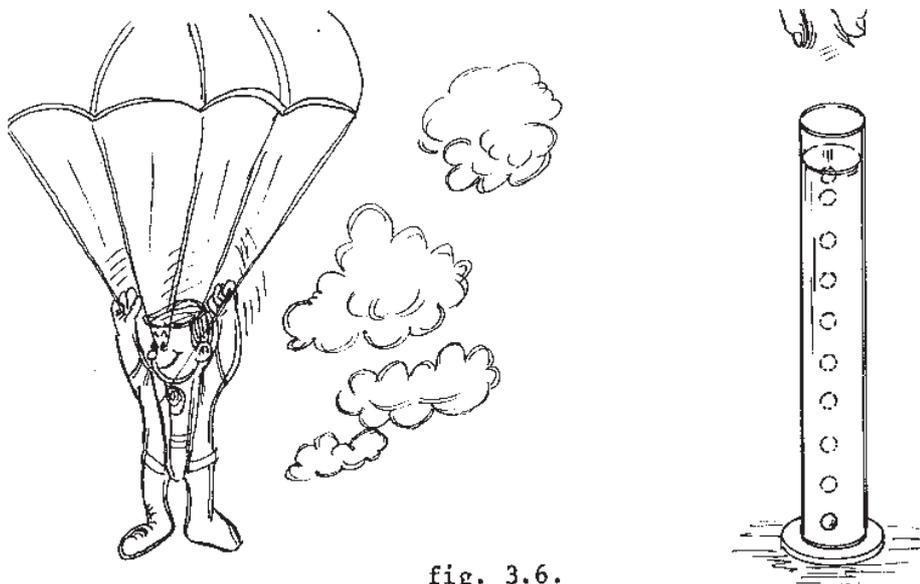


fig. 3.6.

Sabemos, hoje, que todas as leis da Física são invariáveis em qualquer sistema inercial de referência. Isso quer dizer que, se verificarmos as leis físicas em nosso laboratório, sabemos que elas também valem em qualquer sistema de referência que se desloque com velocidade constante em relação ao nosso laboratório. Por exemplo, num trem ou nave que se desloca com velocidade constante e em linha reta, valem todas as leis físicas que verificamos em nosso laboratório. Não importam, nem a velocidade, nem a direção nem o sentido do movimento. Isso é verdade tanto para um trem, como para um elevador ou um foguete, com a única condição: a velocidade deve ser constante.

Essa afirmação tem uma consequência: o repouso e o movimento retilíneo uniforme são equivalentes. Mais ainda: são indistinguíveis um do outro, pois não existe um sistema absoluto de referência. Os movimentos são descritos a partir de referências arbitrárias. Aplicando as leis da Física, não se consegue saber qual corpo está parado e qual está em movimento.

As leis da Física continuam as mesmas; todas as descrições de movimentos são relativas a um sistema que é arbitrário, com a única condição de valer nele a lei da inércia.

Verificamos a lei da inércia em nossos laboratórios: uma bola bem redonda, atirada sobre uma superfície horizontal e bem lisa, se desloca com velocidade constante. Quer dizer, que os nossos laboratórios são sistemas inerciais, pois neles verificamos que vale a lei da inércia. Será isso inteiramente verdade? - Não ! Um sistema para ser inercial deve ter velocidade constante ( módulo, direção e sentido ) em relação a qualquer outro onde se verifica a lei da inércia. Ora, o nosso laboratório está sobre a Terra e esta gira sobre si mesma, e orbita ao redor do Sol. Então, a velocidade da Terra não é constante. Logo ela não pode ser um sistema inercial. Aliás, foi esta a primeira grande prova do movimento de rotação da Terra. Se a Terra fosse um sistema rigorosamente inercial, um pêndulo não deveria mudar o plano de suas oscilações. - Mas muda! Isso significa que a Terra não é um sistema inercial. Esse fato foi publicamente mostrado quando Foucault montou um grande pêndulo no Panteon de Paris, em 1851. Com o passar das horas, o pêndulo ia marcando, com um estilete sobre a areia, a rotação de seu plano, ou melhor, a rotação da Terra.

Em movimentos de curta duração ou de curta distância, em geral, não percebemos esse efeito da rotação da Terra, que é pequeno. No entanto, ele pode ser notado em tipos de longo alcance, dados na direção Norte-Sul. Também os ventos Norte-Sul de grandes altitudes sofrem esse desvio devido ao movimento da Terra ( Consulte seu professor de Geografia a respeito dos ventos alíseos e contra-alíseos )

Em nossos laboratórios, em qualquer lugar sobre a Terra, não vale a lei da inércia rigorosamente. A Terra não é um sistema rigorosamente inercial. Nenhum sistema que gira pode ser perfeitamente inercial.

## CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

### 1.4 - QUANDO UMA FORÇA ESTÁ ATUANDO

Certamente, você já tem idéia do que é uma força. Você já sabe também que uma força pode ser medida, por exemplo, pela distensão que ela produz em uma mola. Muitas balanças iguais às usadas por vendedores ambulantes são aparelhos que medem forças; são dinamômetros. Nessas balanças existe uma mola que se alonga tanto mais quanto maior for o peso do corpo. O peso de um corpo é a força com que a Terra e esse corpo se atraem.

O dinamômetro mede essa força.

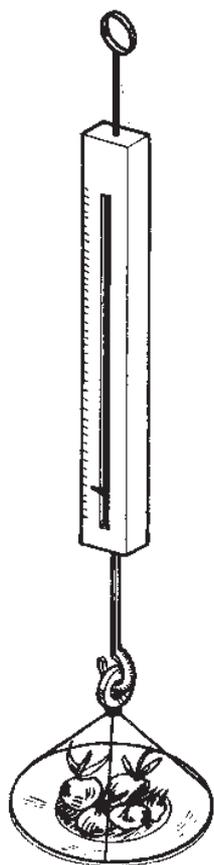


fig. 4.1

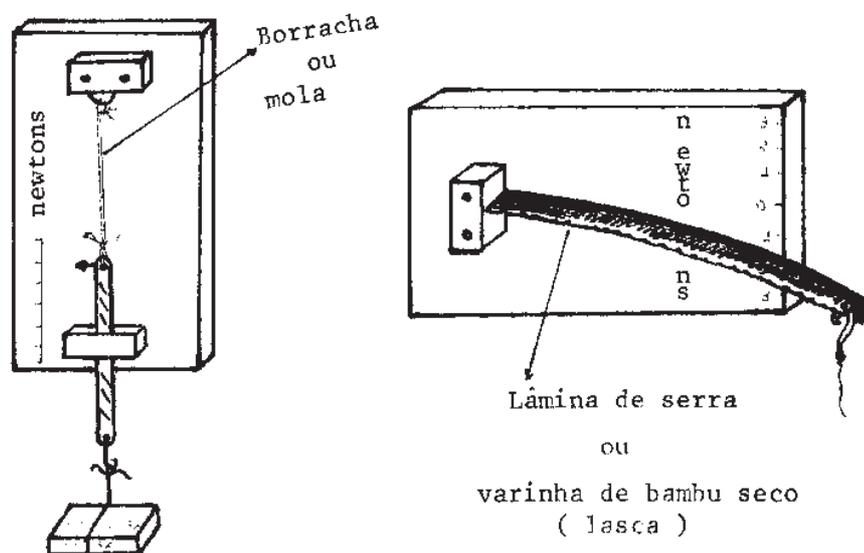
Esses aparelhos são quase sempre constituídos por um corpo elástico que se deforma com a aplicação da força ( fig4.1). Esse corpo pode ser uma mola, um elástico, uma vara etc. É importante que a força aplicada não vá além do limite de reversibilidade elástica do corpo. Quando esse limite é ultrapassado, o corpo, mola, elástico etc., já não volta à posição inicial ou ZERO, quando a força é retirada.

Você já deve ter reparado que uma vara de pescar enverga com o peso do peixe. Quanto maior o peso do peixe, mais a vara enverga. Retirado o peixe, a vara volta a sua forma primitiva.

Você pode aferir seus dinamômetros na unidade de força que você quiser. Você poderá inventar sua unidade de força. Entretanto, o sistema mais usado em Física

é o sistema em que as unidades fundamentais são o metro ( m ), o quilograma ( kg ) e o segundo ( s ). Nesse sistema, a unidade de força chama-se newton e equivale à força que você faz para sus

tentar aproximadamente o peso de 100 gramas. Será fácil então aferir o seu dinamômetro em newtons.



É importante ter entendido que você dispõe de meios para medir, de maneira simples, uma força que você está aplicando.

Agora que você tem idéia de como obter forças iguais e mesmo medir outras forças, vejamos que relação existe entre a força aplicada a um corpo e o tipo de movimento que esse corpo adquire. Você já sabe que quando nenhuma força atua sobre um corpo, este não altera o seu estado de repouso ou de movimento ( 1ª. Lei da mecânica ou Lei da Inércia ).

Queremos saber o que acontece quando se aplica uma força a um corpo livre. É preciso então que a força que estamos aplicando seja a única responsável pelos efeitos que observamos.

Sabemos da seção anterior que, quando nenhuma força age, um corpo em movimento segue com velocidade constante e em linha reta. Quando atiramos uma bolinha ou carrinho, ele tende a parar. Isso quer dizer que sobre ele está atuando uma força. A essa força chamamos de atrito.

A força da gravidade da Terra atua sempre sobre todos os corpos, fazendo-os ir na direção do seu centro ( cair ). No entanto, quando o corpo está apoiado, na mesa ou no chão, por exemplo, a força da gravidade ( peso ) fica equilibrada pela rea

ção do apoio. Dessa maneira, um carrinho ou uma bolinha, com pequeno atrito e sobre uma mesa bem lisa, podem ser considerados bastante livres. Vamos aplicar, sobre corpos assim, uma força e vejamos o que acontece.

ATIVIDADE :     RELAÇÃO ENTRE FORÇA E ACELERAÇÃO

Utilize um carrinho em que o atrito seja pequeno. Verifique isso dando, ao carrinho ( sobre uma mesa ) um pequeno empurrão. Ele segue com velocidade razoavelmente constante?

- No percurso da mesa o movimento é mais constante quando a velocidade é alta ou baixa?

- Use agora um dinamômetro para aplicar ao carrinho uma força constante. Procure empurrar ou puxar o carrinho com uma força que seja realmente constante. Isto quer dizer que o dinamômetro deve marcar o mesmo valor durante todo o percurso.

Depois de ensaiar algumas vezes, repita a experiência para, desta vez, observar o movimento. Enquanto você aplica uma força constante, seus colegas devem observar atentamente o movimento do carrinho. Você e seus colegas devem se revezar na aplicação da força e na observação do movimento.

Como foi o movimento do carrinho, quando sujeito a uma força constante?

- Observe os movimentos para uma mesma força e com cargas diferentes.

- O aumento de massa teve influência sobre o movimento do carrinho? Qual foi a influência?

Você deve ter percebido então que, para uma determinada força, aumentando-se a massa do sistema ( carrinho + carga ), a aceleração diminui. Para uma mesma massa, aumentando-se a força, a aceleração aumenta.

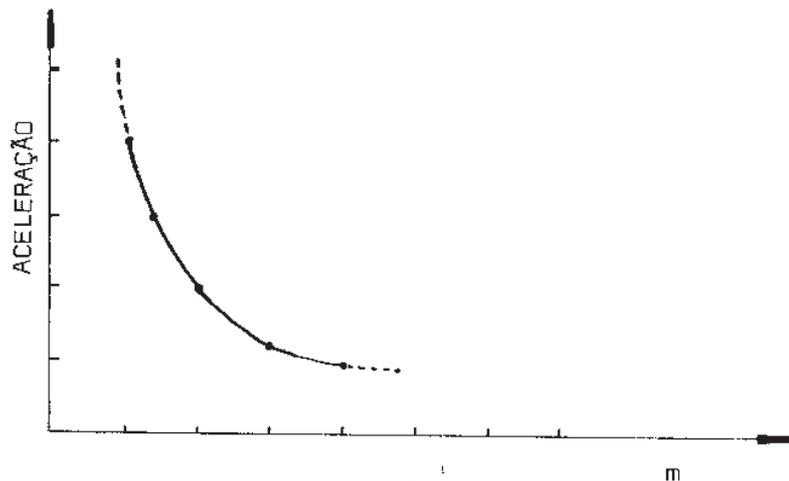
Essas suas experiências deram a você uma idéia quantitativa do fenômeno.

Observe as duas séries de fotografias de números 1,2,3,e 4 e números 4,5,6 e 7. A primeira série de fotografias foi feita mantendo-se as forças iguais entre si ( foi sempre a mesma ), e variando-se a massa a ser acelerada.

Você aí, perceberá como a aceleração varia quando se varia a massa a ser acelerada, mantendo-se a força constante. A segunda série foi feita variando-se apenas a força que age sobre a massa a ser acelerada. Você poderá então, ver como a aceleração se modifica quando se varia a força que atua sobre uma mesma massa.

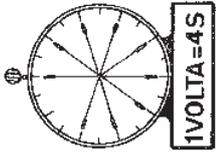
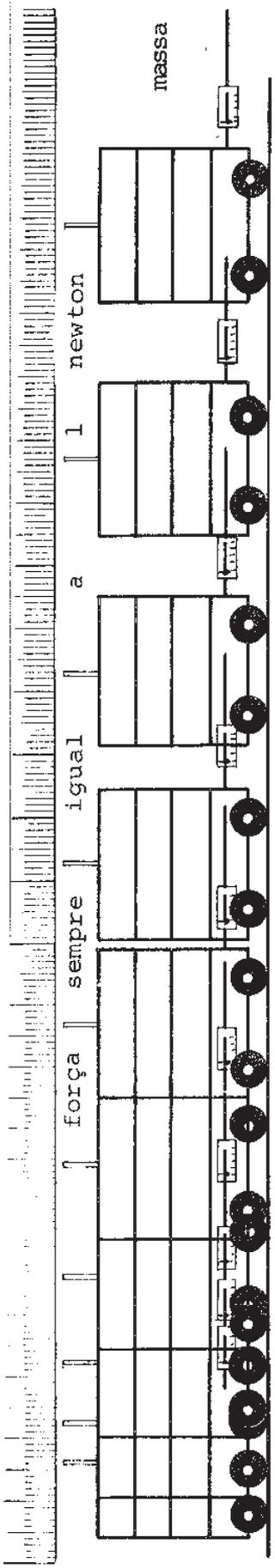
Você já verificou que, para uma mesma força, a aceleração diminui quando você aumenta a massa. Agora você ficará sabendo não só como a aceleração diminui mas também quanto ela diminui.

Meça o valor da aceleração em cada uma das fotografias em que a força ficou constante e com esses dados, faça um gráfico da aceleração ( $a$ ) em função da massa ( $m$ ) ( Não prosiga sem ter feito o gráfico ).

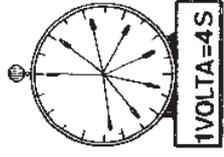
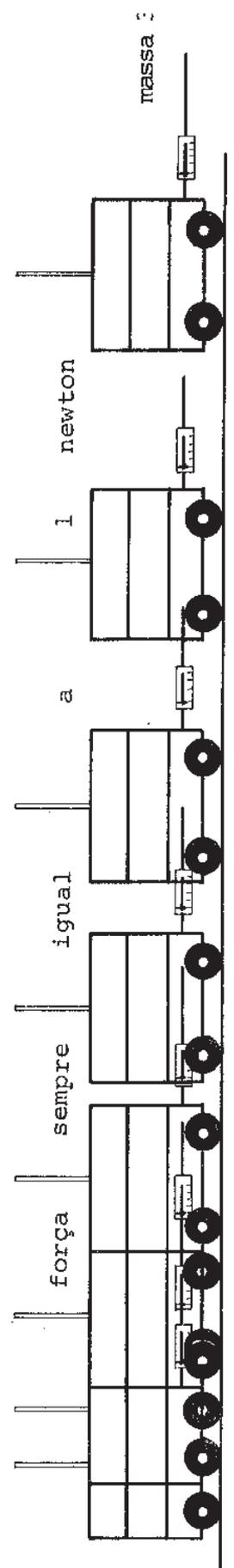


Unindo os pontos que você obteve, ficará bem visível como a massa influi na aceleração.

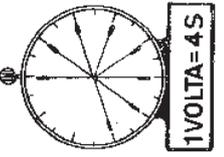
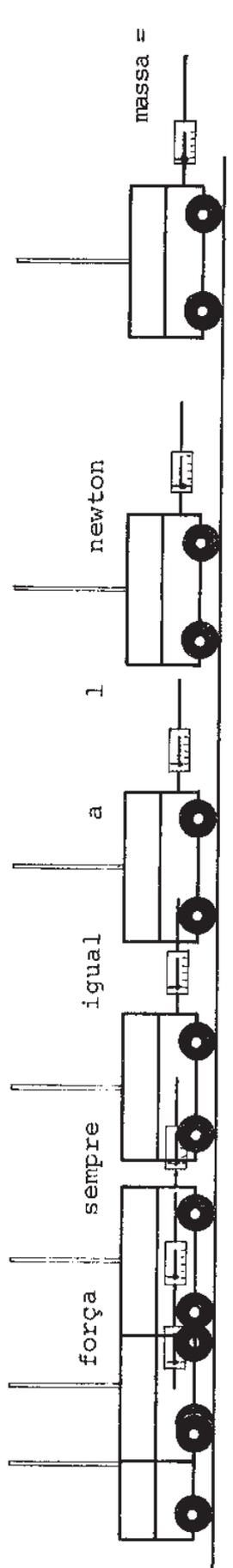
O que aconteceria se a massa se tornasse muito



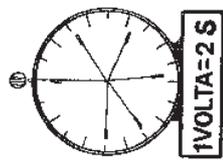
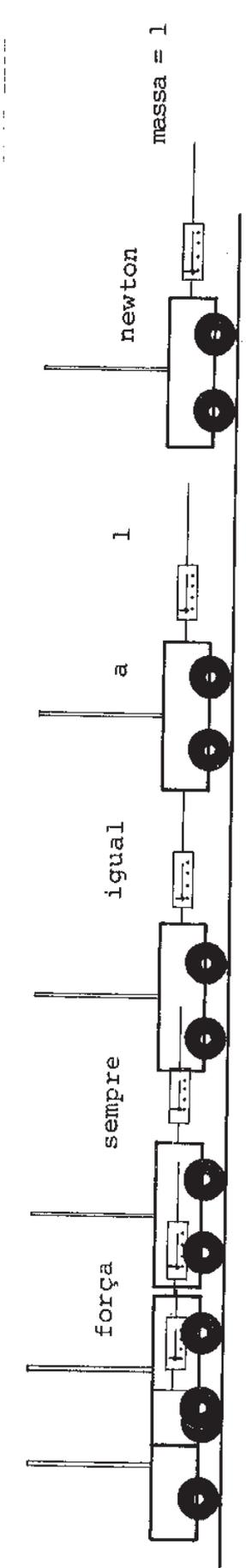
$\Delta t = 0,4 \text{ seg}$



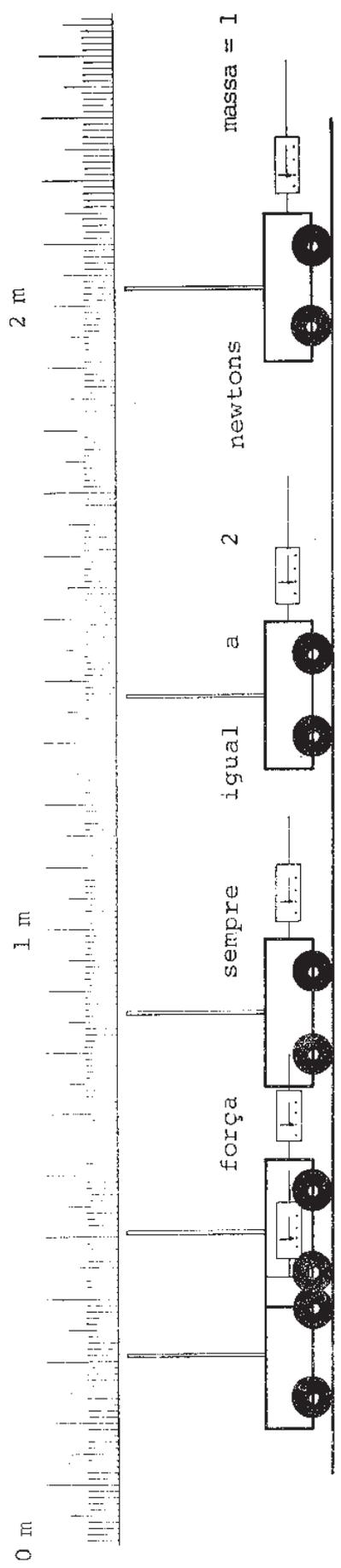
$\Delta t = 0,43 \text{ seg}$

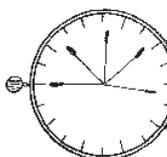


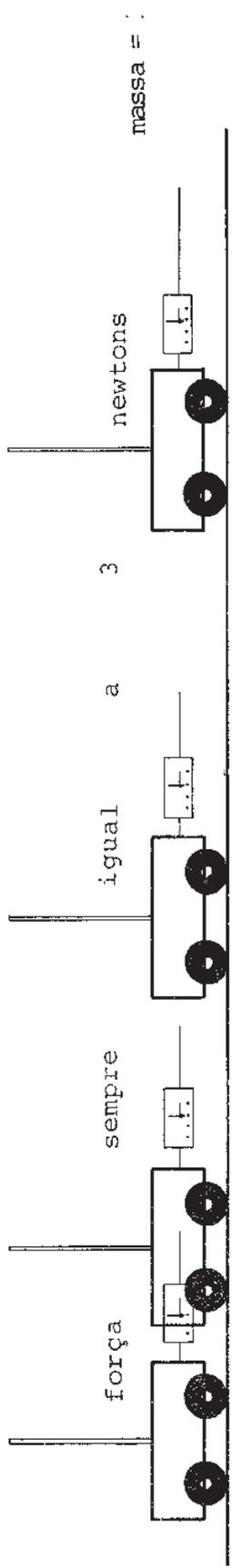
$\Delta t = 0,4 \text{ seg}$

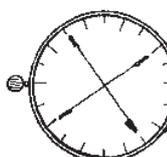


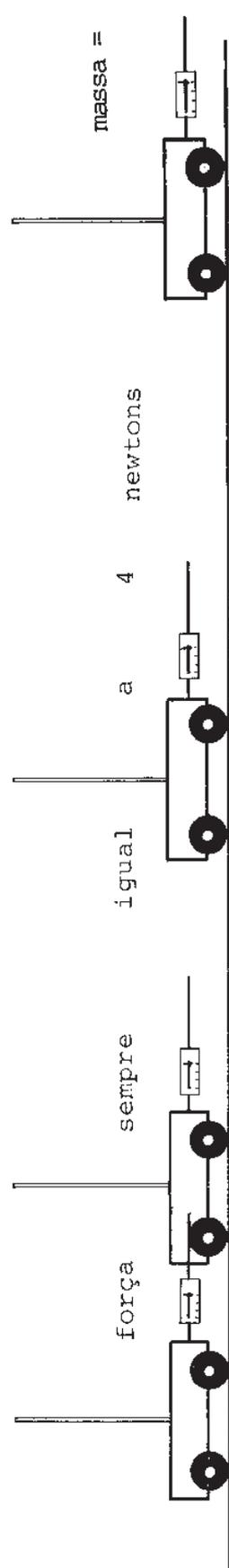
$\Delta t = 0,32 \text{ seg}$

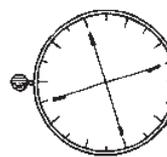


  
**1VOLTA=2S**  
 $\Delta t = 0,26 \text{ seg}$



  
**1VOLTA=1S**  
 $\Delta t = 0,25 \text{ seg}$



  
**1VOLTA=1S**  
 $\Delta t = 0,25 \text{ seg}$

grande? Como seria a aceleração? Agora fica bem visível que se a massa do corpo for muito grande, a força modificará muito pouco sua velocidade, isto é, a aceleração será quase nula.

O que acontece com a aceleração quando a massa passou a ser duas vezes maior?

O que você espera que aconteça quando essa mesma força atuar sobre um corpo de massa bem grande?

Você já percebeu que a massa de um corpo é coisa muito importante, quando se trata de saber como o corpo se comporta, quando fazemos agir uma força sobre ele.

Observe agora a segunda série de fotografias. Nessa série se manteve constante a massa e se variou a força que atua sobre o corpo.

Meça nas diferentes fotografias, o valor da aceleração.

Com esses valores, faça um gráfico das forças versus acelerações do corpo, ou seja, os eixos do gráfico deverão ser FORÇAS ( vertical ) ACELERAÇÕES ( horizontal ).

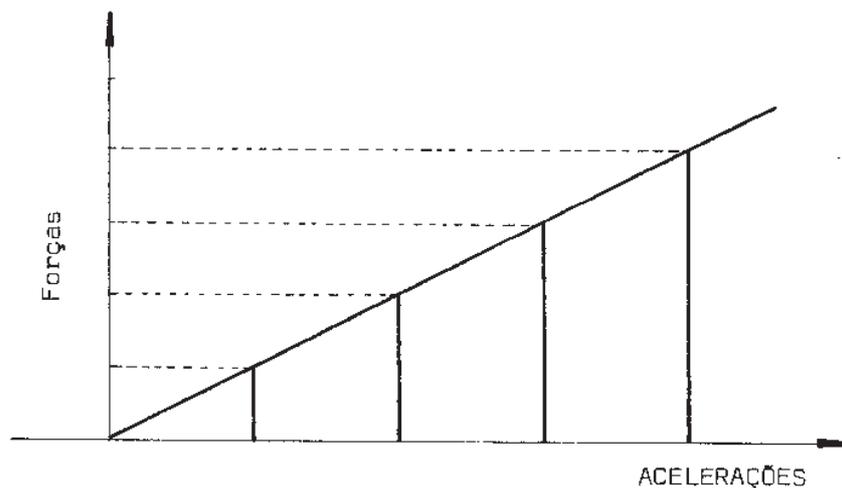


Fig. 4.4

Como se comportam forças e acelerações, isto é, como estão relacionadas? São Proporcionais?

Lembre-se de qual é a equação de uma reta que passa pela origem.

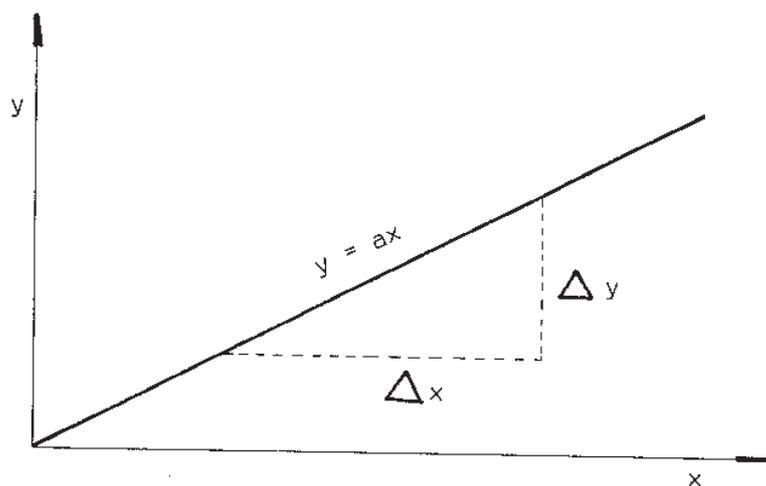


Fig. 4.5

Não é  $y = a x$  ? O coeficiente angular da reta não é

$$\Delta y / \Delta x ?$$

O que você obteve para forças e aceleração não foi também uma reta? Só que no lugar de  $y$  está  $f$  e no lugar de  $x$  está  $a$ .

O que é o coeficiente de proporcionalidade entre a FORÇA e a ACELERAÇÃO? Verifique cada par de valores ( $f$  e  $a$ ) do gráfico e olhe para a correspondente fotografia - Percebeu? É isso mesmo, o coeficiente de proporcionalidade entre FORÇA e ACELERAÇÃO é a MASSA do corpo.

Então:

$$F = m a$$

Com esta atividade, você entendeu a mais importante lei sobre o movimento dos corpos e uma das mais importantes leis de toda a Física.

Os exemplos aqui apresentados envolveram forças exercidas por molas ou as forças gravitacionais. No entanto, essa lei vale para forças de qualquer tipo. Essas forças podem ser de atrito, magnéticas ou elétricas, por exemplo.

Os corpos que aqui foram submetidos a forças fo

ram carrinhos ou bolinhas. Essa lei que você acaba de aprender vale, no entanto, para corpos de qualquer tamanho. Talvez nenhuma outra lei da Física tenha aplicação tão grande. Essa lei, conhecida como 2a. lei de Newton se aplica a corpos tão pequenos como os átomos ou a corpos tão grandes como as estrelas.

## CAPÍTULO 1 - OS MOVIMENTOS

### 1.5 - ALGUNS MOVIMENTOS IMPORTANTES

Com as seções anteriores, você sabe as coisas fundamentais para o estudo de qualquer movimento.

São indispensáveis os conceitos de velocidade e aceleração, assim como na segunda lei de Newton ou segunda lei da Mecânica. E a primeira lei ou Lei da Inércia? Já sabe que a primeira está contida na segunda. Assim, quando usamos a segunda lei, estamos usando também a Lei da Inércia.

#### CORPO LANÇADO HORIZONTALMENTE EM COMPARAÇÃO COM UMA QUEDA LIVRE

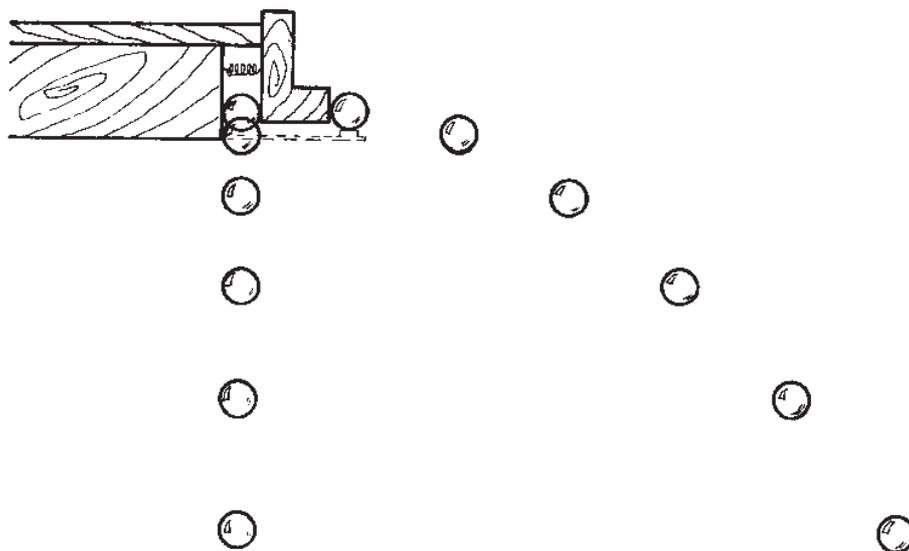


fig. 5.1

A primeira coisa a fazer no estudo deste movimento será determinar os vetores velocidade ( velocidade média em cada intervalo ). Os intervalos de tempo entre as posições da bola são todos iguais. Então, os vetores velocidade podem ser representados pelos vetores deslocamento. Os deslocamentos são as distâncias entre cada um par de posições sucessivas.

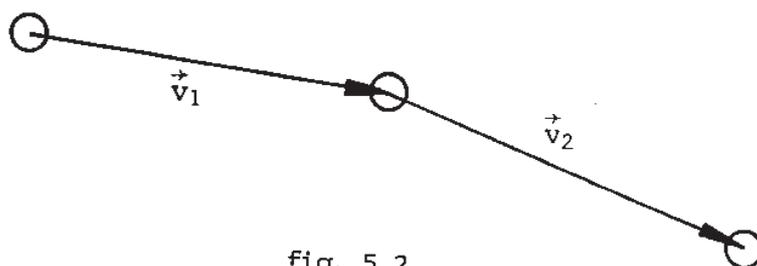


fig. 5.2

Se o espaço entre cada par de posições sucessivas é muito pequeno, você pode escolher de duas em duas ou de três em três ( ou mais ) posições da bola como sendo suas posições sucessivas. O importante é que você adote o mesmo intervalo para todo esse movimento.

Você sabe também que a aceleração é:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Também para as acelerações os tempos são iguais, isto é, os  $\Delta t$  são os mesmos. Então as acelerações são proporcionais aos  $\Delta \vec{v}$ .

Para obter os  $\Delta \vec{v}$  basta fazer as diferenças sucessivas entre os vetores velocidade, pois

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

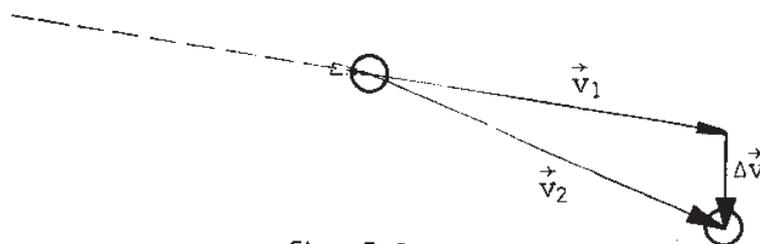


fig. 5.3

Obtenha os valores dos  $\Delta \vec{v}$  para os pares de valores de  $\vec{v}$  sucessivos.

1. A velocidade do corpo variou em módulo ( tamanho ), em direção ou em ambos?

2. O valor de  $\Delta \vec{v}$  mudou em módulo, em direção ou em ambos?
3. Se  $\Delta \vec{v}$  permanecer constante e os  $\Delta t$  são todos iguais, como permaneceu a relação  $\Delta \vec{v} / \Delta t$  em todo o percurso examinado?
4. Se a aceleração permaneceu constante, como foi a força durante o percurso?
5. Que tipo de força está agindo sobre a bolinha?
6. Você verificou que, apesar do movimento não ser nem horizontal nem vertical, a aceleração foi somente vertical?
7. Existiu, sempre, uma força atuando sobre o corpo?
8. Que direção ou direções tem essa força?
9. A força permaneceu constante em direção, em módulo ou em ambos?
10. Você acha que a componente horizontal da velocidade variou?
11. A força, que atuou sobre o corpo durante o movimento, tem componente horizontal?

Se você não tiver percebido, decomponha cada velocidade em suas componentes horizontal e vertical. Faça medidas do tamanho da componente horizontal da velocidade ( $\vec{v}_h$ ) nos diversos pontos.

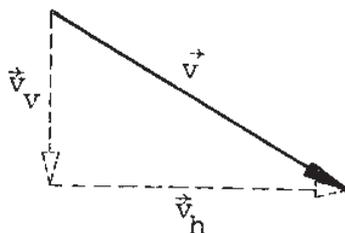


fig. 5.4

Você percebeu que todas as respostas estão contidas na expressão:

$$\vec{f} = m \vec{a} ?$$

A aceleração tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da FORÇA. Se o peso é

a única força, a aceleração só pode ter a direção do peso (vertical). Como uma força vertical não tem componente horizontal, não pode haver componente da aceleração. Se não há aceleração

na horizontal, a velocidade horizontal ( componente ) não muda.

Considere, agora, a bola que caiu verticalmente en quanto a outra descreveu a curva ( parábola ).

12. A velocidade da bola permaneceu constante em módulo? Em direção? Em sentido?

13. E quanto ao módulo, direção e sentido da aceleração dessa bola?

14. Você percebeu que as bolas têm movimentos diferentes ( velocidade e trajetórias diferentes) mas que a aceleração das duas é a mesma?

### LANÇAMENTO OBLÍQUO DE UM PROJÉTIL

Imagine agora uma pedra lançada obliquamente, isto é, numa direção que não é nem vertical nem horizontal. Observe a figura 5.5, que é um esquema de uma fotografia estroboscópica desse movimento.

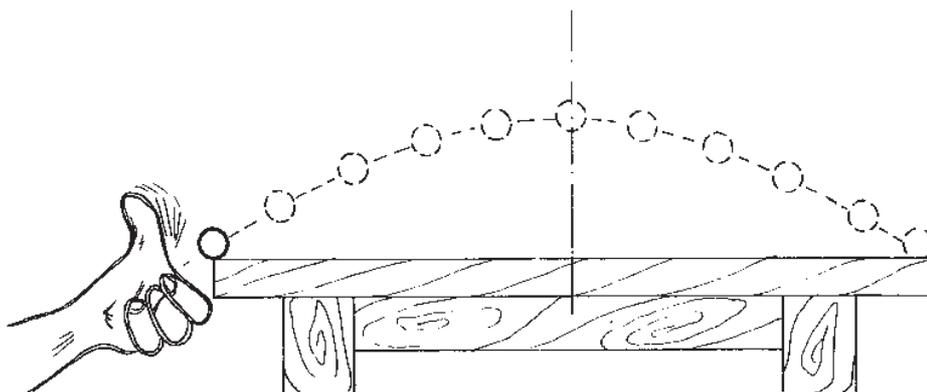


fig. 5.5

Comece determinando os vetores velocidade e os vetores aceleração em diferentes pontos da trajetória.

Agora, você vai responder, para esse movimento, as mesmas perguntas feitas no estudo do movimento anterior. Depois de responder as perguntas, continue a ler. Haverá algum ponto

da trajetória em que a componente vertical da velocidade é nula? Nesse ponto, a força é maior, menor ou igual à força que atua nos outros intervalos?

Você acha que a única força que atua sobre esse movimento é a força peso? Você não espera que atue uma força de resistência do ar? Se essa existir, em que direção você acha que ela atua? Ela poderia alterar somente a componente vertical ou somente a horizontal? Por que?

### SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

O estudo desse movimento pode ser mais interessante se tratado com linguagem matemática.

Aqui nós vamos levar em conta a força resistente do ar. Podemos negligenciar essa força quando as velocidades não forem muito grandes. Isso equivale a dizer que, também, as distân-cias não deverão ser grandes. Essas condições valem, por exemplo, para uma pedra que atiramos com a mão ou para um jato de água com que regamos o jardim.

Imaginemos que o corpo está sendo lançado com uma velocidade inicial  $v_0$  e que forma com a horizontal um ângulo  $\theta$ .

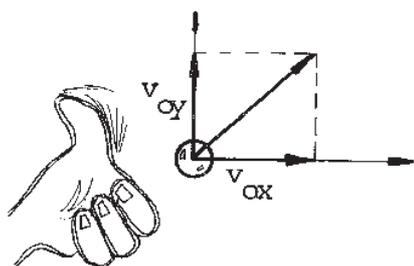


fig. 5.6

As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial são respectivamente:

$$v_{ox} = v_0 \cdot \cos \theta$$

$$v_{oy} = v_0 \cdot \sin \theta$$

Como não há força atuando no sentido horizontal, a componente horizontal da velocidade  $v_x$  não se altera e a compo-nente vertical,  $v_y$ , será alterada pela força peso.

Então em qualquer instante  $t$ ,  $v_x$  e  $v_y$  são dados por:

$$v_x = v_{ox} = v_o \cdot \cos \theta$$

$$v_y = v_{oy} - gt$$

ou

$$v_y = v_o \cdot \sin \theta - gt$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade.

As coordenadas do objeto ( bolinha ) são dadas em qualquer instante por

$$x = v_{ox} \cdot t$$

$$y = v_{oy} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2$$

ou

$$x = v_o \cdot \cos \theta \cdot t$$

$$y = v_o \cdot \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

## MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME ( M.C.U. )

Você já sabe que, em um movimento circular uniforme, o módulo da velocidade permanece o mesmo ( percorre arcos iguais em tempos iguais ). Nesse movimento, apenas a direção da velocidade varia, como você verá adiante.

Você já sabe, também, que se há variação da velocidade, ou em módulo ou em direção, é porque uma força está atuando.

Examine a figura 5.7. Você percebe alguma evidência de que está sendo exercida uma força sobre o corpo que está descrevendo um M.C.U.?

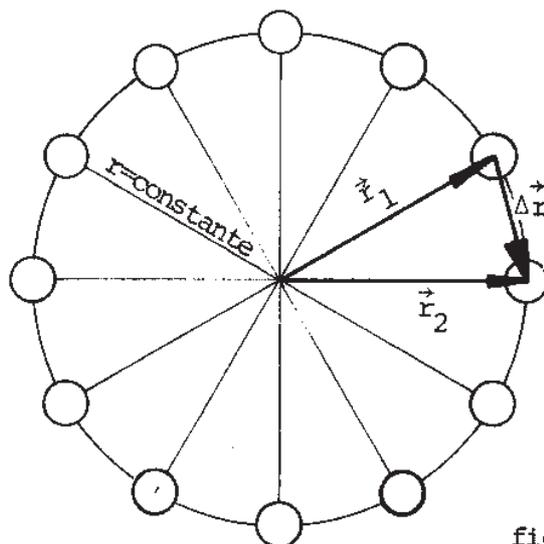


fig. 5.7

Em que direção o movimento é acelerado?

Você espera que haja alguma relação entre a direção, em que está atuando a força, e a direção da aceleração?

Vejamos como achar a aceleração. Primeiro considere os vetores que determinam a posição do móvel em relação ao centro ( origem ) em cada instante. Em cada instante a posição é diferente. Se a posição varia, há uma velocidade que é a taxa com que está variando a posição ( vetor  $r$  ) em relação ao tempo.

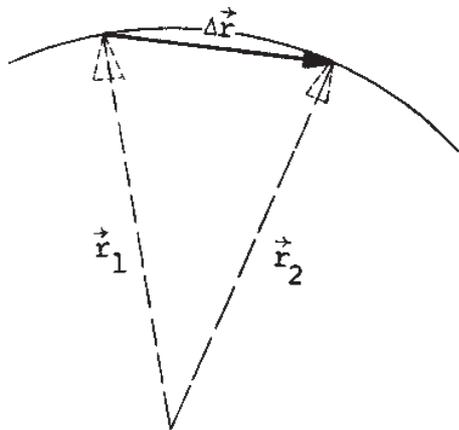


fig. 5.8

tende a relação  $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  quando  $\Delta t$  tende a zero:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Então, a direção das cordas  $\Delta \vec{r}$  passa, no limite, quando  $\Delta t \rightarrow 0$ , à direção da tangente a circunferência. Portanto, a direção da velocidade, num movimento circular uniforme, é tangente a circunferência descrita pelo móvel. Tanto assim que,

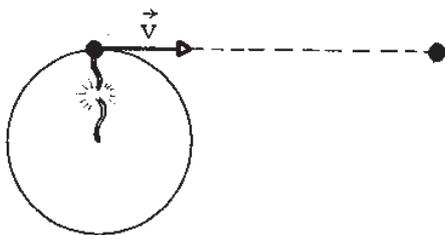


fig. 5.9

quele instante.

Note, então, que o vetor velocidade  $\vec{v}$  é perpendicular ao vetor posição  $\vec{r}$  (figura 5.10).

Então,

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Onde:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

Observe como a velocidade média tem a direção e sentido dos  $\Delta \vec{r}$  que são cordas da circunferência. A velocidade instantânea, ou velocidade, simplesmente, é o limite para o qual

no momento em que a força deixar de agir, o corpo "sai pela tangente" (figura 5.9), isto é, a força não altera mais a velocidade do corpo e por isso ele continua com a velocidade que tinha na

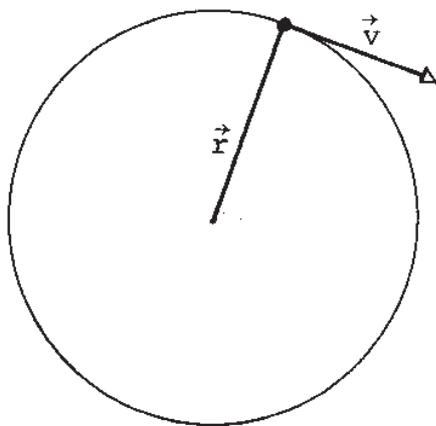


fig. 5.10

Uma vez que sabemos a direção da velocidade, vejamos quanto vale o seu módulo. Sabemos que o período ( $T$  constante) é o tempo para uma volta completa. Como, porém, os tempos são proporcionais aos arcos por ser uniforme o movimento, o módulo da velocidade é o mesmo, qualquer que seja o tamanho do arco ou do  $\Delta t$ . Escolhemos, então, o arco que corresponde ao comprimento da circunferência  $2\pi R$ , que é o espaço que o móvel percorre em uma volta. Para percorrer esse espaço ele gasta um tempo  $T$  (período).

$$v = v_m = \frac{\text{espaço total}}{\text{tempo total}} = \frac{2 \pi R}{T}$$

Agora, nós podemos pensar sobre a aceleração. A aceleração média em um intervalo de tempo  $\Delta t$  no qual a velocidade passa de  $\vec{v}_1$  a  $\vec{v}_2$  é:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

Note que a aceleração média tem a direção e sentido dos  $\Delta \vec{v}$ .

Note, pela figura 5.11, que  $\Delta \vec{v}$ , e conseqüentemente o vetor aceleração, está dirigido para o centro da circunferência, tendo, portanto, a mesma direção do vetor  $\vec{r}$ .

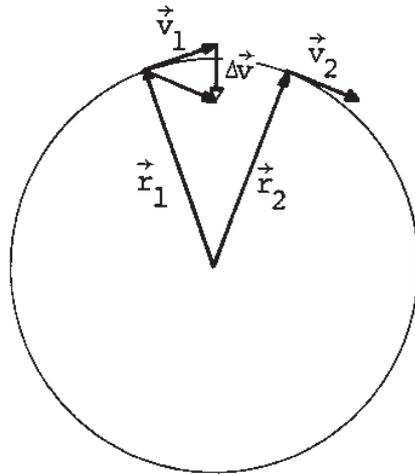


fig. 5.11

tamanho ( módulo ) do vetor velocidade.

O vetor velocidade está variando de maneira uniforme. Por isso, o módulo da aceleração é o mesmo que o da aceleração média, e é dado pela relação abaixo:

Uma vez que sabemos a direção e o sentido da aceleração, vejamos quanto vale o seu módulo.

Na figura abaixo, reunimos em um ponto as origens de todos os vetores velocidade durante um período ( T ).

( Esse tipo de figura chama-se Hodógrafo ). Aqui o tamanho do "raio" é o

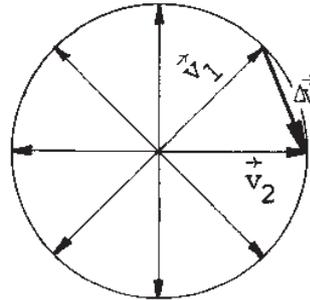


fig. 5.12

$$a = a_m = \frac{v}{t} \frac{\text{variação total numa volta}}{\text{tempo total numa volta}}$$

$$a = \frac{2\pi \left( \frac{2\pi r}{T} \right)}{T} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Sabemos que o vetor aceleração tem a mesma direção do vetor posição (  $\vec{r}$  ) mas sentidos contrários. Logo:

$$\vec{a} = - \frac{4\pi^2 \vec{r}}{T^2}$$

## MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ( M.H.S. )

Chama-se movimento harmônico simples a um movimento em que a aceleração tem a forma:

$$\vec{a} = - k' \vec{x}$$

O  $\vec{x}$  representa a posição do móvel ( corpo ), contado a partir da posição central. Nesta posição, o valor de  $\vec{x}$  é zero. O  $k'$  significa que a aceleração (  $\vec{a}$  ) é proporcional ao afastamento (  $x$  ). O sinal - ( menos ) significa que a aceleração é sempre de sentido contrário de  $\vec{x}$ . Quando o corpo está à direita da posição central, a aceleração é para a esquerda. Quando o corpo está à esquerda da posição central, a aceleração é para a direita.

Você já sabe que a aceleração em qualquer movimento tem a mesma direção e o mesmo sentido da força. Ainda mais, a aceleração (  $\vec{a}$  ) e a força (  $\vec{f}$  ) são proporcionais (  $\vec{f} = m \vec{a}$  ).

Se um corpo descreve um M.H.S., ele tem uma aceleração do tipo  $\vec{a} = - k' \vec{x}$ , e a força que está atuando sobre ele é do tipo  $\vec{f} = - k \cdot \vec{x}$ , porque a aceleração é proporcional à força.

Isso significa que um corpo que descreve um M.H.S., está sujeito a uma força que é proporcional ao afastamento da posição de equilíbrio (  $\vec{x} = 0$  ). Quanto maior  $\vec{x}$ , maior a força. Se se dobrar o valor de  $\vec{x}$ , a força também dobra. O sinal menos indica que, quando o corpo é deslocado para a direita, a força se exerce para a esquerda e, reciprocamente, quando o corpo está para a esquerda, a força se exerce para a direita.

Com as atividades a seguir, você vai ver alguns exemplos de M.H.S.

## MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES ( M.H.S. )

Chama-se movimento harmônico simples a um movimento em que a aceleração tem a forma:

$$\vec{a} = -k' \vec{x}$$

O  $\vec{x}$  representa a posição do móvel ( corpo ), contado a partir da posição central. Nesta posição, o valor de  $\vec{x}$  é zero. O  $k'$  significa que a aceleração (  $\vec{a}$  ) é proporcional ao afastamento (  $x$  ). O sinal - ( menos ) significa que a aceleração é sempre de sentido contrário de  $\vec{x}$ . Quando o corpo está à direita da posição central, a aceleração é para a esquerda. Quando o corpo está à esquerda da posição central, a aceleração é para a direita.

Você já sabe que a aceleração em qualquer movimento tem a mesma direção e o mesmo sentido da força. Ainda mais, a aceleração (  $\vec{a}$  ) e a força (  $\vec{F}$  ) são proporcionais (  $\vec{F} = m \vec{a}$  ).

Se um corpo descreve um M.H.S., ele tem uma aceleração do tipo  $\vec{a} = -k' \vec{x}$ , e a força que está atuando sobre ele é do tipo  $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$ , porque a aceleração é proporcional à força.

Isso significa que um corpo que descreve um M.H.S., está sujeito a uma força que é proporcional ao afastamento da posição de equilíbrio (  $\vec{x} = 0$  ). Quanto maior  $\vec{x}$ , maior a força. Se se dobrar o valor de  $\vec{x}$ , a força também dobra. O sinal menos indica que, quando o corpo é deslocado para a direita, a força se exerce para a esquerda e, reciprocamente, quando o corpo está para a esquerda, a força se exerce para a direita.

Com as atividades a seguir, você vai ver alguns exemplos de M.H.S.

ATIVIDADE: EXAME DE UM M.H.S.

Use uma lâmina de serra ( dessas que nas oficinas são jogadas fora ) e prenda firmemente uma das extremidades, de tal maneira que ela possa vibrar e sustentar algum peso na extremidade livre.

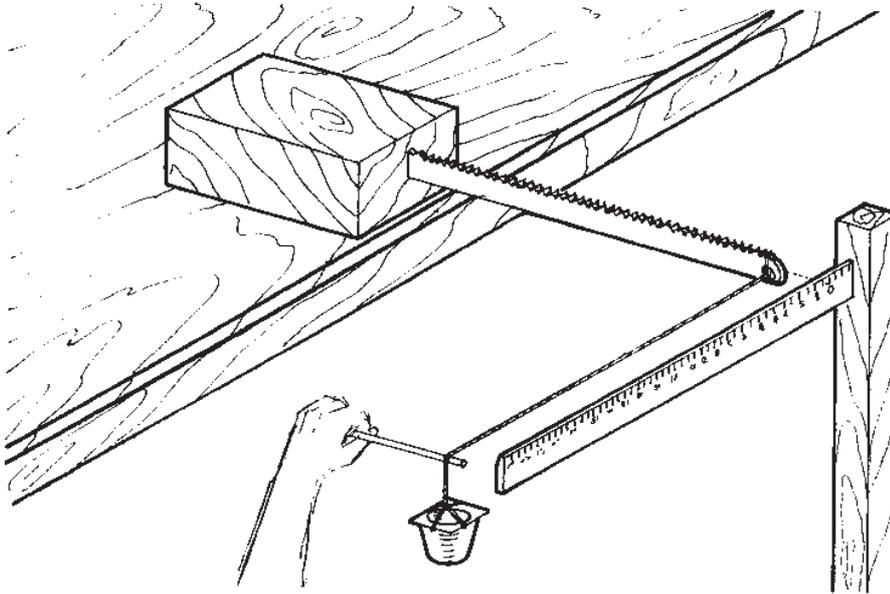


fig. 5.13

Use um barbante no qual você possa dependurar pequenos pesos ( unidades de força ) iguais. Antes de colocar pesos na extremidade do barbante, acerte o "zero" de sua escala. Ne-la vão ser medidos os afastamentos (  $x$  ), contados a partir da posição de repouso (  $x = 0$  ). Coloque um peso na extremidade do barbante e meça o afastamento da lâmina sobre a escala dos  $x$  . Vá acrescentando pesos e lendo os respectivos afastamentos.

Coloque os valores da força ( número de pesos ) no eixo vertical e os afastamentos ( valores de  $x$  ) no eixo horizontal.

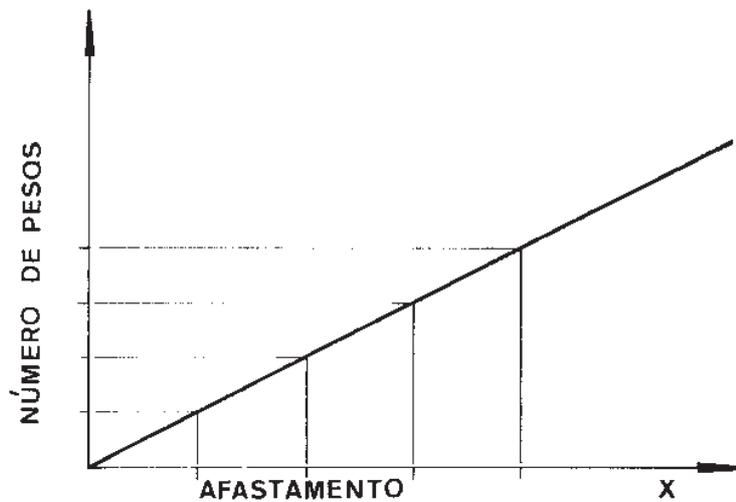


fig. 5.14

Você verificou que os deslocamentos são proporcionais à força ( pesos colocados )?

O "comportamento" da força (  $\vec{f}$  ) em função do deslocamento (  $\vec{x}$  ) é do tipo

$$\vec{f} = -k \vec{x}$$

Quando você deslocou a lâmina ( ou haste ) para um lado, ela estava puxando para o outro. A força sempre estava dirigida em sentido contrário ao do deslocamento da lâmina. ( Você mediu a força que a lâmina estava fazendo, aplicando outra igual e contrária ). A lâmina fêz força na direção contrária à do deslocamento.

Agora, você vai colocar uma massa na extremidade livre da haste.

Observe que essa massa não seja tão pesada a ponto de envergar a haste para baixo. É importante, também, que ela fique bem firme. Pode ser de barro, massa de vidraceiro (ou de moldar ) ou mesmo uma batata ( pequena ).

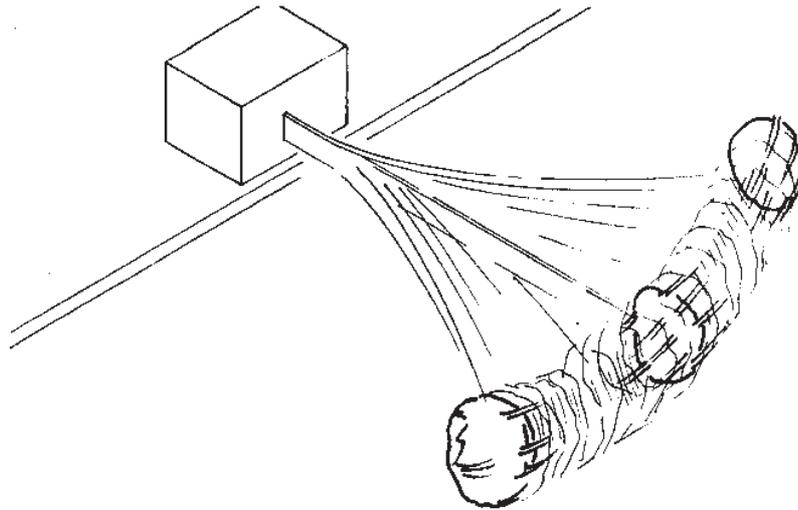


fig. 5 .15

Que tipo de movimento você espera que o corpo, colocado na extremidade da mola ( batata, talvez ), faça ?

Empurre a "batata" um pouco para um lado e solte-a. Observe o movimento. Em que ponto de "vai-vem", a velocidade é maior? Em que ponto, ou pontos, a velocidade é nula?

Em que ponto você acha que a força ( que faz a batata ir e voltar ) é maior? Existe um ponto em que essa força ( exercida pela lâmina ou haste ) é nula? - Qual é esse ponto?

Em que ponto você acha que a aceleração ( da batata ) é nula?

Então:

No ponto em que a velocidade é máxima, a aceleração é .....

No ponto em que a aceleração é máxima, a velocidade é .....

Você está lembrado de uma coisa que lhe foi dita anteriormente: a força não determina a velocidade, mas sim a mudança de velocidade.

Tanto é assim que você acaba de constatar que, no caso desse movimento ( M.H.S. ), quando a velocidade é máxima, a aceleração é ZERO ( pois a força é ZERO ) e quando a velocidade

é ZERO a aceleração é máxima ( pois a força é máxima ).

Você irá, a seguir, substituir o corpo, que está preso à lâmina, por um de massa maior ( batata maior ). Antes de trocar de massa ( batata ) responda: você acha que a lâmina, com a batata maior, oscilará mais depressa ou mais devagar? Ou, talvez, da mesma maneira?

Agora, aumente a massa sobre a lâmina ( troque a batata ).

Afasto o sistema ( batata com lâmina ) da posição de equilíbrio ( ponto central ) e solto.

As oscilações são mais rápidas ou mais lentas? Aumentando, então, a massa, o tempo de uma oscilação completa fica maior ou menor?

O tempo de uma oscilação completa chama-se período e se costuma designar por  $T$ . É o tempo depois do qual tudo se repete no movimento: posição, velocidade ( mesmo sentido ) e aceleração.

O número de oscilações completas feitas por unidade de tempo é o que se chama frequência. Quanto maior o período, menor a frequência.

O período (  $T$  ), é maior com a batata grande ( grande massa ) ou com a batata menor ( massa menor ) ?

E a frequência, é maior com a massa maior ou com a menor?

Você acha que o período depende do tamanho da oscilação ( amplitude )? - Verifique, fazendo medidas!

Com a mesma massa, conte a duração de uma oscilação grande e depois de uma oscilação pequena. Você acha que será mais fácil e mais precisa sua medida se você contar o tempo de 10 ( ou mais ) oscilações completas e dividir o tempo total por 10 ou mais? - Usando um relógio ( ponteiro dos segundos ), meça o período (  $T$  ) de uma oscilação grande e de uma oscilação pequena.

Qual foi o resultado? Essa importante descoberta

ta foi feita pelo grande Galileu, nos primeiros anos do século XVII.

Se você não tiver um relógio com ponteiros de segundos ( Galileu não tinha ), ou se você quiser medir os tempos pelo mesmo processo usado por Galileu, as instruções estão mais adiante.

Você já verificou que, a massa aumentando, aumenta também o período? Porém como aumenta?

Você irá verificar isso agora.

Procure medir o período de vibração de sua lâmina ( ou haste ) carregada com uma unidade de massa.

Depois faça o mesmo com a lâmina "carregada" com 4 unidades de massa.

Quando a massa ficou 4 vezes maior, quantas vezes ficou o T ( período )?

Se possível, faça medidas com a massa 9 vezes maior. Você verá que o período fica multiplicado por três.

Você descobre que:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}}$$

os períodos são proporcionais às razões das massas.

Quando você passou de uma massa menor para outra massa maior, a frequência passou a ser menor, assim como a velocidade do móvel ( batata ). A força exercida pela lâmina foi maior sobre a massa maior ou sobre a massa menor? Ou igual sobre ambos?

E a aceleração, sobre qual dos corpos ela foi maior? Ou foi independente das massas.

Se você tivesse tempo, poderia, ainda, verificar que o T depende de k que é a característica da lâmina. Quanto maior

o  $k$ , mais dura a mola e menor o  $T$ , e a frequência ficará maior. Ou

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{k_2}}{\sqrt{k_1}}$$

Até aqui, apresentamos um caso de movimento harmônico simples ( M.H.S. ) realizado por um corpo espetado a uma lâmina.

Entretanto, esse tipo de movimento é muito importante e também muito comum. Sempre que um corpo esteja sujeito a uma força do tipo  $\vec{F} = -k \vec{x}$ , ele executa um movimento harmônico simples. Esse tipo de movimento tem algumas características independentes do tamanho e da natureza do corpo que o está realizando:

1. quando o corpo está passando pela posição central, a velocidade é máxima, enquanto, a aceleração, nesse ponto, é nula.
2. quando o corpo está passando pelo ponto de maior afastamento ( máxima elongação ), a velocidade é nula ( ponto de parada ), enquanto, a aceleração é máxima.
3. a medida que o tempo vai passando, a amplitude ( tamanho ) do movimento vai diminuindo. No entanto, o tempo empregado em uma oscilação completa ( período ), continua o mesmo.

Essas propriedades valem para forças e corpos de qualquer tamanho, seja ele um grande corpo preso a uma mola ou um elétron.

ATIVIDADE: PÊNULO SIMPLS

Amarre uma pedrinha, ou qualquer outro pequeno objeto, a uma linha ou barbante fino. Dependure a linha a qualquer lugar firme e faça o sistema oscilar. Isso é um pêndulo simples.

Você deverá descobrir as leis do pêndulo.

Para medidas de tempo você poderá usar um cronômetro, um relógio que tenha ponteiro de segundos ou, de preferência, o relógio de Galileu. ( logo e seguir ).

Ponha o pêndulo a funcionar e comece a observar.

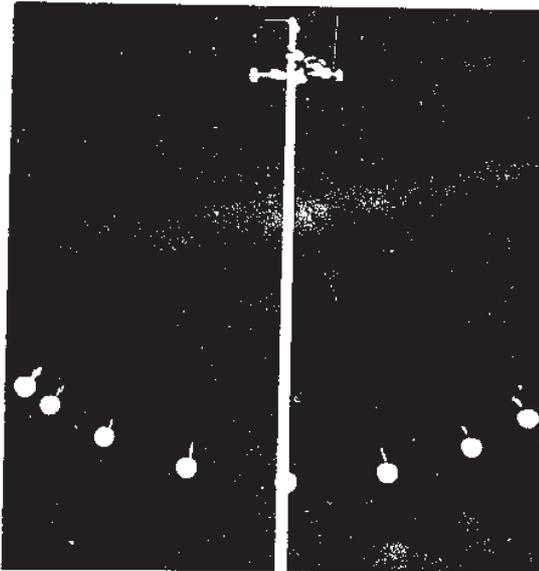


fig. 1.16

Experimente com corpos de massas diferentes. Te nha o cuidado de que os comprimentos sejam os mesmos.

Você acha que o período ( T ) depende do comprimento da linha? Verifique.

Você acha que o tamanho da oscilação ( amplitude ) influencia no tempo de oscilação ( T )? Essa foi uma das descobertas feitas por Galileu e é o que você vai verificar. Faça as medidas então. Você já sabe que fará medidas mais precisas e mais fáceis contando, não uma, mas 10 ou 20 oscilações. Faça as medidas... Você acha que o peso do corpo depende do faz variar o período ( T ) ?

\* UM RELÓGIO DE GALILEU \*

Se você não dispõe de um relógio com ponteiro de segundos ou se você quiser fazer medidas de boa precisão com um "relógio" bem barato, construa um "relógio" de Galileu. Foi com esse método que o grande Galileu Galilei descobriu importantes leis sobre movimentos.

Você sabe que, quando a "velocidade" de saída da água é constante, a quantidade de água que sai é proporcional ao tempo. Quer dizer: no dobro do tempo sai o dobro da água, no triplo do tempo sai o triplo de água e assim por diante.

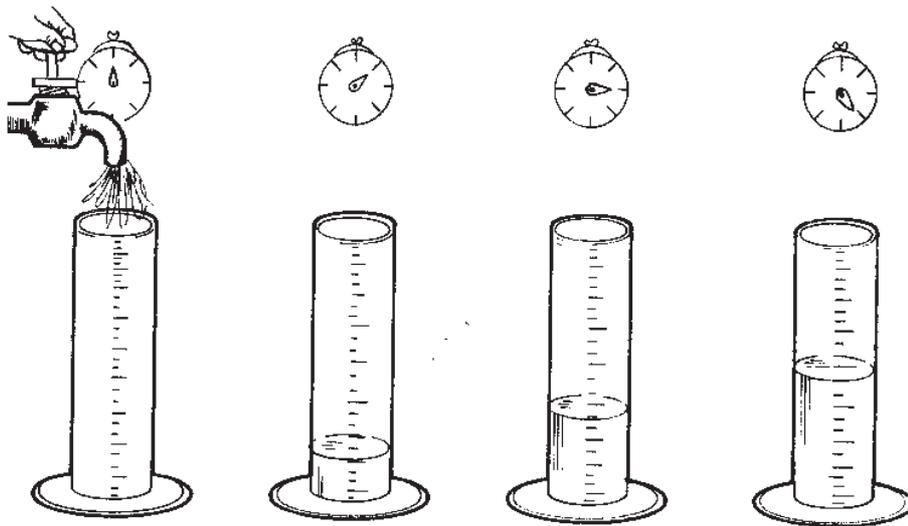


fig. 5.17

Uma coisa importante, então, será, dispor de uma "bica" que despeje água com a mesma velocidade. Você sabe, também, que para a água sair com "velocidade" constante, é preciso que seja mantida constante a diferença de nível entre a saída da água e o nível da superfície da água.

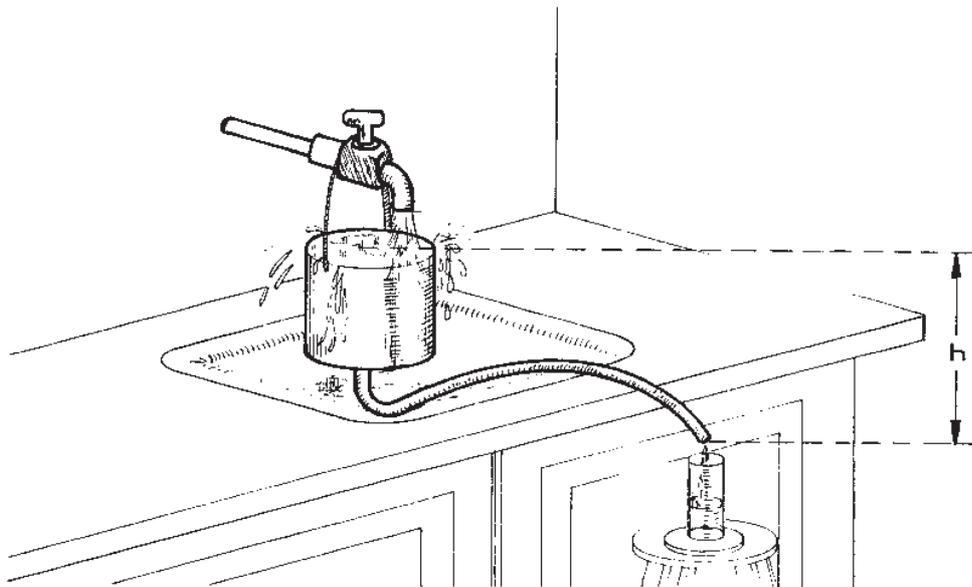


Fig.5.18

Uma maneira de conseguir isso será manter a sua "caixa" ( lata ) sempre transbordando.

Assim o nível será sempre o mesmo.

Outra maneira será com um reservatório bem grande ( lata de 5 l ou mais ) e com uma saída bem pequena. Dessa forma, o nível vai se alterar pouco com a saída de, apenas, um "fiozinho" de água e a "velocidade" será constante.

O seu tempo será medido em  $\text{cm}^3$  ( centímetros cúbicos ) de água recolhida. Você poderá medir o tempo em uma unidade de que você quiser criar. Se você quiser fazer as medidas em segundos, bastará calibrar seu relógio em segundos, uma vez. Meça, por exemplo, a quantidade de água (  $\text{cm}^3$  ) que saiu em um certo número de segundos e você ficará sabendo a constante do seu relógio. Por exemplo, cada  $\text{cm}^3$  de água vale 2 segundos.

Se você fizer essas medidas com cuidado, você poderá montar um relógio que lhe proporcione pequenas frações de segundos.

Para maior facilidade, você poderá, também, fazer um gráfico, que caracterize o seu relógio e lhe permita transformar diretamente a leitura do relógio (  $\text{cm}^3$  ) em segundos. Faça várias vezes a medida, por exemplo, de quanta água (  $\text{cm}^3$  ) sai em 20 segundos; tire a média das várias medidas e coloque isso

num gráfico de volume em função do tempo.

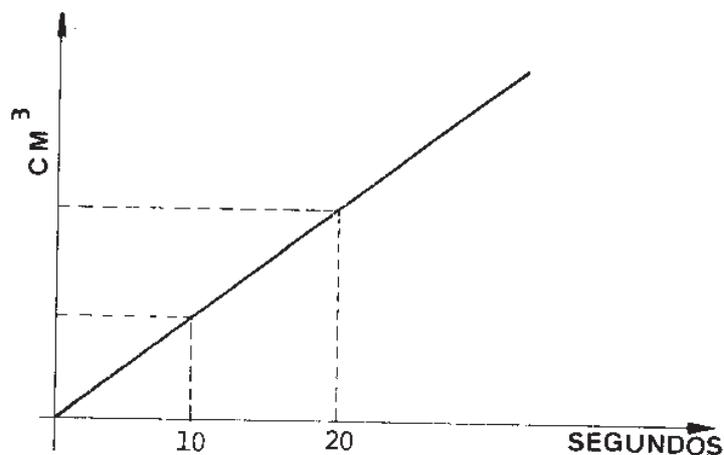


Fig.5.19

Você sabe que esse gráfico é uma reta porque a água é proporcional ao tempo ( escoamento constante da água ).

Você sabe, também, que essa reta passa pela origem ( 0,0 ), ou encontro dos dois eixos. Isso porque o zero cm<sup>3</sup> de água corresponde, também, tempo zero.

Daqui por diante, bastará ler os cm<sup>3</sup> e consultar o seu gráfico de calibração. Entre no eixo vertical com os cm<sup>3</sup> obtidos. Vá horizontalmente até encontrar a reta e daí tire uma perpendicular até o eixo dos tempos. Aí estará o tempo medido.

Se você fizer com algum cuidado em **ATIVIDADE**, ela lhe proporcionará uma porção de idéias de medida de tempos. Você poderá criar relógios muito interessantes.

## CAPÍTULO 2 - INTERAÇÕES

### 2.1 - IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

( MOMENTUM )

Você já deve ter muitas vezes usado a expressão "dar um impulso". Essa expressão você provavelmente usou quando ia ter que correr para pular um obstáculo ou quando queria que um objeto adquirisse uma certa velocidade. Sempre que essa expressão foi ou é usada, está envolvida uma força e um tempo. Força e tempo são as duas coisas que definem um impulso. A força é a que você fez para que seu corpo ou outro objeto passasse de parado a uma certa velocidade. O tempo é o quanto durou o seu "fazer força".

Na Física, impulso ( I ) tem o mesmo sentido que você provavelmente já conhecia e que foi ilustrado com os exemplos acima. Em Ciência, no entanto, os conceitos devem ser bem precisos, de maneira que não dependam somente da intuição. Esta pode ter sentidos diferentes para diferentes pessoas. Tornando mais precisos esses conceitos, podemos aplicá-los mesmo a exemplos muito diferentes dos que nos ocorrem na vida diária.

Na Física, pode-se dizer que sempre que um corpo altera sua velocidade, ele recebe um impulso. Você também já sabe que se um corpo tem alterada sua velocidade, é porque sobre ele está ou esteve atuando uma força, durante algum tempo.

Para se medir um impulso, então, é preciso que sejam conhecidas as duas coisas: a FORÇA e o TEMPO durante o qual a força estaria atuando.

A expressão que define o Impulso é o produto ou multiplicação da Força pelo Tempo.

$$\text{Impulso} = \text{Força} \times \text{Tempo}$$

$$\text{ou} \quad I = F \times \Delta t$$

$$\text{ou} \quad I = F \Delta t$$

#### 2.1.1

Você logo pode verificar uma coisa que talvez já lhe ocorreu. Um mesmo impulso pode ser obtido com forças e tempos diferentes. Um mesmo impulso pode ser obtido com uma Força ( F ) grande atuando durante um intervalo de tempo ( Δ t ) pequeno ou com uma força pequena e um Δ t grande. Essa idéia é fácil de perceber.

$$\text{Impulsos iguais} \begin{cases} I = F \cdot \Delta t \\ I = F \cdot \Delta T \end{cases}$$

Isso você também já deve ter percebido. Se você precisa tomar uma certa velocidade, você poderá fazê-lo de muitas maneiras diferentes: fazendo pouca força por muito tempo, ou muita força por pouco tempo.

Geralmente as forças ( F ) em Física são medidas em newtons e os intervalos de tempo ( Δ t ) em segundos. Nesse caso, então, um impulso ( I ) é medido em newton vezes segundo.

$$I = [ \text{newton} \times \text{segundo} ]$$

Sempre que a velocidade de um corpo se altera, ele está recebendo um impulso. Quando um corpo muda de direção no seu movimento, ele está tendo alterada sua velocidade. Pode estar mudando apenas a direção da velocidade. Neste caso, também há alteração da velocidade e, portanto, há também impulso.

Então: um impulso sempre altera ou a direção ou o módulo ( tamanho ) da velocidade, ou ambos. Isto quer dizer que o impulso é uma grandeza Física que tem tamanho ( módulo ) direção e sentido. Estas propriedades resumimos quando dizemos que o Impulso é uma grandeza vetorial. Sempre que uma grandeza é vetorial, sobre a letra que a simboliza, colocamos uma pequena seta.

Então,

$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

Quando um corpo qualquer está se movendo, dizemos que ele tem uma quantidade de movimento. Essa quantidade de movimento ou simplesmente momentum é definida como o produto da massa do corpo pela sua velocidade e costuma ser designada pela letra P.

Podemos dizer então,

$$P = m v$$

Geralmente designamos a massa ( m ) em quilogramas ( kg ) e a velocidade ( v ) em metros/segundo. Dessa maneira o momentum ( P ) de um corpo fica definido ou medido em kg m/seg.



fig. 1.1

Assim, um carro que tenha 300 kg de massa e uma velocidade de 100 m/seg terá uma quantidade de movimento.

$$P = 300 \text{ kg} \times 100 \text{ m/seg}$$

$$P = 30.000 \text{ kg m/seg}$$

Ou

$$P = 3 \times 10^4 \text{ kg m/seg}$$

A quantidade de movimento ( P ), como o impulso, é o produto de uma grandeza escalar ( a massa ) por uma grandeza vetorial ( a velocidade ). Sempre que em um produto de duas

grandezas, uma delas é escalar e a outra vetorial, o produto é vetorial.

A quantidade de movimento ( P ) é então uma grandeza vetorial.

Então:

$$\vec{P} = m \times \vec{v}$$

ou simplesmente

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Uma mesma quantidade de movimento pode ser obtida com uma grande massa e uma pequena velocidade ou vice-versa.

Vejamos agora como a quantidade de movimento de um corpo pode variar.

Para que se altere o produto  $m\vec{v}$ , será preciso que ou m, ou  $\vec{v}$ , ou ambos variem. Realmente tanto podem variar a massa, a velocidade ou ambos. As variações de massa, no entanto, são menos frequentes. Quase sempre a variação do momentum ocorre devido à variação da velocidade. E como pode variar a velocidade? - sabemos que sempre que se varia a velocidade de um corpo é porque uma força está atuando sobre ele.

Lembre-se de que, quando queremos indicar que uma grandeza está variando, usamos a letra grega  $\Delta$  ( delta ).

Então podemos dizer que

$$\Delta \vec{P} = \Delta ( m\vec{v} )$$

Se considerarmos um sistema em que a massa não varia, podemos dizer

$$\Delta \vec{P} = m \Delta \vec{v}$$

Então a variação de momentum (  $\Delta \vec{P}$  ) de um corpo é o produto de sua massa pela variação de sua velocidade (  $\Delta \vec{v}$  )

Você já sabe o que se entende por variação da velocidade em um certo intervalo de tempo. É a diferença entre a

velocidade final ( $\vec{v}_f$ ) e a velocidade inicial ( $\vec{v}_i$ ), isto é:

$$\vec{\Delta v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i$$

Lembre-se de que aqui a velocidade é tomada vetorialmente, portanto  $\vec{\Delta v}$ ,  $\vec{v}_f$  e  $\vec{v}_i$  são vetores.

Agorá você sabe o que é variação da quantidade de movimento ( $\vec{\Delta P}$ ) e sabe medi-las.

$$\vec{\Delta P} = m (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

#### ATIVIDADE: IMPULSO SOBRE UMA BOLA

Nós vamos trabalhar com 3 fotos de bolinhas. Nessas fotos, as bolinhas têm massa 0,1 kg.

Examine a foto n<sup>o</sup> 1.

- Que tipo de movimento teve a bolinha antes de começar a cair?

- Se a mesa não tivesse "acabado" em que pontos você acha que a bola estaria? - Desenhe essas posições que vo  
cê imaginou para a bola.

O que essas posições têm de igual às posições du  
rante a queda da bola? Variou a componente horizontal da veloc  
idade da bola?

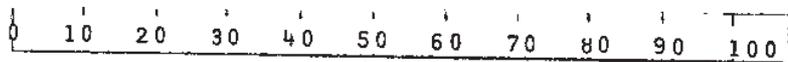
A força que está atuando é o peso.

- Essa força foi sempre a mesma?

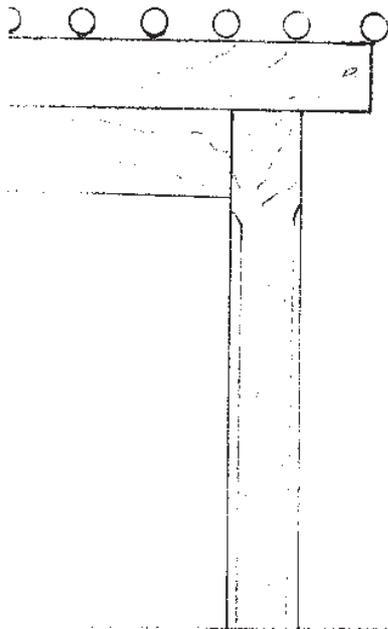
- A bola recebeu algum impulso? - Quanto tempo durou esse impulso ( queda )?

- Quanto vale o impulso total que a bola recebeu durante o tempo da queda?

Procure agora medir a alteração da quantidade de



centímetros



$$\Delta t = 50 \text{ ms.} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ segundos} = 0,05 \text{ segundos}$$
$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

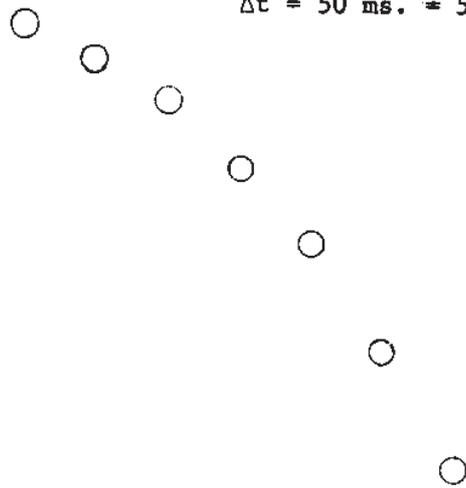
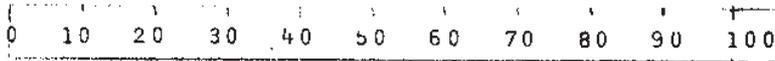


foto 1



centímetros

$\Delta t = 50 \text{ ms}$

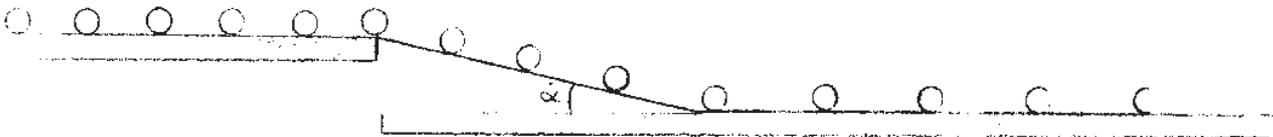
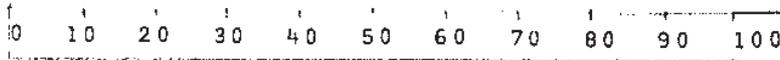


foto 2



centímetros

$\Delta t = 50 \text{ ms}$

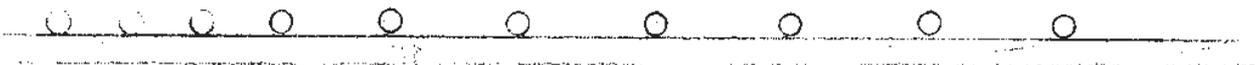


foto 3

movimento ( $\vec{\Delta P}$ ) da bolinha.

Você já sabe que

$$\vec{\Delta P} = m (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$$

Seu trabalho aqui será principalmente o de medir a variação na velocidade vetorial da bolinha.

- Veja quanto vale a diferença  $\vec{\Delta v}$ .

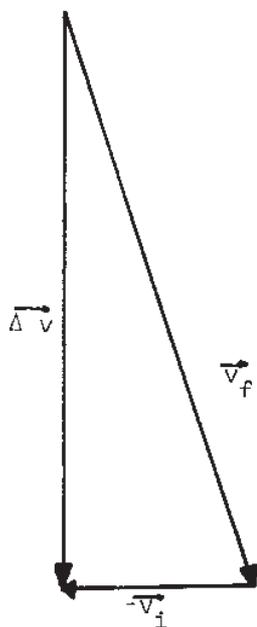
Compare o valor que você encontrou para o produto  $m (\vec{v}_f - \vec{v}_i)$  com o produto  $\vec{f} \Delta t$ .

- Verificou que são iguais?

- Repita todo o processo para a foto nº 2, lembrando-se de que no caso de uma rampa (plano inclinado) a força que atua sobre o corpo é peso x seno do ângulo que a rampa faz com o plano horizontal. Neste caso, o peso da bola é 0,1 newton.

Procure medir primeiro o impulso ( $\vec{f} \Delta t$ ).

Depois procure medir o  $\vec{\Delta P}$  ( $m \vec{\Delta v}$ ). Compare os dois valores, isto é, veja como



$$\vec{I} = \vec{\Delta P} \quad \text{ou}$$

$$\vec{f} \Delta t = m \vec{\Delta v}$$

Sabendo então que

$$\vec{f} \Delta t = m \vec{\Delta v}$$

fig. 1.2

Você poderia calcular a força que atuou na bola durante a tomada da foto nº 3. Essa força dificilmente poderia ser medida por ou

tros meios.

$$\text{Se } \vec{f} \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

Então

$$\vec{f} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \text{e você}$$

ficará sabendo quanto foi a força ( $\vec{f}$ ) que atuou sobre a bola.

Fazendo uma série de experimentos desse tipo New  
ton ( séc. XVIII ) descobriu que sempre obtinha

$$\vec{f} \Delta t = m \Delta \vec{v}$$

Você certamente já ouviu falar nessa expressão,  
porém escrita de maneira diferente.

Ela poderia ser escrita assim

$$\vec{F} = m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Mas  $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  é a relação entre a variação da velocidade ( $\Delta \vec{v}$ ) e  
o intervalo de tempo ( $\Delta t$ ) em que se deu a variação do tempo.  
Dito de outra maneira:  $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  é a taxa de variação da velocidade  
em relação ao tempo. É a essa relação que chamamos de ACELERA-  
ÇÃO.

$$\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{a}$$

Então, temos:

$$\vec{f} = m \vec{a}$$

Essa expressão é obtida a partir de uma grande série de experimentos desse tipo. O grande número de vezes que ela se evidenciou e a possibilidade de verificá-la sempre que quisermos, faz com que ela seja chamada uma lei da Natureza.

É essa uma das leis de maior aplicação em toda a Física. Ela se aplica tanto a bolinhas ou carrinhos como a partículas muito menores que o átomo como também a corpos muito maiores que o Sol, as Estrelas.

## CAPÍTULO 2 - INTERAÇÕES

### 2.2 - TRABALHO: UMA DAS MANEIRAS DE MEDIR A TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA

Você já realizou algum trabalho hoje? É certo que sim. Que você entende por trabalho? Todos nós temos uma idéia intuitiva do que é trabalho. Você sabe o que é trabalhar muito e o que é trabalhar pouco. Trabalhar muito produz em nós a sensação do cansaço. Depois de trabalhar muito, sentimos necessidade de repor alguma coisa que saiu de nós. Os alimentos e o descanso nos repõe aquilo que saiu de nós quando trabalhamos: A ENERGIA. Na linguagem comum, trabalho tem sentido vago e que deve ser mais preciso quando usado numa linguagem científica.

Para medir trabalho, são importantes duas outras medidas físicas: força e distância. Em termos físicos, o trabalho se define como o produto da força exercida pelo espaço percorrido sob a ação da força.

$$(W) \text{ Trabalho} = (f) \text{ força exercida} \times (d) \text{ distância percorrida}$$

ou

$$W = f \times d$$

Isto é uma definição. Escolheu-se essa maneira de definir trabalho. Poderia ter sido adotada alguma outra definição. Essa, entretanto, foi adotada por ser muito útil e coerente.

Medir forças é fácil através de dinamômetros que você pode construir.

Com eles você poderá medir os trabalhos com bastante precisão. Medindo as forças em newton e as distâncias em metros, o TRABALHO SERÁ MEDIDO EM JOULES. Um Joule é então

a unidade em que vão ser medidos os trabalhos.

Com a próxima atividade, você ficará com muitas idéias novas e bem entendidas sobre o que é e como se mede um trabalho.

ATIVIDADE: MEDINDO TRABALHOS

Usando seu dinamômetro, arraste sobre a mesa ou no chão um objeto. Esse objeto deve ser arrastado lentamente com uma força que possa ser medida na escala do dinamômetro. Aplique uma força constante e veja quanto ela vale. Meça a distância percorrida em metros.

Quanto vale em joules o trabalho que você realizou? - Repita a operação arrastando um corpo maior ( massa maior ) e na mesma distância. O trabalho agora foi o mesmo? Se você colocar esse corpo sobre rodas ou mesmo sobre lápis, o trabalho necessário para arrastá-lo será menor. Os egípcios sabiam disso; e os jangadeiros também sabem. Eles arrastam suas jangadas nas praias sobre toras.

Arraste agora objetos com uma força constante, porém de tal maneira que a força que você está exercendo faça um certo ângulo com a direção do movimento.

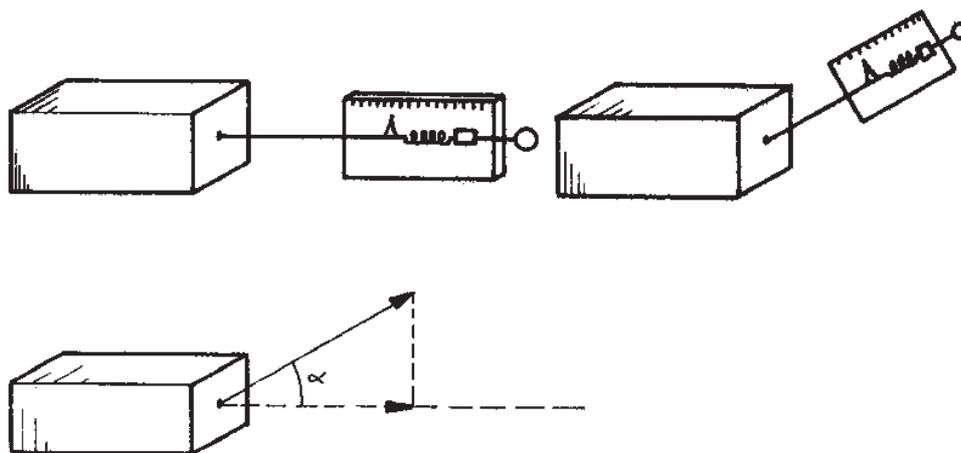


Fig. 2.1

Você percebeu que quando a força faz um certo ângulo com a direção do movimento, para realizar o mesmo trabalho, isto é, para levar o mesmo objeto numa mesma distância, a força deve ser maior? Isto quer dizer que quem realiza mesmo o trabalho é a componente da força que é paralela ao deslocamento. A força que realiza o trabalho é

$$f = f \cos \alpha$$

Poderíamos então definir o trabalho ( W ) como

$$W = f_{//} \times d \quad \text{ou}$$

$W = f \cos \alpha \times d$  em que  $\alpha$  é o ângulo formado pela força com a direção do movimento.

Você irá agora medir trabalhos efetuados ao longo de planos inclinados.

Puxe ou empurre lentamente um carrinho ou uma bola ao longo de um plano inclinado ( mesa ou tábua ). Você deve puxar o carrinho lentamente para que a energia de movimento ( cinética ) que depende da velocidade seja a menor possível. E, com "lentamente", queremos dizer que você deve puxar o carrinho com velocidade constante. Faça a experiência com ângulos diferentes porém com a mesma altura. Em cada caso, meça a força em newtons e a distância em metros.

Os deslocamentos ou distâncias percorridas foram as mesmas? E as forças foram as mesmas?

Compare o trabalho feito em cada um dos diferentes planos.

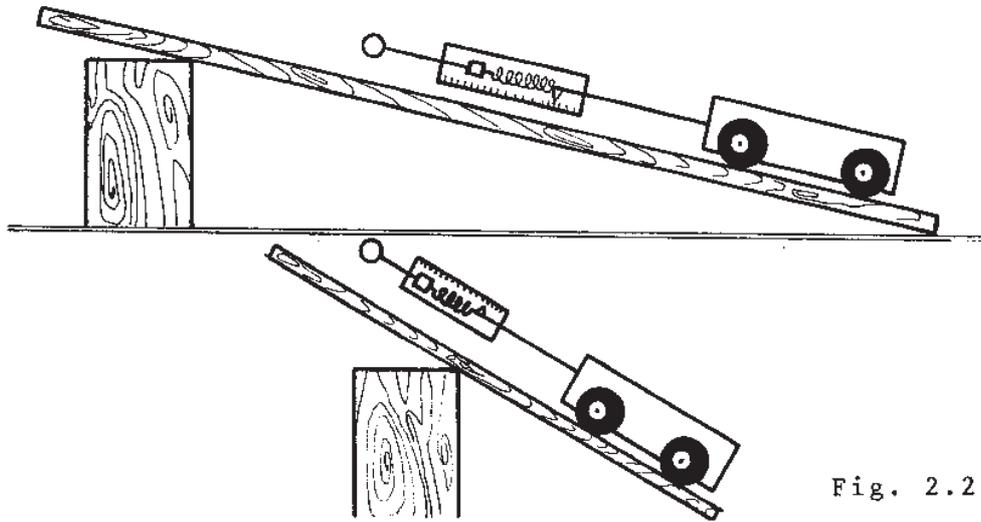


Fig. 2.2

Você percebeu que, apesar das forças e distâncias serem diferentes, os trabalhos são iguais, se as alturas forem iguais? Quando usamos uma rampa menos inclinada, tem-se que "fazer" menos força, mas, teremos que "fazer" essa força menor por um espaço maior. Apesar de forças e deslocamentos diferentes, o trabalho realizado foi o mesmo, para um mesmo corpo e para uma mesma altura.

Se o trabalho realizado não depende do ângulo mas somente da diferença de altura, ele deverá ser o mesmo se o percurso for feito verticalmente. Será que é? Experimente.

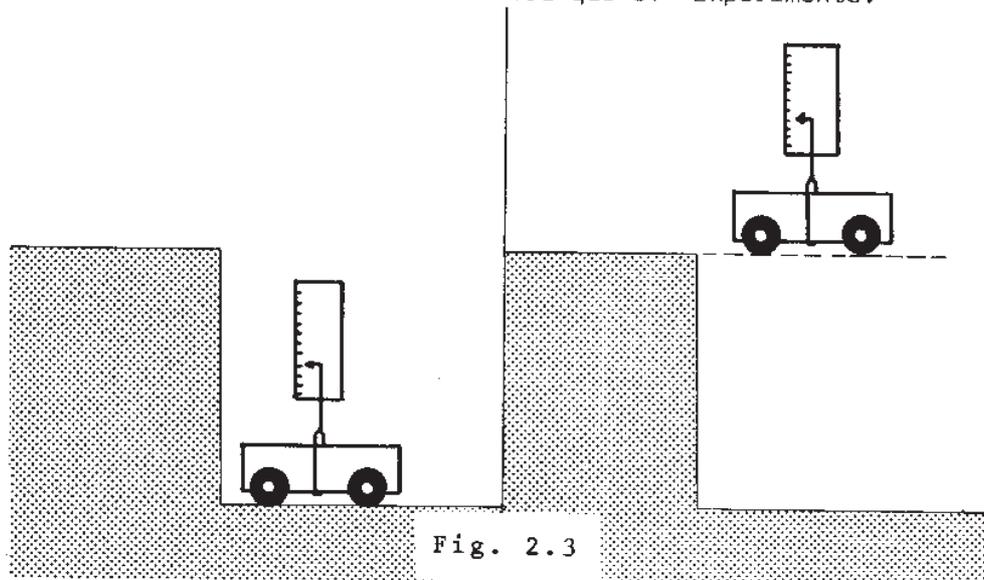


Fig. 2.3

A força agora é o peso do carrinho. A distância é a altura em que o carrinho foi elevado e que é a mesma do plano inclinado. Quanto dá o produto do peso do carrinho ( em newtons ) pela altura ( h )?.

Você verificou que é o mesmo dos casos anteriores?

Quando você quiser exprimir o trabalho necessário para elevar um corpo a uma certa altura você já sabe:

O trabalho é o produto do peso do corpo pela altura que o corpo deve ser elevado.

$$W = \text{peso} \times \text{altura}$$

Como o peso é o produto da massa ( m ) pela aceleração da gravidade ( g ), o trabalho será

$$W = m g \times h$$

Aqui também o trabalho será expresso em Joules, se você exprimir a massa em Kg, a aceleração da gravidade ( 9,8)em  $\text{m}/\text{seg}^2$  e a altura em metros ( m ).

Quando você levanta um corpo de 1 Kg numa altura de 1 metro, você realiza um trabalho de aproximadamente 10 Joules, pois

$$W = 1 \text{ kg} \times 9,9 \text{ m}/\text{seg}^2 \times 1 \text{ metro}$$

$$W = 9,8 \text{ Joules}$$

Na atividade que você acabou de realizar, as forças com que você lidou foram forças gravitacionais, isto é, forças devidas à atração gravitacional que se exerce entre a Terra e os corpos. Estes conceitos, no entanto, se aplicam a forças de qualquer outro tipo como forças elétricas ou magnéticas. Estes conceitos se aplicam também a corpos de quaisquer tamanhos. São conceitos que se aplicam e que nos permitem entender e con

trolar as leis da Natureza. Com eles, podemos medir o trabalho realizado por um caminhão carregado em uma ladeira, como também medir o trabalho de um elétron em um minúsculo campo elétrico.

## CAPÍTULO 2 - INTERAÇÕES

### 2.3 - ENERGIA POTENCIAL, A ENERGIA ARMAZENADA

Você já sabe que para se realizar qualquer tarefa é preciso dispor de energia. ENERGIA é o ingrediente necessário à realização de qualquer trabalho. Quando realizamos um trabalho, estamos transferindo energia de um lugar para outro. O trabalho não é mais que a medida da transferência de energia.

A energia é uma coisa que não se cria nem se perde; apenas se transfere ou se transforma.

O que chamamos de energia POTENCIAL é a energia que fica armazenada e que PODE ser aproveitada ou transferida posteriormente.

Alguns exemplos ajudarão você a entender o que chamamos de energia potencial. Quando você eleva um certo peso a uma certa altura, o trabalho que você realiza é o produto do peso pela altura a que o peso foi levantado. Quando o peso tiver sido levantado, você poderá prendê-lo a um gancho.

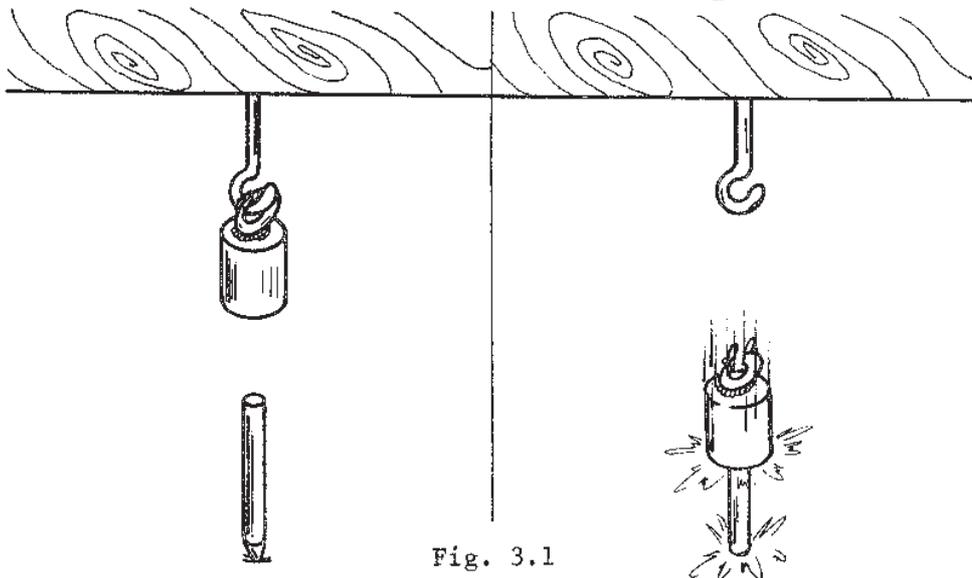


Fig. 3.1

Assim, a energia que você transferiu ou, o que é a mesma coisa, o trabalho que você realizou, fica guardado enquanto o peso ficar pendurado. Depois de muito tempo, você soltaria o peso do gancho e ele ( o peso ) poderia realizar um tra

balho nessa queda. Esse trabalho poderia ser o de mover um re  
lógio ( cuco ), cravar uma estaca etc. Quando você eleva um bal  
de de água a uma certa altura, a água elevada tem uma certa ener  
gia POTENCIAL, isto é, uma energia que poderá ser aproveitada.  
Quanto mais água e quanto mais elevada ela for, maior será sua  
energia potencial. Ao descer, a água poderá realizar algum tra  
balho, isto é, poderá transferir sua energia para algo aproveitá  
vel. É isso que fazem as usinas hidroelétricas.

Quando comprimimos ou distendemos uma mola, rea  
lizamos um trabalho. Se prendemos a mola na sua posição compr  
mida ou distendida, a energia que transferimos para a mola, com o  
trabalho de comprimi-la, ficará guardada. Essa energia pode fi  
car armazenada até quando você quiser. Essa energia também é po  
tencial.

Você deve estar notando que o que caracteriza a  
energia potencial é o fato dela poder ser restituída ou voltar a  
uma forma de energia. Isso independentemente do tipo de força que  
realizou o trabalho ou de como se criou a situação. Talvez tam  
bém aqui alguns exemplos ajudem a esclarecer o que estamos que  
rendo dizer. Ao invés de comprimirmos uma mola, forçamos dois  
ímãs que se repelem, um contra o outro. Depois de "obrigar" os  
ímãs a ficar um contra o outro, amarraríamos o conjunto. O con  
junto teria agora uma energia potencial, isto é, uma energia ar  
mazenada. A energia deste modo seria guardada indefinidamente,  
se quiséssemos. Após algum tempo, essa energia poderia ser libe  
rada ao cortarmos o barbante que prendia os ímãs. Uma coisa se  
melhante pode ser feita com corpos carregados eletricamente com  
cargas de igual nome, isto é, cargas que se repelem.

Isso não acontece só com corpos de tamanho co  
mum. Essas mesmas idéias também valem nas dimensões das moléculas  
e dos átomos.

Tanto com as moléculas como com os átomos ocorre  
uma coisa semelhante ao que acontece com uma ratoeira armada.  
Quando você arma uma ratoeira de mola, você faz um esforço contra  
a mola para colocá-la para trás. Posta a mola na posição de máxi  
ma deformação, você engancha o gatilho onde está uma isca, o peda

ço de queijo. A grande quantidade de energia que você transfere, ou o trabalho que você realizou ficará armazenado até que o rato desarme a ratoeira, fazendo a energia ser transferida toda para a cabeça do rato.

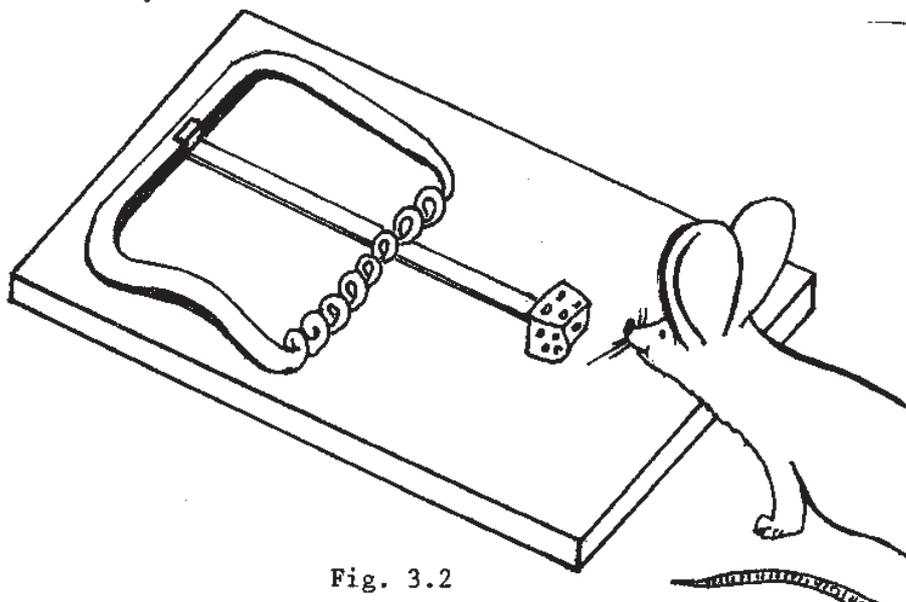


Fig. 3.2

Você poderia imaginar um grande número de ratoeiras já armadas e colocadas umas próximas das outras. Quando uma ratoeira for desarmada ela saltará e fará com que sejam desarmadas as outras. Essas outras farão outras se desarmarem e o processo se propaga fazendo com que todas as ratoeiras libertem sua energia. No entanto, será preciso que alguém forneça a energia necessária para que seja desarmada a primeira delas.

É uma coisa semelhante o que ocorre com as moléculas dos combustíveis. Essas moléculas têm grandes quantidades de energia potencial, isto é, grande quantidade da energia armazenada. Essa energia resulta das posições relativas ocupadas pelas cargas elétricas na estrutura da molécula. Quando você põe fogo no combustível, você está fornecendo um pouco de energia que é necessária para "desarmar" as primeiras moléculas. Estas liberam grande quantidade de energia que estava em forma de energia potencial, o que fará com que mais moléculas se "desarmem". E o processo se propaga. No caso ainda das moléculas dos combustíveis, a energia, na maioria das vezes, foi fornecida pelo Sol. Você já pensou que quase toda a energia que move os seres vivos, os nossos meios de transporte e as nossas indústrias é energia que veio do Sol e que estava armazenada em forma de energia potencial

hidroelétrica ou molecular? Essa energia que agora move, a nós e aos nossos engenhos neste momento, é energia que estava armazenada, às vezes por milhões de anos ( carvão e petróleo ). É energia potencial.

Você já deve ter ouvido falar em potencial energético de um país. O potencial energético de um país é constituído pela energia potencial que ele contém. Essa energia potencial é dada principalmente pela quantidade de energia que esse país tem e que pode ser aproveitada através de suas quedas d'água ( potencial hidroelétrico ) e pelas suas jazidas de combustíveis ( carvão e petróleo ).

Quase toda energia que utilizamos esteve armazenada durante muito tempo. Enquanto essa energia esteve armazenada, ela se chamou energia potencial.

ATIVIDADE: MEDIDA DE UMA ENERGIA POTENCIAL

Arranje uma série de pequenos pesos, como os que são usados de chumbada nas linhas de anzol, pelos pescadores. Determine a massa média em gramas de cada um. Se você não dispuser de uma balança, veja quantos pesinhos você deve usar para equilibrar o peso conhecido de um objeto qualquer, como na figura seguinte.

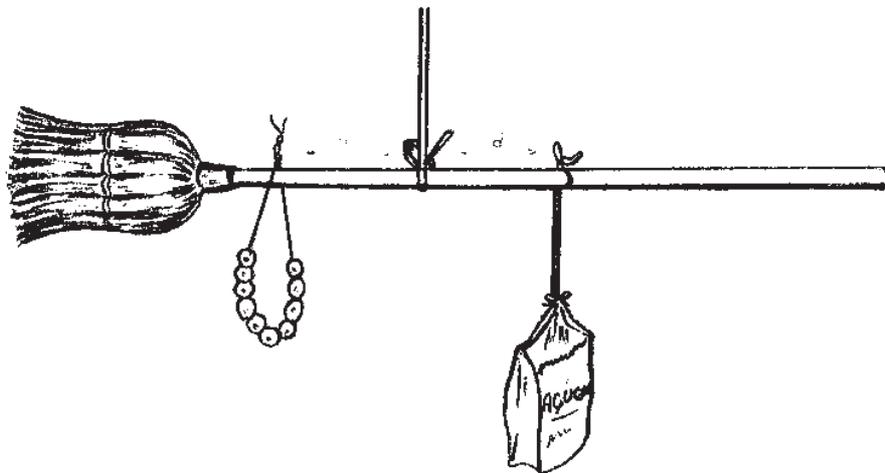


Fig. 3.3

Agora você sabe a massa de cada chumbinho em grammas.

Faça com os chumbinhos e uma linha, uma fiada que seja de comprimento igual ou menor que a altura de sua mesa ou carteira. Verifique também que a fiada toda não tenha um peso maior que a capacidade do seu dinamômetro. Se o seu dinamômetro não estiver funcionando, você poderá medir as forças, sabendo que, para sustentar um kg onde aceleração da gravidade é normal ( $9,81 \text{ m/seg}^2$ ), você deve fazer uma força 9,81 newtons. Isso equivale a dizer que, quando você levanta 1 kg, você está fazendo uma força de aproximadamente 10 N.

Passa a ponta da linha da fiada por uma roldana fixa na extremidade de uma haste ou régua.

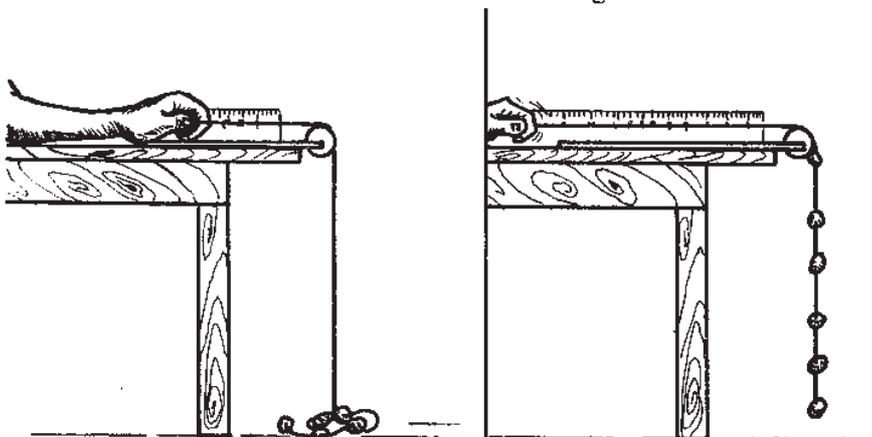


Fig. 3.4

Comece a puxar a linha da fiada. Quando o primeiro pesinho começar a ser levantado, comece a registrar os dados. Os dados importantes são: o tamanho da força, em newtons, que você está fazendo e a distância durante a qual você faz essa força.

Quando o primeiro pesinho chegar na roldana, fixe o sistema. Anote agora os valores dos pesos e as alturas de cada um ao solo.

Meça então a energia potencial de toda a fiada. A energia potencial de um corpo de massa  $m$  levantado de uma altura  $h$ , em um lugar em que a aceleração da gravidade vale  $g$ , é dada pela expressão

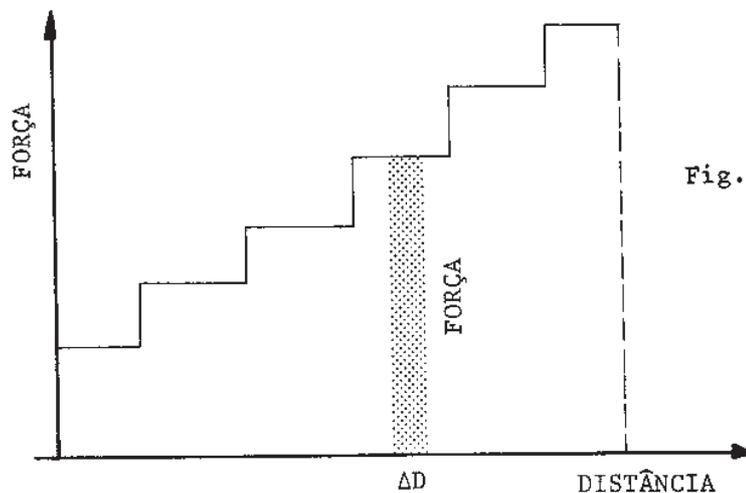
$$E_{\text{pot}} = mgh$$

Essa energia será expressa em JOULES quando  $m$  for dada em kg, a altura  $h$  em metros e  $g$  em  $\text{m}/\text{seg}^2$ .

A energia potencial do sistema será a soma das energias potenciais de cada corpo.

Faça então a soma das energias potenciais das partes que constituem o seu sistema, isto é, a fiada.

Agora você vai medir o trabalho que você realizou para que o sistema adquirisse essa energia potencial.



Com os dados que você tomou e o tamanho da força, a distância em que ela agiu, faça um gráfico como o da fig. 3.5. Nesse estarão representadas as forças em função das distâncias. Você acha que as áreas, como as achureadas na figura, têm um significado especial nesse gráfico? Uma força vezes ( x ) um deslocamento resulta num trabalho. Nesse gráfico, então, as áreas medem o trabalho, isto é, as áreas são proporcionais aos trabalhos realizados pela força.

O trabalho que realizamos quando exercemos uma força por uma certa distância é o produto dessas duas grandezas.

$$W = f \times d$$

Nesse caso, o trabalho total que você realizou ao puxar a fiada deve ser proporcional à área debaixo da curva força x distância.

Exprimindo a força em newtons e a distância em metros, você terá medido o trabalho feito em JOULES.

Compare o valor que você obteve para o trabalho feito, com a energia potencial do sistema.

A pequena diferença corre por conta das imprecisões das medidas feitas.

Você percebeu que o trabalho que você realizou pode ficar guardado indefinidamente?

Essa energia guardada é que se chama energia potencial do sistema. Quando você quiser, você poderá dispor dessa quantidade de JOULES para realizar um trabalho. Esse trabalho poderia ser o de fazer funcionar um relógio.

## SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

Na atividade anterior, você determinou a energia potencial de um sistema em que a força é constante, pelo menos em certos intervalos. Existem, no entanto, muitos casos em que a força não é constante. É o caso de uma mola, por exemplo. Quanto mais distendida ou comprimida a mola, mais "dura" ela fica para ser deformada.

Geralmente as molas ou outros objetos elásticos exigem esforços proporcionais às deformações. Esse fato pode ser expresso por uma fórmula simples conhecida como "LEI DE HOOK".

$$\vec{f} = - k \vec{x}$$

O sinal menos ( - ) significa que a força é de restituição. Isso significa que a força é sempre contrária ao deslocamento. O k é a constante de proporcionalidade e a característica da mola ( ou de outro sistema elástico ).

Quanto maior o k, mais dura é a mola.

A energia com que o carrinho vai ser lançado vai depender do K da mola e de quanto ela foi comprimida.

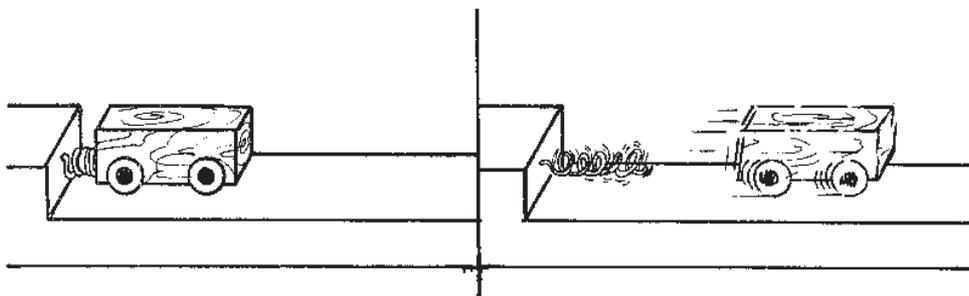


Fig. 3.6

Imagine que você comprime ou distende a mola até um certo comprimento. Assim deformada, a mola ou elástico tem uma energia potencial. Esta energia pode ficar armazenada por muito tempo ou pode ser liberada imediatamente.

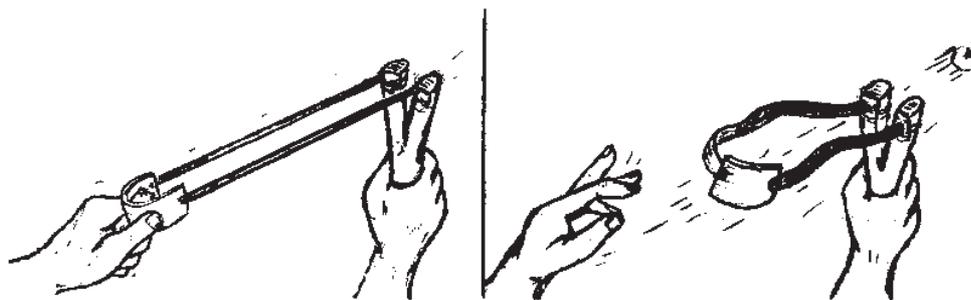


Fig. 3.7

Esta pode ser transferida para um corpo qualquer. É o caso de um estilingue ou de uma atiradeira, que transfere sua energia à pedra.

Que energia a mola ( ou elástico ) pode transferir, ou, qual a energia potencial do sistema da mola ou elástico comprimido?

Se a força é do tipo  $\vec{f} = - k \vec{x}$ , o gráfico da força (  $\vec{f}$  ) em função do alongamento (  $\vec{x}$  ) é uma reta.

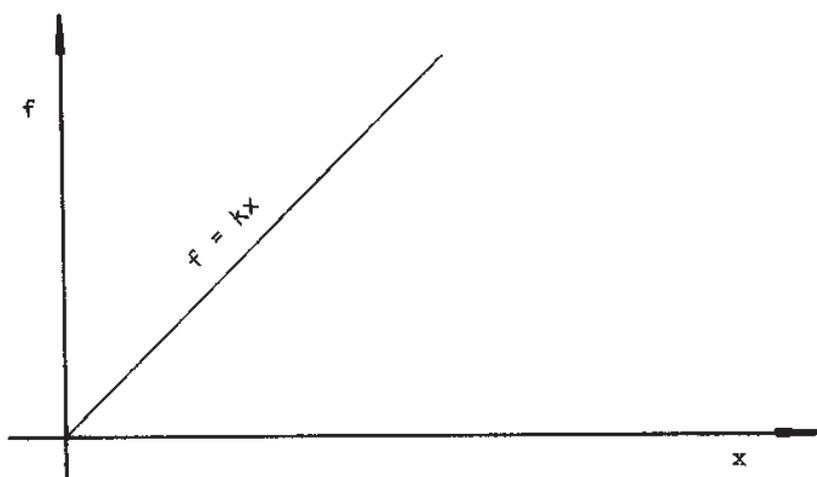
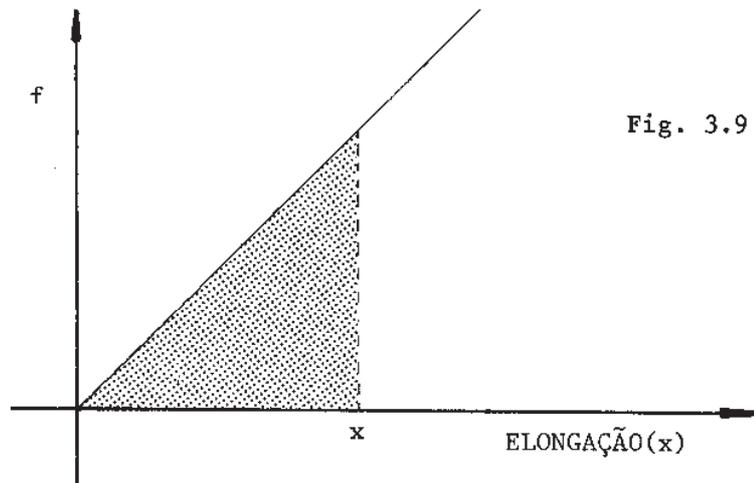


Fig. 3.8

Você já sabe que, num gráfico da força pelo alongamento, as áreas sob a curva medem as energias.

Então a área entre a reta  $f = k x$  e o eixo dos  $x$  representará o trabalho realizado com a compressão ou distensão da mola. Essa energia transferida é que fica guardada. É a energia potencial.

Mas quanto é a área delimitada pela reta ( $f = k x$ ) e pelo eixo dos  $x$  ?



Essa área é a área de um triângulo que vale base  $\times$  altura.

Neste caso a base é  $x$  e a altura é  $kx$ . Então a energia potencial é

$$E = \frac{x \cdot kx}{2}$$

$$E = \frac{1}{2} k x^2$$

Dessa maneira, você saberá que energia você coloca em uma mola ( ou elástico ) quando comprime ou estica a mola ( ou elástico ) de um certo comprimento. É preciso também que você saiba o  $k$  da mola. Como em geral as molas têm um comporta-

mento "direito", isto é, linear, basta conhecer uma força e um alongamento.

$$\text{Basta dizer que } f = k x ; \text{ logo } k = \frac{f}{x}$$

Com isto, você pode saber quanta energia será dada à pedra que sai do estilingue ( atiradeira ). Você poderá também saber qual a energia com que sai um carrinho, ao ser cortado o barbante.

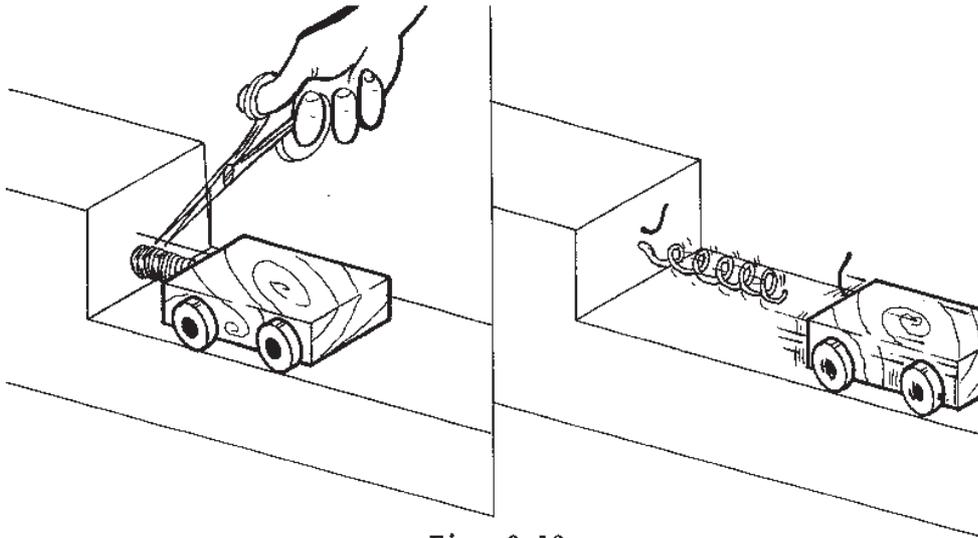


Fig. 3.10

Com que velocidade vai sair a pedra do estilingue? Você deve ter percebido que para uma mesma distensão ou compressão ( energia ) a velocidade varia com a massa do objeto que está sendo impulsionado.

Como você acha que estão relacionadas a energia de movimento que o corpo adquire, com sua massa ( m ) e sua velocidade?

A energia de movimento ou **ENERGIA CINÉTICA** de um corpo é dada pela expressão:

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2} m v^2$$

Você já viu como pode aproveitar a energia po  
tencial acumulada em algum lugar. Você sabe também que essa ener  
 gia pode se transformar em energia de movimento ou energia CINÉ  
TICA. Sabendo agora a expressão da energia cinética, você dis  
põe de uma linguagem extremamente eficiente para descrever e pre  
ver uma série de tipos de interações. E o interessante é que  
 essas idéias se aplicam a objetos do tamanho de um estilingue, de  
 um planeta ou de um átomo.

Quando um corpo cai, por exemplo, a energia po  
tencial se vai transformando em energia cinética. Depois de  
 cair uma altura h, a energia potencial dessa altura se transfor  
mou em energia cinética.

Então:

$$m gh = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{ou}$$

$$g h = \frac{1}{2} v^2$$

$$v^2 = 2 gh \quad \text{ou}$$

$$v = \sqrt{2 gh}$$

No caso de uma mola a energia potencial é:

$$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k x^2$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} k x^2$$

$$m v^2 = k x^2$$

$$v^2 = \frac{k x^2}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{k x^2}{m}}$$

Então a velocidade da pedrinha ao sair do estilingue vai depender da característica do elástico ( $k$ ), do quadrado da deformação ou alongamento da borracha ( $x$ ) e da massa da pedrinha ( $m$ ).

Nos exemplos vistos até aqui, a força ou era constante ou variava de forma muito regular. Existem, no entanto, casos em que a força varia com a distância de uma maneira irregular.

Nesse caso, o único recurso é medir a área abaixo da curva. Você já sabe que num gráfico de força em função da distância, as áreas medem os trabalhos ou energia armazenada ao deformar-se o sistema.

## CAPÍTULO 3 - O COMPORTAMENTO DOS GASES

### 3.1 - O QUE VOCÊ SABE SOBRE OS GASES ?

Nosso objetivo neste capítulo é que você entenda as principais propriedades dos gases. Em primeiro lugar, queremos que você perceba quanta coisa você já sabe e que pode ser aproveitada. Você aprenderá também como pode ser usado o que você conhece para construirmos, mais adiante, um **MODELO** sobre o comportamento dos gases. **MODELO** aqui não tem absolutamente o sentido de miniatura. **MODELO**, aqui, é usado no sentido de teoria.

Quando se pretende construir um **MODELO** ou uma **TEORIA**, a primeira coisa que temos a fazer é reunir todos os fatos que conhecemos sobre o assunto.

Talvez você esteja pensando: por que uma teoria sobre os gases e não uma teoria sobre sólidos ou líquidos? A razão é a seguinte: os gases apresentam algumas propriedades muito importantes e que são comuns a todos eles. Queremos com isso dizer que algumas propriedades muito importantes não dependem de qual o tipo do gás de que estamos tratando. Poderíamos dizer que essas propriedades estão ligadas não a determinados gases, mas ao estado gasoso.

Outra razão é que o estudo dos gases nos permite, com mais facilidade, elaborar uma teoria em que fica mais fácil entender a natureza de grandezas como calor e temperatura.

Vamos então começar a reunir os principais fatos que conhecemos sobre o comportamento dos gases e que são independentes do tipo de gás.

1. BAIXA DENSIDADE - Você sabe que a densidade de qualquer gás é baixíssima, se comparada à densidade de qualquer sólido ou líquido. Você alguma vez percebeu o peso de algum gás?

#### 3.1.1

2. GRANDE MOBILIDADE - Você sabe que nos movemos no fundo de um "oceano" de gases que é a atmosfera, capa de gases que envolve toda a Terra. O ar não nos dificulta muito o movimento. À medida que nos movemos, o ar se desloca de onde estamos para onde não estamos. Você sabe também que um pequeno orifício pode deixar escapar todo o gás ( ar ) de um pneu como também o gás do botijão da cozinha.

3. DIFUSÃO - Difusão é sinônimo de espalhamento. Você sabe que tanto os cheiros bons como os ruins são desprendimentos de uma parte volátil ( gás ) das substâncias. É essa parte gasosa que atinge nosso olfato. Se o botijão de gás na cozinha apresenta vazamento, logo ficamos sabendo, mesmo estando na sala ou no quarto. Isso se deve à propriedade que os gases têm de se espalharem rapidamente. Os gases então se espalham rapidamente uns através dos outros.

4. GRANDE COMPRESSIBILIDADE - Tanto uma bexiga de festa como uma seringa de injeções ou uma bomba de bicicleta podem ser reduzidas em seus volumes, isto é, podem ser comprimidas, sem que o ar saia. Esse fato se pode verificar para qualquer gás. O volume dos gases pode então ser enormemente diminuído pela compressão. Isso não acontece com os líquidos.

5. GRANDE ELASTICIDADE - Comprimindo ou descomprimindo o êmbolo de uma seringa de injeções de vidro, você percebe como a elasticidade do gás ( ar, por exemplo ), faz voltar à posição inicial de forma elástica. O mesmo acontece quando se amarrota uma bexiga de festa, com ar dentro.

6. AUMENTO DA PRESSÃO COM O AQUECIMENTO - Nos dias muito quentes ou depois de horas de viagem, os pneus do carro se tornam mais duros, isto é, a pressão do ar no interior se torna maior. Quando um automóvel se incendia, o aquecimento dos pneus acaba por fazê-los explodir violentamente.

7. GRANDE EXPANSÃO COM O AQUECIMENTO - Quando um gás se aquece, sem que sua pressão aumente, seu volume aumenta muito. É o aquecimento do ar que faz o balão de São João "inchar". A expansão do ar no interior do balão é feita com a pressão mantida constante pelo fato de permanecer aberta a "boca" do balão. É também o aumento do volume dos gases no cilindro que faz funcionar os motores a "explosão". O aquecimento dos gases no interior do cilindro é produzido pela queima do combustível.

8. AQUECIMENTO COM A COMPRESSÃO - Se você comprime fortemente um gás em um recipiente, você logo perceberá como ele se aquece. É isso que acontece quando você comprime sua "bomba" de encher pneu. É pela mesma razão que se aquece o radiador atrás da sua geladeira, que é o lugar em que o gás (freon, geralmente) foi comprimido pelo compressor. É também isso que acontece no interior de um motor Diesel. Aqui o grande aquecimento necessário à combustão é obtido exclusivamente pela compressão do ar. Por essa razão, um motor Diesel que tenha vazamento de pressão não funciona mesmo. A pressão não será suficiente para elevar a temperatura até o valor necessário à combustão do óleo Diesel.

9. COMPRESSÃO E DISTENSÃO PERFEITAMENTE ELÁSTICAS - Você já deve ter percebido como uma bola ou bexiga se deforma de maneira perfeitamente elástica. Com esta expressão, queremos dizer que a bexiga de ar, ou a bola de futebol, depois de deformadas voltam exatamente à mesma forma inicial, apesar do grande número de deformações sofridas, o gás continua sempre pressionando as paredes do recipiente. O gás nunca se "cansa" de exercer pressão.

Lembre-se de que todas as propriedades aqui mencionadas e que você conhece são comuns a todos os gases. Essas propriedades não são peculiares de alguns tipos de gases. Podemos dizer então que essas propriedades são características do estado gasoso. Tanto assim que, quando o ar ou qualquer outro gás se liquefaz ou se solidifica, já não possui mais as mesmas caracte -

rísticas. Isso faz então com que as propriedades aqui estudadas valham, mas dentro de um certo limite. Quando o gás ou parte de le já deixou de ser gás, as propriedades já não valem.

É com base nessas propriedades que se estabelece uma escala ABSOLUTA de temperaturas.

Uma escala absoluta não pode ser estabelecida com fundamento no comportamento dos sólidos ou líquidos. As propriedades dos sólidos e líquidos que variam com a temperatura, são diferentes para cada sólido ou líquido. Só nos gases, as variações de pressões e volumes se dão de maneira igual para todos os gases.

ATIVIDADE:      PRIMEIRA PARTE:      PROPRIEDADES GERAIS DOS GASES

Nesta fase do experimento, você irá usar uma se ringa de injeções de vidro.

Verifique se o êmbolo pode se deslocar por gran de parte da seringa sem "enroscar", ou emperrar. Verifique tam bém se, quando você comprime o êmbolo e fecha o bico da seringa, não há vazamento.

Mova o êmbolo da seringa até aproximadamente a metade do seu percurso. Tape com o dedo o bico da seringa e com prima o êmbolo. Procure verificar se o esforço que você faz é maior no começo da compressão ou quando você já comprimiu bas tante. Quando você deve exercer mais força?

Você não acha que realizando uma força para em purrar o êmbolo numa certa distância você realizou um certo tra balho? Esse trabalho poderia ficar "guardado"? De que forma es se trabalho poderia ser recuperado, isto é, aproveitado?

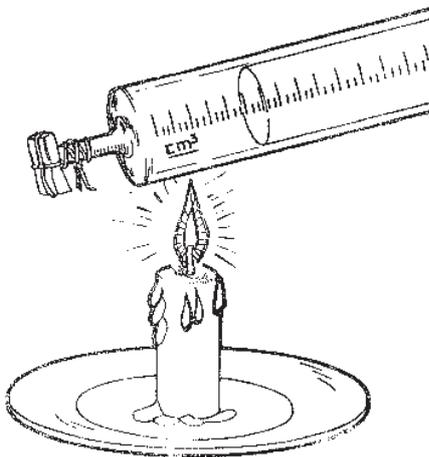
Depois de comprimir o êmbolo, com o bico fechado,

solte-o repentinamente. O que acontece?

Você percebeu que o gás além de compressível é também perfeitamente elástico?

Mova agora o êmbolo até aproximadamente  $1/3$  do comprimento. Tape o bico da seringa. Puxe agora o êmbolo para fora, isto é, descomprimindo o gás. Depois de descomprimir, solte bruscamente o êmbolo. Verifique se tudo o que se disse e se perguntou sobre a compressão vale também para a decompressão. Se você quiser e puder repita as mesmas coisas, substituindo o ar de dentro da seringa por outro gás. Esse gás poderá ser qualquer e tudo se passará da mesma maneira. Pelo comportamento físico você não conseguirá distinguir um gás do outro, a não ser que você chegue a temperaturas em que o gás possa mudar de estado. Facilmente você pode encher sua seringa com gás de algum extintor de incêndio ( Verifique se é de  $CO_2$  ). Para isso coloque o bico da seringa junto à saída do gás e desloque o êmbolo a partir de ZERO. O gás de petróleo ( botijão ) dá o mesmo resultado, porém é perigoso.

fig. 3.1



Agora você irá aquecer o gás que está dentro da seringa mantendo fechada a saída. Você poderá tampar o bico da seringa com o polegar. O que acontece com o êmbolo, enquanto o gás se aquece? Essa expansão do gás poderia realizar um trabalho? O que acontece quando a seringa que foi aquecida, volta à temperatura ambiente? Você pode apressar a volta do êmbolo com água ou gelo.

### SEGUNDA PARTE: UM TERMÔMETRO A GÁS

Você poderá montar um termômetro a gás que funciona muito bem dentro de um certo intervalo de temperaturas. Você poderá até montar dois termômetros iguais porém com gases di

ferentes. Com isso, você perceberá como o comportamento dos dois gases diferentes é igual.



fig. 3.2

Cada um dos termômetros é constituído por um pequeno vidrinho de medicamentos, movido da tampa. Em volta da tampa você deve passar uma cola plástica para que não haja vazamento de ar. Com um pequeno prego quente, você faz um furo redondo no centro da tampa. Nesse furo vai ser colado um canudo plástico de refresco. Assim montado, já está pronto seu termômetro a gás ( ar ). O outro é igual em tudo, só que deverá conter outro tipo de gás. Esse gás poderá ser gás carbônico ou mesmo gás de iluminação ( de botijão ou de rua ).

Para encher o termômetro com um desses gases, você deverá fazer o seguinte. Faça com que o bico de uma seringa de injeções ( sem agulhas ) aspire diretamente o gás no bico de um fogão ou então de um extintor de incêndio. Você agora deve esquentar um pouco a agulha da seringa e enfiá-la pela tampa de plástico do "bulbo" ( vidrinho ) do seu termômetro. Adapte a seringa à agulha já espetada na tampa plástica do vidrinho e injete o gás para dentro do seu termômetro. Tampe o furo com cola, depois de retirar a agulha. Você agora tem prontos dois termômetros iguais a gases diferentes, que você vai fazê-los funcionar.

Coloque os dois dentro de um mesmo recipiente de água bem morna ( uns  $50^{\circ}\text{C}$  ). Agite a água de vez em quando durante 5 minutos. Depois desse tempo, com os termômetros ainda dentro da água morna, coloque, na extremidade de cada canudo, uma gota de água. Estão prontos os termômetros. Pode tirá-los da água. Se você puder medir com outro termômetro a temperatura da água morna, melhor ainda.

Baixando a temperatura, você notará que as gotas

em ambos os termômetros começam a descer.

Segure os bulbos dos termômetros, um em cada mão e você verá que as gotas ficarão outra vez na mesma altura. Você poderá fazer uma série de verificações. Coloque-os por exemplo, em baixo da água de uma torneira. Experimente colocá-los no sol.

Você percebe que a gota sobe e desce e de maneira igual nos seus dois termômetros?

Você percebeu que os dois gases diferentes se comportam de maneira igual? Você acha que a pressão no interior desses termômetros é constante? - Qual foi a coisa que variou para você observar?

O que você conclui sobre o comportamento dos diferentes gases?

### TERCEIRA PARTE: UMA ESCALA ABSOLUTA DE TEMPERATURAS



fig. 3.3

Agora você já sabe que, baixando a temperatura de um gás, seu volume diminui, se você mantiver a mesma pressão. Você já sabe também que o comportamento dos gases é igual no que se refere a variações do volume e pressão com a temperatura. Por essa razão, os gases são usados para se definir uma escala absoluta de temperaturas.

Uma das maneiras de se definir o ZERO absoluto é através de variação de volume de qualquer gás, quando a temperatura se modifica.

Você pode verificar que, quando a temperatura abaixa, a gota d'água da figura se move para dentro do recipiente. Isso significa que o volume do gás se torna menor quando a temperatura baixa (a pressão constante). Você não espera que haja uma

temperatura em que o volume do gás se tornará ZERO? - É a essa temperatura que chamamos de ZERO ABSOLUTO. - É a temperatura, em qualquer escala, na qual o volume deve ser ZERO quando a pressão se mantém a mesma. Use o tubinho plástico de aproximadamente 1 m de comprimento. Esse tubo deve ter um diâmetro interno que não seja maior que 2 mm. Se o tubo for um pouco menos ou muito mais comprido não importa. Se ele for exatamente 1 m será mais fácil para você.

Feche uma das extremidades do tubo, usando um palito redondo ou amarrando a ponta do tubo dobrada.

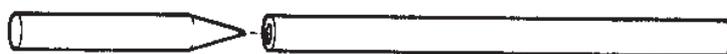


fig. 3.4

Essa extremidade deve ficar fechada de tal maneira que por ela não escape o ar. O tubo deve estar bem seco e limpo ( para secar e limpar e lavar com álcool retificado ).

Depois de ter fechado a extremidade do tubo, introduza-o numa latinha contendo água fervendo.

Mantenha o tubinho na fervura durante uns 3 minutos. Dessa maneira, o ar dentro do tubo tomará a temperatura da água em ebulição. Quanto é mesmo?

Você deve evitar que o vapor da ebulição entre no tubinho. Para isso, a extremidade do tubo deve ficar alguns centímetros fora da água e envolvida por uma mecha de algodão.

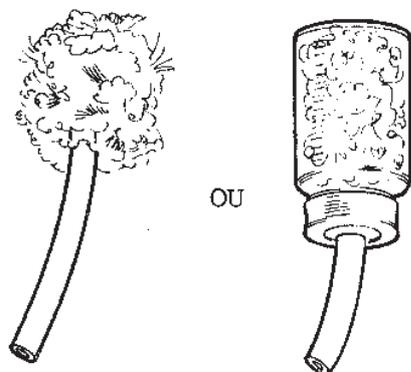


fig. 3.5

Será ainda melhor se você mantiver a extremidade do tubo dentro de um vidrinho de algodão.

Nesse caso, a extremidade do tubinho deve entrar através de um furo feito na tampa ( prego quente ) do vidrinho.

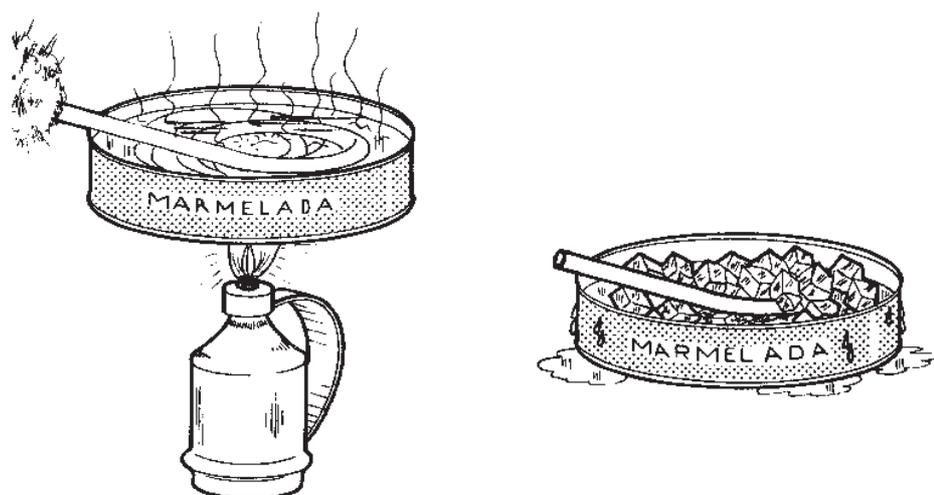


fig. 3.6

Depois de três minutos de fervura, retire a ex tremidade que estava protegida em algodão e introduza-a em um pouquinho de água colorida ( com tinta de escrever ). Logo que a água colorida tenha entrado cerca de 1 cm. no tubo, retire o tubo tanto da água colorida como da fervura. Não faça movimen tos bruscos com o tubo.

Observe como a gota ( água colorida ) começa a entrar no tubo. Se você inverte o tubo, faz alguma diferença?

Coloque o tubo dentro de um banho de gelo, sem mergulhar a extremidade aberta. Espere até que a gota não mais

se mova.

Retire o tubo e meça o "comprimento" do gás. Es se comprimento é o que vai da extremidade fechada até a gota ( água colorida ).

Você dispõe de duas temperaturas, a de ebulição da água e a da fusão do gelo. Essas duas temperaturas são cha madas de pontos fixos e são muito importantes para se definir uma escala de temperaturas. Esses pontos são as referências funda mentais. Na escala Celsius ( centígrado ) essas temperaturas re cebem os "nomes" de  $100^{\circ}\text{C}$  e  $0^{\circ}\text{C}$ , respectivamente.

Dispondo agora desses dois pontos fixos e sabendo que todos os gases se comportam de maneira semelhante, você pode determinar a temperatura em que todos os gases teriam seu volume reduzido a ZERO. Essa temperatura é definida como o ZERO absoluto de qualquer escala. Você agora vai determinar em que lugar da escala Celsius está esse ZERO de qualquer escala absolu ta.

Faça um gráfico onde o eixo vertical representa as temperaturas e o eixo horizontal representa os volumes do gás. Neste caso, não será preciso medir os volumes porque, num tubo ( cilindro ), os volumes são proporcionais aos comprimentos. Va cê já percebeu por que? Por isso escolhemos um tubo em lugar de outro recipiente ).



$$V_1 = \pi R^2 l_1$$



$$V_2 = \pi R^2 l_2$$

fig. 3.7

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi R^2 l_1}{\pi R^2 l_2} = \frac{l_1}{l_2}$$

Depois de ter traçado os eixos e escolhido a escala para cada um deles, situe os dois pontos: temperatura da fervura e comprimento do gás nessa temperatura ( comprimento total do tubo ). O outro ponto é dado pela temperatura do gelo fundente e "comprimento" do gás nessa temperatura. Esses dois pontos determinam a reta que descreve o comportamento do ar e de qualquer outro gás. ( Enquanto não deixar de ser gás ).

Seu próximo trabalho será ver a que temperatura, no seu gráfico, o gás teria volume ( comprimento ) ZERO.

Como você vai fazer?

Se o gás, enquanto gás tiver o mesmo comportamento, este será representado pela mesma reta. A reta que une os dois pontos que você marcou. Então você deverá prolongar a reta para obter os volumes que o gás teria em temperaturas quaisquer.

Qual seria o volume ( comprimento ) da coluna de gás ( ar ) a  $40^{\circ}\text{C}$ ?

Qual seria o volume ( comprimento ) da coluna de ar a  $200^{\circ}\text{C}$ , pelo seu gráfico?

Qual seria o "comprimento" do seu gás a  $100^{\circ}\text{C}$ ?

Em que temperatura da escala Celsius o comprimento de sua coluna de ar se reduziria a ZERO?

Você obterá um número nas proximidades de  $-273^{\circ}\text{C}$ . É a esta temperatura que o volume de qualquer gás se reduziria a ZERO. O valor que você obteve provavelmente difere deste. Isso não importa. Queremos que você tenha entendido a idéia e tudo que você fez.

Se você estiver interessado, poderá entender ainda mais e melhor.

1. Que você obterá esse mesmo ponto qualquer que fosse a escala em que foi medida a temperatura tanto da ebulição quanto do gelo fundente ( derretendo ).
2. Que você pode criar qualquer escala absoluta. A única condição para que uma escala seja absoluta é que o seu ZERO es

teja nesse ponto que você acaba de determinar.

Use o mesmo gráfico que você já fez e chame, com os números que você quiser, as temperaturas de ebulição e gelo fundente. Essa escala poderá ter o seu nome. Com seu nome essa escala é tão certa quanto qualquer outra. Só não é, ainda, muito conhecida. Prolongue essa escala com seus valores até o ponto que corresponderia ao ZERO absoluto, definido na sua escala. Sua escala é tão legítima quanto qualquer outra. Como a Celsius por exemplo. Só que não é uma escala absoluta, como a escala Celsius também não é.

Se você quiser criar uma escala absoluta também é fácil. A única condição é que ela tenha o seu ZERO na temperatura em que o gás teria o volume ZERO, a pressão constante. Esse valor é o que você já determinou tanto na escala Celsius ( $-273^{\circ}\text{C}$ ) como na sua escala.

Qualquer escala que tenha o ZERO nessa temperatura e seja linear, isto é, tenha divisões iguais é uma escala absoluta.

É por essa razão que a temperatura de um corpo na escala Kelvin é a temperatura em graus Celsius mais 273. Isso equivale a baixar o eixo dos volumes para  $-273^{\circ}\text{C}$ . Esse ponto recebe então o nome de  $0^{\circ}$  Kelvin.

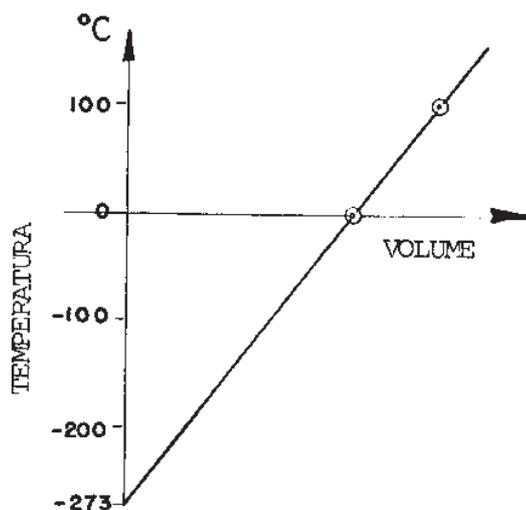


fig. 3.8

## CAPÍTULO 3 - O COMPORTAMENTO DOS GASES

### 3.2 - MAIS ALGUMAS PROPRIEDADES DOS GASES

Você conhece uma série de propriedades comuns a todos os gases.

Você já sabe também que algumas dessas propriedades, como volume, pressão e temperatura estão ligadas umas às outras. No entanto, talvez você ainda não saiba como essas grandezas estão ligadas entre si. Vamos usar os fatos conhecidos e com eles tentaremos construir um modelo ou teoria, o que aqui significaria a mesma coisa.

Queremos que você perceba como podemos construir um modelo. Com o modelo, podemos explicar de maneira coerente todos os fatos conhecidos como também poderíamos fazer algumas previsões. Se as nossas previsões forem confirmadas pela experiência dos fatos, é sinal que o nosso modelo está funcionando. Dessa maneira, aprendemos a confiar em nosso modelo. Se as previsões não se confirmarem, nosso modelo deve ser rejeitado ou, pelo menos, reformado.

Vamos então começar a criar o modelo para explicar o comportamento dos gases. Vamos então aos fatos.

1. Baixa Densidade - Podemos imaginar que os gases sejam constituídos de pequeníssimas partes (átomos ou moléculas) bem separadas umas das outras. Isso por contraposição aos sólidos e líquidos em que a alta densidade deve ser devida à justaposição dessas partes (átomos e moléculas). Isso também leva a pensar que a maior parte do espaço seja vazio dentro do gás. Quase todo o espaço não teria nada.

2. Grande Mobilidade - Essa propriedade também poderia ser explicada pelo grande espaço livre entre as partículas que constituem o gás. Se há muito espaço livre, as partículas podem se mover livremente. Ao contrário do que ocorre nos

sólidos em que as partículas estão presas umas às outras. Nos líquidos não estariam presas, mas para mover-se deveriam esfregar-se umas contra as outras. Esse atrito entre as moléculas, quando o líquido se desloca, o que, em geral, se chama de viscosidade, é um atrito de escoamento.

3. DIFUSÃO - A grande facilidade com que os gases se interpenetram ou se espalham sugere mesmo que eles sejam formados por partículas entre as quais há espaço livre. E mais... isso sugere que, além do espaço livre, há também movimento. Aparece aqui então a necessidade de que as nossas partículas, que constituem os gases, devem também estar em movimento.

4. GRANDE COMPRESSIBILIDADE - Se existem muitos espaços livres entre as partículas que constituem o gás (átomos e moléculas) quando o comprimimos, essas partículas podem ocupar parte desse espaço, ficando mais juntas, o que quase não pode acontecer com sólidos e líquidos onde as partículas já estão juntas ou pelo menos muito próximas.

5. GRANDE ELASTICIDADE - Se admitimos que as partículas do gás estão muito separadas e em movimento, a pressão contra as paredes deve ser o resultado dos choques das partículas contra as paredes do recipiente. Nesse caso, quando comprimimos o gás, reduzimos o seu volume. Consequentemente, deve aumentar o número de choques contra as paredes. Com a rarefação, aconteceria o contrário: diminuiria o número de choques contra as paredes.

6. AUMENTO DA PRESSÃO COM O AQUECIMENTO - Já vimos que, neste nosso modelo, a pressão sobre as paredes do recipiente deve ser por conta dos choques das partículas contra essas paredes. Se o recipiente está fechado, quer dizer que não deve estar aumentando o número de partículas que se chocam contra as paredes. O que poderia causar então o aumento de pressão? Poderia estar aumentando a intensidade do choque contra as paredes. Mas de que coisas depende a "força" com que um corpo

bate contra a parede? - De duas: da massa (  $m$  ) e da velocida  
de (  $v$  ) do corpo. Da massa não deve ser; é pouco provável que  
as partículas estejam sozinhas aumentando ou diminuindo sua mas  
sa. E então o aumento da pressão deve ser por conta da velocida  
de com que as partículas se chocam contra as paredes. Neste ca  
so, então, temperatura estaria associada a velocidade das partícu  
las do gás.

Se o nosso modelo está certo, o conceito de  
temperatura, então, está ligado a idéia de velocidade das partícu  
las do gás.

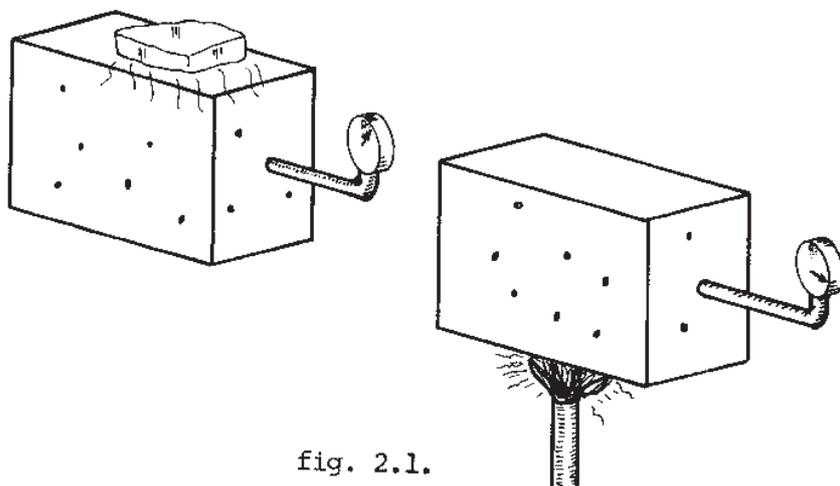


fig. 2.1.

Imaginamos, então, dois recipientes de igual volu  
me (  $V$  ) e com um número igual de partículas iguais. Quando di  
zemos que um está mais quente que o outro, imaginamos que, no re  
cipiente mais quente, as moléculas estão com velocidade maior. Se  
estão com velocidade maior, devem colidir contra as paredes com  
mais força e devem colidir também mais vezes.

7. GRANDE EXPANSÃO COM O AQUECIMENTO - Segun  
do o modelo que estamos construindo, o aquecimento corresponde ao  
aumento da velocidade das partículas. Nesse caso é mesmo de se  
esperar que o aquecimento provoque a expansão do gás. Choques  
maiores e mais frequentes empurram mais as paredes do recipien  
te do gás, se o gás estiver em um recipiente. Se o gás não esti

ver em um recipiente, suas partículas "voam" mais livremente e mais depressa.

8. AQUECIMENTO COM A COMPRESSÃO - O nosso modelo comporta também uma explicação para esse fato. O que acontece se a bola de "ping-pong" vem de encontro a sua raquete para da? Ela bate na raquete e volta com a mesma velocidade ( aproximadamente ) com que ela bateu. O que faz você quando quer que ela volte com maior velocidade? Você move a raquete ao encontro da bola. Fazendo isso você aumentou a velocidade da bola. Você já deve ter percebido a aplicação desse exemplo ao caso dos gases. Quando movemos, por exemplo, o êmbolo da bomba de bicicleta, estamos trazendo uma parede do recipiente, ao encontro das partículas do gás. Com isso, aumentamos a velocidade delas ( partículas ). Mas, em nosso modelo, o que quer dizer aumentar a velocidade das partículas? Isso mesmo ! Aumentar a temperatura. Funciona também neste caso o nosso modelo ou teoria.

9. COMPRESSÃO E DISTENSÃO PERFEITAMENTE ELÁSTICAS: - Já sabemos explicar tanto a compressão ou aumento da pressão como a distensão que é o contrário, usando o nosso modelo de PARTÍCULAS EM MOVIMENTO. A pressão é exercida pelos choques das partículas. Se a pressão se mantém sempre, é porque a intensidade dos choques e o número deles continua sempre o mesmo. Mas, isso quer dizer que a velocidade das partículas, na mesma temperatura, se mantém sempre a mesma. Se a velocidade é sempre a mesma, apesar do grande número de choques, é porque esses choques são elásticos. Elástico aqui quer dizer isso: a velocidade antes do choque e depois do choque são iguais. Isso quer dizer que as partículas nunca batem e grudam. Nem diminuem sua velocidade. Elas saltam muito melhor que bolas de "ping-pong". Elas nunca param.

Você já tem até aqui uma série de idéias do que é um modelo e como no caso dos gases funciona esse modelo. No en

tanto, até aqui as nossas explicações foram todas qualitativas. Sabemos já explicar quase todas as propriedades dos gases. Sabemos que volume, pressão e temperatura são grandezas que estão ligadas entre si. Porém, ainda não sabemos como estão ligadas entre si essas grandezas.

Segundo o nosso modelo, a pressão do gás é o resultado dos choques das partículas ( moléculas ) contra as paredes do recipiente. Se é assim, deve ser importante o número de partículas que está próxima à parede. Em outras palavras: a quantidade de batidas contra uma certa área da parede, depende da concentração das partículas. Concentração das partículas é a relação entre o número (  $N$  ) de partículas e o volume ( $V$ ) no qual elas estão contidas. É uma espécie de densidade demográfica ou densidade de população de partículas.

Podemos ter dois recipientes diferentes, isto é, de volumes diferentes. Suponhamos que os dois estejam à mesma temperatura.

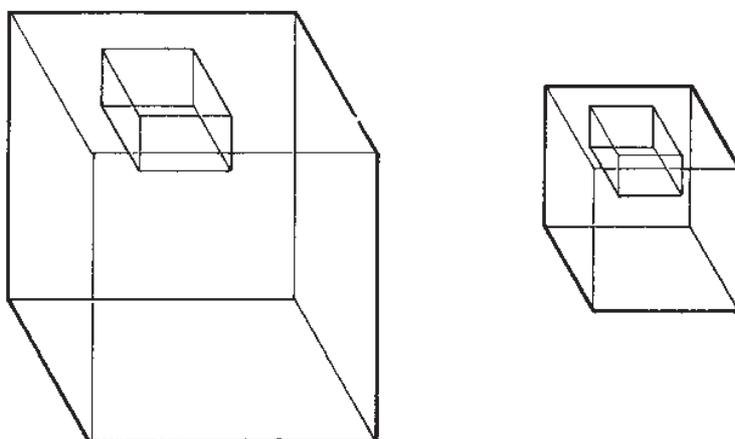


fig. 2.2.

Não importa que temperatura. Se os dois estiverem em contato é o suficiente. Um dos recipientes tem um certo volume  $V$ . O outro tem exatamente o dobro, isto é, um volume  $2V$ . Suponhamos que no primeiro recipiente, existisse um número  $N$  de partículas de um gás e no segundo recipiente um número  $2N$  de partículas. Nesse caso, nas vizinhanças de um pedaço de parede tan

to do recipiente grande quanto do pequeno haverá um mesmo número de partículas por unidade de volume ( $N/V$ ).

A concentração de partículas é a mesma, pois,

$$\frac{2N}{2V} = \frac{N}{V}$$

Isso parece indicar que o  $N$  e o  $V$  não são importantes isoladamente. O importante parece ser a relação  $N/V$ .

Vejamos então como estão ligadas a pressão e a relação  $N/V$ . Para facilitar, vamos manter constante a temperatura.

#### ATIVIDADE: LEI DE BOYLE

Descrição e montagem do experimento. O equipamento que você vai usar para estudar a dependência da pressão em relação à concentração de moléculas é constituído de três partes:

1. Um manômetro que irá medir as pressões. Esse manômetro é constituído por dois tubos plásticos transparentes, paralelos, dispostos verticalmente e conectados em baixo através de um T de vidro e dois pedaços de tubo de borracha (látex cirúrgico). Na parte in

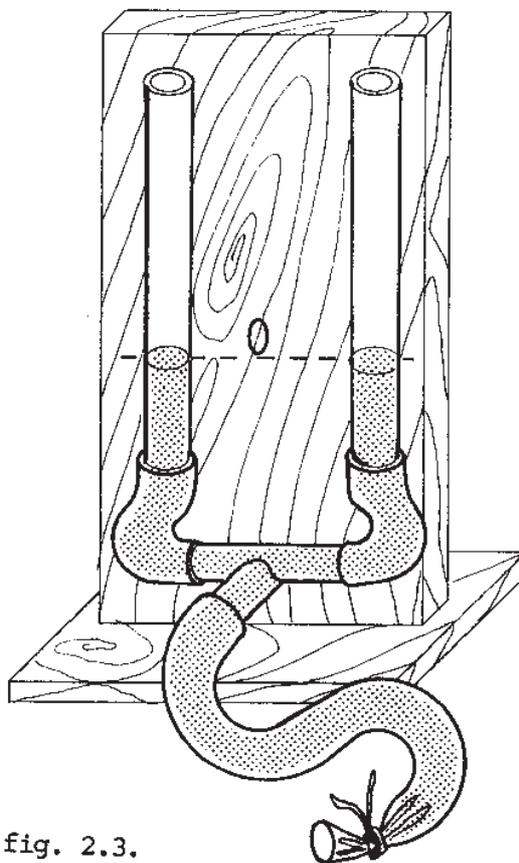


fig. 2.3.

f<sup>er</sup>ior do T está conectada uma borracha com aproximadamente meio metro de comprimento. Através desse tubo de borracha, você deve rã colocar água no manômetro. A água deverá encher todo o tubo inferior de borracha e deverá subir até aproximadamente 1/3 da altura dos tubos de plástico. Nessa altura, você poderá fazer um pequeno traço que será a referência ou o ZERO para a contagem das pressões. Colocada a água dentro do manômetro até a altura desejada ( 1/3 da altura total dos tubos plásticos ), a extremida de livre da borracha deverá ser fechada dobrando-a e amarrando-a com um barbante. Se você quiser, poderá colorir a água com al gum corante. O conjunto ( par de tubos transparentes ) deve fi car disposto de maneira vertical e estável.

2. Um recipiente qualquer, que vai conter o gás.

Pode ser uma garrafa des sas de refrigerantes, pin ga ou cerveja. Sobre a garrafa vai ser aplicada a rolha munida de um T de vidro. De um lado desse T está conectado um tubo de borracha que vai até um dos ramos do manômetro.

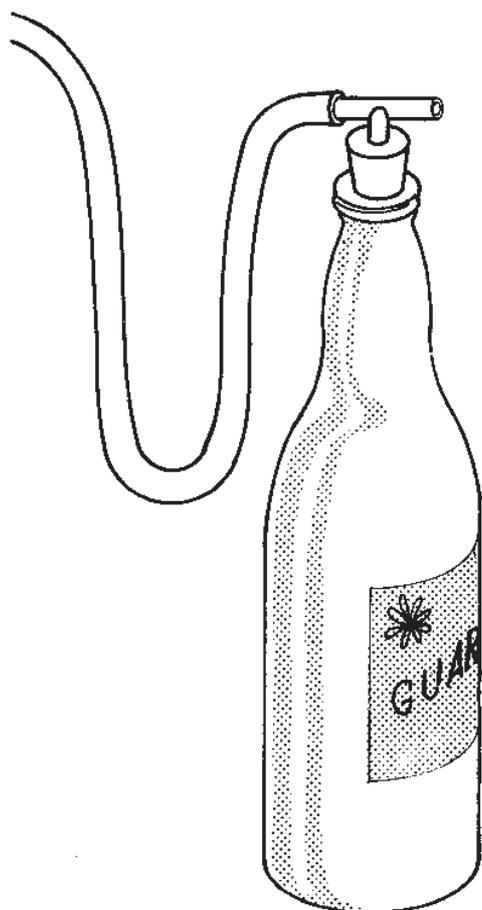


fig. 2.4.

3. Dispositivo para in troduzir gás no recipien te. O ideal é dispor de uma seringa de injeções. Esta pode ser de vidro ou plástico, dessas vendidas nas farmácias e que só se usa uma vez. A conexão da seringa de injeção com o volume principal (garra fa) deverá ser feita atra vés do T da rolha e por

um tubo de borracha. Um barbante ou uma presilha vai ser usado para fechar a borracha.

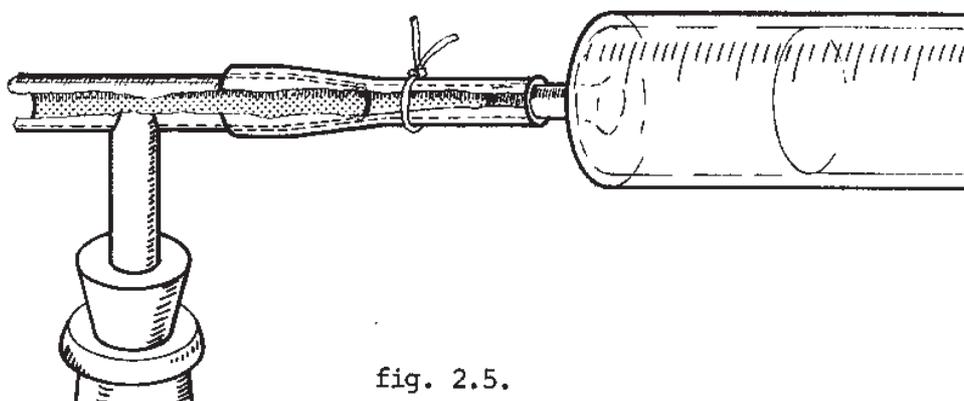


fig. 2.5.

Quando o gás for injetado com a seringa deve-se primeiro adaptar o bico da mesma à borracha, de maneira firme. Só depois solta-se o barbante ou a presilha. Depois disso, comprime-se o gás da seringa para dentro do sistema. Logo em seguida, fecha-se a borracha com o barbante ou a presilha. É importante que todas as conexões estejam bem firmes. Qualquer vazamento de gás compromete os resultados.

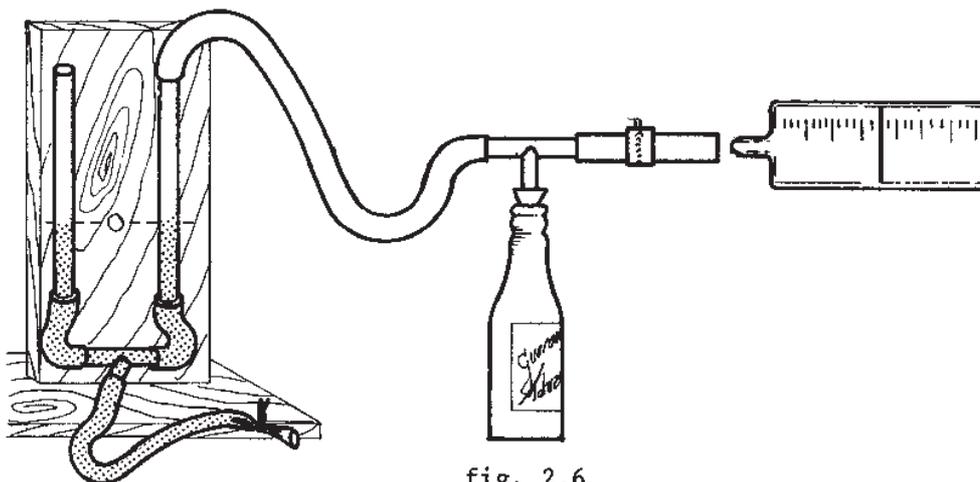


fig. 2.6.

#### REALIZAÇÃO DAS MEDIDAS

Você irá colocar "doses" iguais (  $N$  ) de moléculas de gás ( ar é o mais fácil de se obter ) dentro de um volume constante. A hipótese que estamos fazendo é que, em igualdade

de pressão e temperatura, volumes iguais contêm números iguais de moléculas. Essa é a hipótese feita por Avogadro e hoje conhecida como lei de Avogadro. A cada "dose" de moléculas que você aplica ao volume ( constante ) você deverá ler no manômetro a pressão que resultou.

Com os dados que você for obtendo, faça um gráfico da pressão dependente de  $N/V$ . As pressões, que você vai colocar no eixo vertical serão medidas em cm de água. Essa altura é sempre tomada a partir do "ZERO" que é o nível da água com o recipiente aberto. Para zerar, isto é, fazer a água da coluna da direita voltar ao nível zero, aperte o tubo de borracha cheio de água e que tem uma extremidade amarrada.

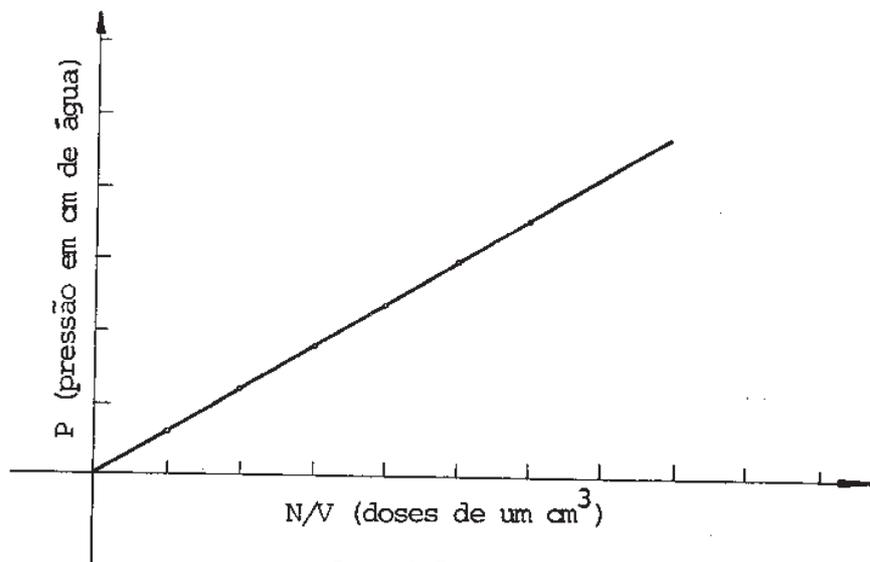


fig. 2.7

"As doses" de moléculas serão colocadas no eixo horizontal. Cada dose de  $1 \text{ cm}^3$  poderá corresponder a uma divisão. Se o volume ( garrafa ) que você está usando é maior que uma garrafa de guaraná ( aprox.  $300 \text{ cm}^3$  ), suas doses poderão ser maiores.

- Não prossiga sem ter feito as medidas de  $P$  e  $N/V$  e o correspondente gráfico.

Você percebeu que os pontos estão bem alinhados, isto é, sobre uma mesma reta?

Como o  $V$  ( volume ) da garrafa se manteve constante, talvez você não esteja convencido de que as medidas de

penderam também desse volume. É fácil perceber. Reduza à metade o volume do gás ( V ) e você verá. Para isso, coloque água até a metade da garrafa. Assim o volume será reduzido à metade. Feche novamente a garrafa e coloque uma "dose" de moléculas igual às que você colocou antes. Leia a pressão resultante. Quanto foi?

- Não vá adiante sem ter feito o que se acabou de indicar.

Você verificou que a mesma "dose" provocou agora um aumento de pressão que é o dobro?

Você colocou a mesma "dose" em meio volume. Experimente agora colocar meia dose em meio volume. - Faça mesmo! Você poderia fazer tantas outras, dessas alterações, quanto quisesse. Você percebe que multiplicando ( ou dividindo ) tanto o volume ( V ) como a dose ( N ) pelo mesmo número, obtém-se o mesmo resultado. Isso indica que você está mesmo fazendo variar  $N/V$ . Isso se explica facilmente pois,

$$\frac{N}{V} = \frac{2N}{2V} = \frac{N/2}{V/2} = \dots$$

O seu gráfico então está indicando que a pressão varia linearmente ( reta no gráfico ) com a variável  $N/V$ , não é?

Ora, se p ( pressão ) e  $N/V$  estão ligados por uma relação linear, isto é o mesmo que dizer que p e  $N/V$  são proporcionais

$$p \propto N/V$$

Para exprimirmos esse fato em forma de uma igualdade, isto é, de uma equação, temos que adotar uma constante de proporcionalidade

$$p = \text{Cte } N/V$$

O valor dessa constante depende das unidades em que forem medidos p, N e V.

Podemos adotar uma letra qualquer para representar essa constante de proporcionalidade.

Então poderia ser o  $\theta$  ( teta ), e aí

$$p = \theta N/V$$

Essa expressão a que você acaba de chegar é extremamente importante. Ela permite resolver quase todos os problemas ligados aos gases. Essa é a lei fundamental sobre o comportamento dos gases. Ela é muito importante porque descreve o comportamento não só de um gás. Assim se comportam todos os gases.

Até aqui, nada dissemos sobre quanto frio ou quanto quente estaria o gás enquanto fizemos essa experiência. Será que isso influi?

Na expressão que obtivemos temos  $p$  ( pressão ),  $N$  ( Nº de moléculas ou doses de moléculas ) e o  $V$  que é o volume. Talvez  $\theta$ , a constante de proporcionalidade entre pressão e  $N/V$ , esteja ligada à temperatura, isto é, a propriedade que chamamos de frio ou quente.

Repita o experimento, isto é, coloque certas doses de moléculas e veja qual o aumento, porém, mantendo o gás ( a garrafa ) a uma temperatura menor.

Você perceberá que, para os mesmos  $N/V$ , isto é, para as mesmas doses de moléculas, você obteve pressões menores? Podemos definir temperatura como sendo a constante de proporcionalidade entre  $p$  e  $N/V$  na lei de comportamento dos gases.

Dessa expressão derivam quase todas as coisas para se descrever o comportamento dos gases. Ela poderia ser escrita também assim:

$$p v = \theta N$$

Isso quer dizer que, em um recipiente fechado, o produto  $p v$  é constante. Como sabemos que a pressão varia com a temperatura, também podemos ver que o produto  $p V$  é o mesmo

para cada temperatura. Para que o produto  $pV$  se torne ZERO, é preciso que um deles se torne ZERO, ou  $p$  ou  $V$ .

O que chamamos de ZERO absoluto é justamente o valor de  $\theta$  em que o produto  $pV$  se torna ZERO. Você pode verificar com seu aparelho que esse ZERO não é o da escala em graus Celsius, que é a temperatura do gelo fundente.

## CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

### PRÓLOGO

Este capítulo pretende dar a você uma idéia das principais leis da Física que hoje constituem os mais poderosos instrumentos de trabalho no campo da Física.

As leis de conservação podem ser consideradas como as leis mais amplas e gerais de toda a Física. Elas não foram descobertas repentinamente. Elas foram surgindo pelo grande acúmulo de evidências colhidas na experimentação durante muito tempo em muitas áreas diferentes.

É também interessante que, sendo essas leis as mais amplas e as mais importantes, elas não foram descobertas por nenhum cientista individualmente. Não aconteceu com essas leis o que ocorreu com muitas outras. Nenhuma delas foi descoberta por qualquer dos grandes nomes como Galileu, Newton ou Einstein. É também interessante que tanto Galileu como Newton trabalharam tanto em tantas áreas da Física sem ter conhecimento dessas grandes leis. A primeira, talvez a mais usada dessas leis de conservação, a da massa, começou a ser evidente com os trabalhos de Lavoisier ao tempo da revolução francesa: "Na natureza nada se cria e nada se perde; tudo se transforma".

Hoje as leis de conservação constituem as mais importantes ferramentas com que conta a Física para resolver muitos dos seus grandes problemas.

\*\*\* \*\*

## CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

### 4.1 - A CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

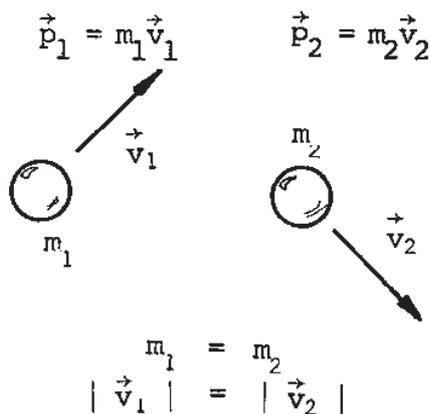
Para se entender bem o sentido desta importante lei de conservação, é fundamental que esteja bem claro o conceito de quantidade de movimento.

Chamamos de quantidade de movimento ( $\vec{p}$ ) ao produto da massa ( $m$ ) de um corpo pelo vetor velocidade desse corpo ( $\vec{v}$ ). Então,

$$\vec{p} = m \times \vec{v}$$

Essa definição indica que a quantidade de movimento é uma grandeza vetorial, isto é, uma grandeza que tem módulo ( tamanho ), direção e sentido. O módulo é o produto da massa pela velocidade. A direção e o sentido são dados pelo vetor velocidade.

Por exemplo, imaginemos duas bolas com massas iguais e o módulo de suas velocidades iguais, porém com direções diferentes.



As duas bolas têm quantidades de movimento diferentes, ou

$$\vec{p}_1 \neq \vec{p}_2$$

fig. 1.1

Quando apenas os sentidos das velocidades são diferentes, as duas quantidades de movimento podem se anular. Isso porque a soma de vetores de igual módulo ( tamanho ) e sinais

contrários é nula.

Como outras grandezas, a quantidade de movimento pode ser expressa em diferentes unidades, tanto para a massa como para a velocidade. No entanto, é preferível que a massa seja expressa em quilogramas ( kg ) e a velocidade em metros por segundo ( m/s ). Estas unidades pertencem ao sistema MKS que é o sistema mais usado na Física e o único sistema legalmente adotado no Brasil.

Afinal, em que consiste essa importante lei da conservação da quantidade de movimento? - Essa lei diz o seguinte:

**NA AUSÊNCIA DE FORÇAS EXTERNAS, A QUANTIDADE DE MOVIMENTO DE UM SISTEMA PERMANECE CONSTANTE.**

Imagine uma bola bem redonda e lisa rolando sobre uma superfície bem plana. Se nenhuma força externa atuar sobre a bola, sua quantidade de movimento não se altera. Até aqui, nada de novo. A primeira lei da mecânica ou lei da inércia também diz isso e foi descoberta por Galileu no início do séc.XVII.

Imagine agora que a bola leva dentro de si uma bomba que explode durante o movimento. A explosão faz com que pedaços da bola se espalhem por todas as direções. Ainda assim, a quantidade de movimento da bola permanece constante, mesmo de pois da explosão. Isso se nenhuma força externa agir. A quantidade de movimento da bola ( antes da explosão ) é igual a soma vetorial das quantidades de movimento dos estilhaços da bola de pois da explosão.

Nessa explosão da bola há uma outra coisa interessante. Há um ponto especial que "não toma conhecimento da explosão", se nenhuma força externa agir. Esse ponto especial é que se chama CENTRO DE MASSA.

É fácil para você imaginar que se a bola lisa não é "atrapalhada", ela seguirá sempre com a mesma velocidade. Como sua massa não varia, se a velocidade não se altera, a quantidade de movimento também não se altera. Também é fácil imaginar o que é o centro de massa antes da explosão da bola; é o centro

da própria bola. É o centro da massa que está distribuída ao redor do centro da própria bola. E quando a bola já não existe mais? - Acontece que com a explosão, alguns pedaços foram empurrados para frente ao mesmo tempo que outros foram empurrados para trás. A soma vetorial das quantidades de movimento continua igual.

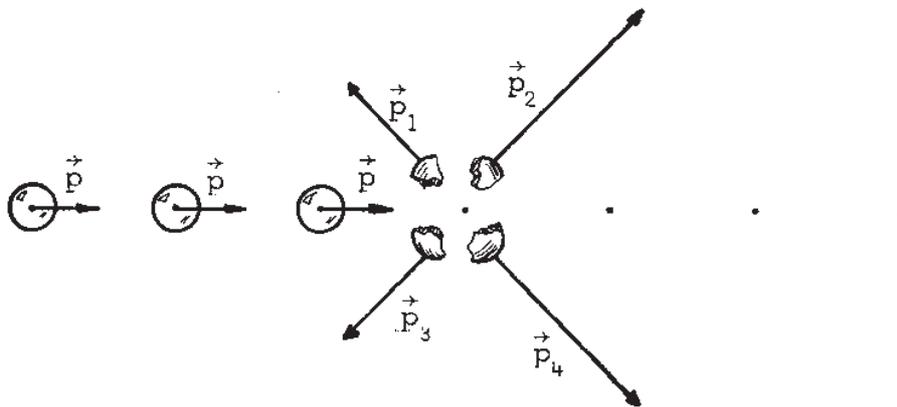


fig. 1.2

O centro de massa já não coincide com nenhum ponto material. Mesmo assim ele continua a existir e com a mesma velocidade que tinha antes da explosão.

No caso em que a bola está livre de outras forças, ela pode ser chamada de **SISTEMA ISOLADO**. Se nenhuma força externa age, o conjunto dos pedaços depois da explosão continua a ser um **SISTEMA ISOLADO**. Uma explosão é constituída de forças internas. Por essa razão, a explosão não altera a quantidade de movimento do sistema. O que se altera é a quantidade de movimento de cada pedaço.

Cada parte adquiriu uma quantidade de movimento para trás ou para frente, à custa do que, outra parte, adquiriu para frente ou para trás respectivamente.

Examinemos agora um caso, bem simples em que essas idéias podem ser bem percebidas. Imagine dois carrinhos que podem andar livremente sobre uma superfície bem lisa e plana.

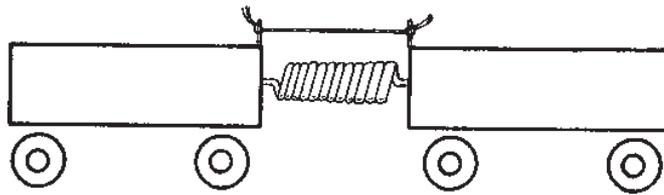


fig. 1.3

Entre os dois carrinhos há uma mola comprimida. Os dois carrinhos estão amarrados um ao outro de tal modo a manter comprimida a mola entre eles. Os carrinhos estão parados.

A quantidade de movimento do sistema formado pelos dois carrinhos é ZERO. O centro de massa do sistema é o ponto entre eles, e está em repouso. Agora você corta o barbante. Nessa "explosão" cada um dos carrinhos é empurrado para cada lado.

A quantidade de movimento do sistema continua a mesma de antes, o ZERO. O que um ganhar para um lado, o outro ganhou em sentido oposto, ou seja, com sinal contrário.

A lei de conservação da quantidade de movimento é extremamente útil porque se aplica a casos de todas as proporções. Ela vale para os maiores objetos que conhecemos, que são as estrelas, como também para partículas sub-atômicas.

Na astronomia, por exemplo, existe casos muito interessantes de aplicação dessa lei. Você já deve ter visto ou pelo menos ouvido falar do Sirius, a estrela que aparece mais brilhante no céu. Ao tempo em que Newton publicava suas leis de mecânica, os astrônomos estavam percebendo que aquela estrela, com o passar dos anos, se deslocava pelo céu. O curioso é que o movimento dessa estrela era em "zigue-zague".

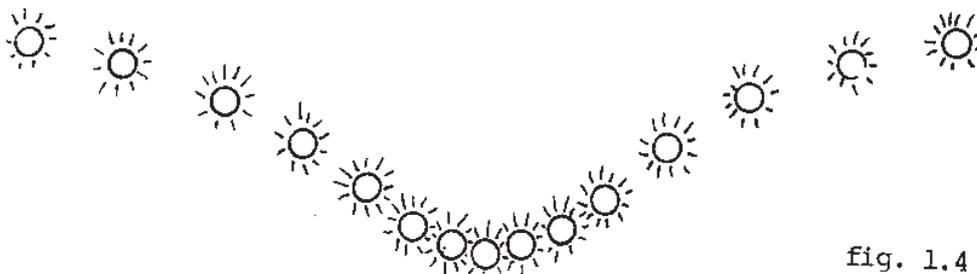


fig. 1.4

Sabendo-se que essa estrela está muito longe de qualquer influência, ela pode ser considerada como parte de um sistema isolado, isto é, livre de forças externas. Mas um sistema isolado não deve andar em "zigue-zague". Se não existem forças externas, a quantidade de movimento do sistema se conserva. O centro de massa do sistema deveria então ter um movimento retilíneo e uniforme. Esse conhecimento sugeriu aos astrônomos que o sistema deveria ser composto por alguma parte invisível. Seria possível então explicar o "zigue-zague" feito pela estrela Sirius, admitindo-se que ela tenha uma companheira invisível. Observe como tudo fica explicado, admitindo-se a existência de outra estrela que forme junto com Sirius uma estrela dupla.

A quantidade de movimento do sistema se conserva e a velocidade do centro de massa se mantém constante.



fig. 1.5

Realmente descobriu-se depois que existia essa companheira de Sirius. É uma estrela de grande massa mas de pequeno volume e fraco brilho. Por essa razão ela não havia sido vista antes. Ela foi descoberta graças ao conhecimento da Lei de Conservação da Quantidade de Movimento.

Foi também o conhecimento desta importante lei que permitiu que Chadwick descobrisse o nêutron em 1934.

A lei da conservação da Quantidade de movimento é uma das grandes ferramentas teóricas que nos permitem entender, descrever e prever muitos fatos, mesmo que eles não sejam visíveis como é o caso das partículas que constituem o átomo.

ATIVIDADE:      VERIFICAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE  
MOVIMENTO

Você vai analisar a primeira série de esquema de fotografias estroboscópicas para verificar se a quantidade de movimento do sistema formado por dois carrinhos antes do choque é igual à quantidade de movimento do sistema dos carrinhos depois do choque.

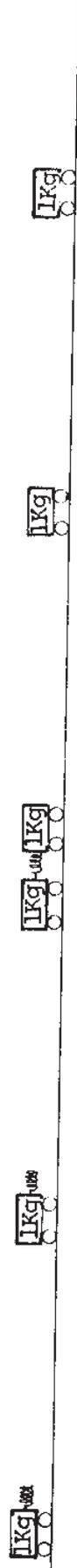
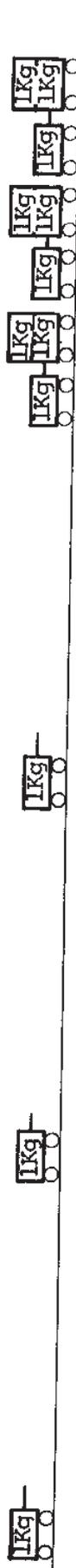
Com a segunda série de fotografias estroboscópicas você vai verificar, também, se houve conservação da quantidade de movimento do sistema constituído pelas duas bolinhas antes e depois do choque. Note agora que o choque se deu em duas dimensões, isto é, num plano.

Não se esqueça que você está trabalhando com uma grandeza vetorial e, portanto, você terá que verificar a conservação de  $\vec{p}$ , isto é, se a soma vetorial de  $\vec{p}$  antes da colisão é igual à soma vetorial de  $\vec{p}$  depois da colisão. Outra maneira seria verificar a conservação das componentes de  $\vec{p}$  nos eixos  $x$  e  $y$  do plano.

Você percebeu que a quantidade de movimento se conserva, não dependendo da massa das bolinhas nem do tipo de choque (elástico ou inelástico)? Choque elástico é aquele onde há a conservação da energia cinética (de movimento) do sistema antes e depois do choque. Choque inelástico é o contrário.

Você vai determinar também nas duas séries de fotografias como deve ser o movimento do centro de massa.

escala: 10 centímetros equivale a 1 metro  
 $\Delta t = 0,1$  segundos

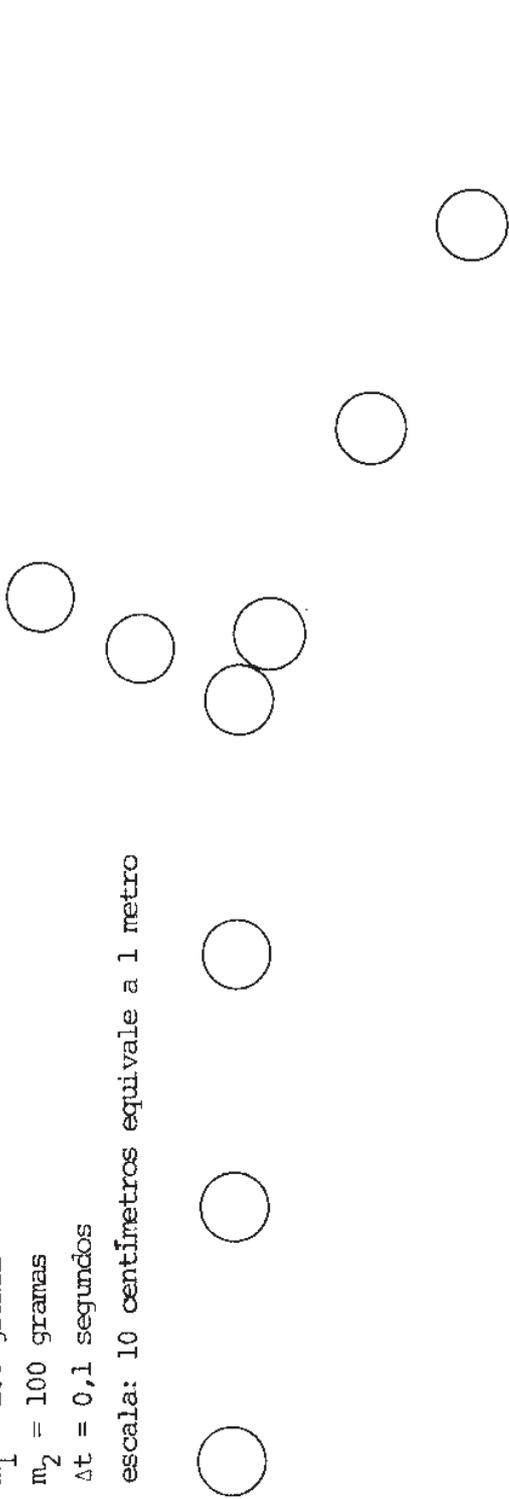


$$m_1 = 100 \text{ gramas}$$

$$m_2 = 100 \text{ gramas}$$

$$\Delta t = 0,1 \text{ segundos}$$

escala: 10 centímetros equivale a 1 metro

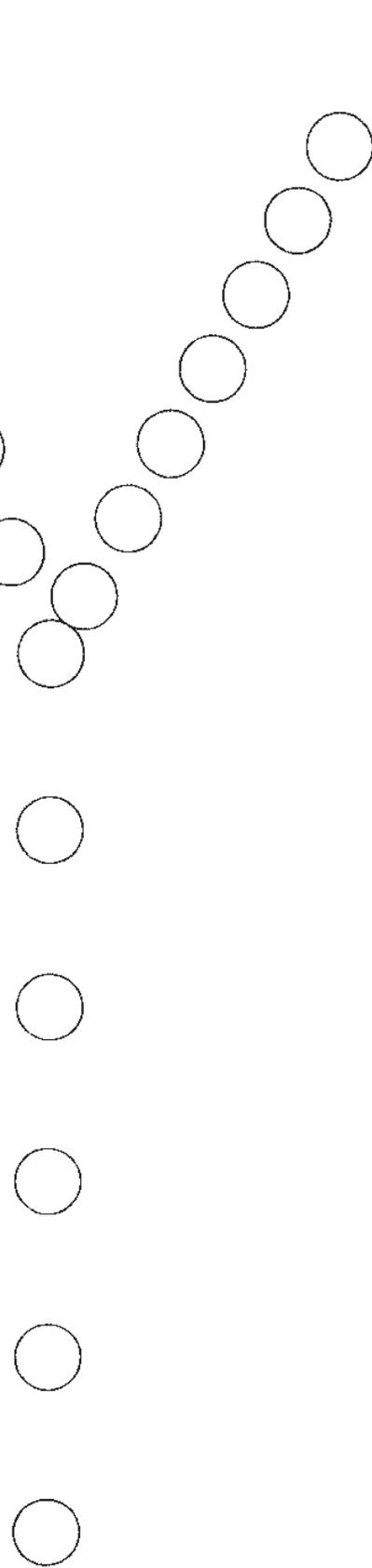


$$m_1 = 100 \text{ gramas}$$

$$m_2 = 100 \text{ gramas}$$

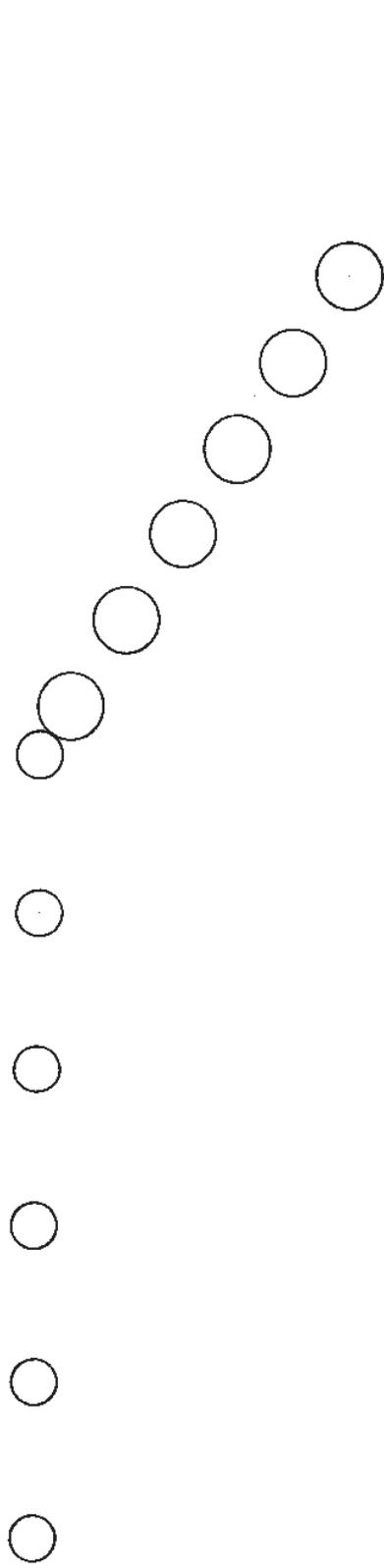
$$\Delta t = 0,1 \text{ segundos}$$

escala: 10 centímetros equivale a 1 metro



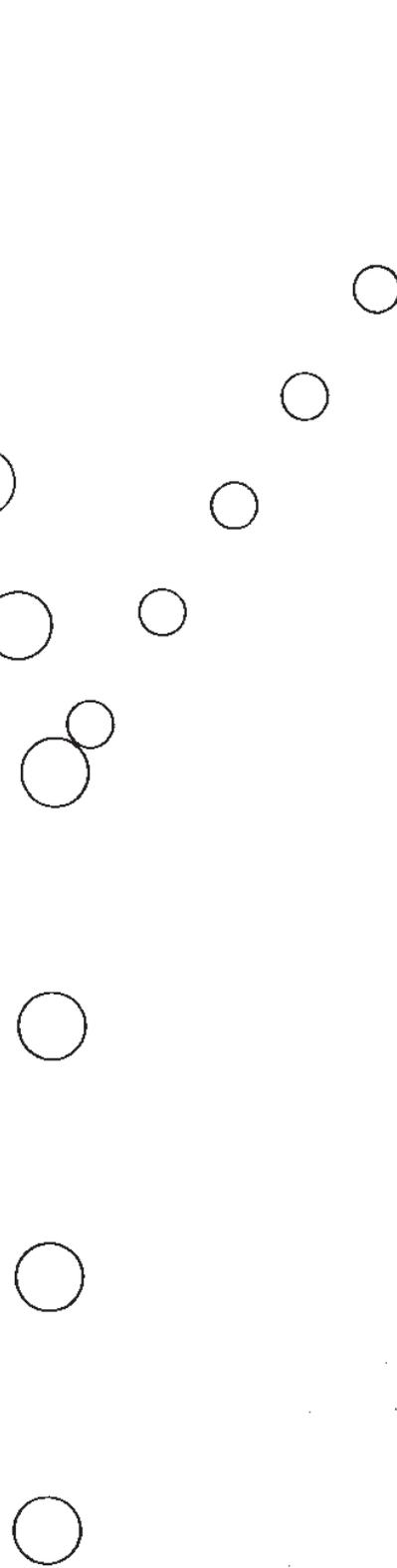
$m_1 = 100$  gramas  
 $m_2 = 200$  gramas  
 $\Delta t = 0,1$  segundos

escala: 10 centímetros equivale a 1 metro



$m_1 = 200$  gramas  
 $m_2 = 100$  gramas  
 $\Delta t = 0,1$  segundos

escala: 10 centímetros equivale a 1 metro



## AÇÃO E REAÇÃO

Você já deve ter ouvido falar numa lei que até agora não mencionamos: a 3a. lei de Newton ou lei da ação e reação. Essa lei diz o seguinte: a toda ação ( força ) corresponde uma reação ( força ) igual e contrária . Esta lei está inseparavelmente ligada à lei da conservação da quantidade de movimento. Admitida uma delas, a outra segue-se como consequência. Se admitirmos conhecida a lei de conservação da quantidade de movimento, a lei da ação e reação pode ser deduzida da primeira . Se, ao contrário, admitirmos como conhecida a lei da ação e reação a conservação pode ser obtida por dedução.

Alguns exemplos ajudarão você a entender o que é essa lei de ação e reação. Quando empurramos um carrinho para frente ( ação ), somos também empurrados ( reação ) para trás. Quando o remo empurra ( ação ) a água para trás, a água empurra o remo para frente ( reação ). Quando o carro empurra o chão para trás ( ação ), o chão empurra o carro para frente ( reação ). Quando o foguete empurra os gases para trás ( ação ), os gases empurram o foguete para frente ( reação ).

É importante notar que a ação se aplica sobre um corpo e a reação sobre outro. Ação e reação nunca se aplicam sobre o mesmo corpo. No caso do foguete, a ação é sobre os gases, a reação é sobre o foguete.

Considere outro tipo de exemplo:

Uma maçã cai devido ao peso. Peso é a força com que os corpos são atraídos pela Terra. Essa força está dirigida para o centro da Terra. Neste caso, se chamamos de ação a força ( peso ) com que a maçã é atraída pela Terra, a reação é a força com que a Terra é atraída pela maçã. A ação é a força sobre a maçã, e reação é a força com que a maçã atrai a Terra.

Sim senhor, a maçã atrai a Terra com força igual à força com que a Terra atrai a maçã. Apenas o sinal das forças é diferente. Isto quer dizer que os sentidos são contrários.

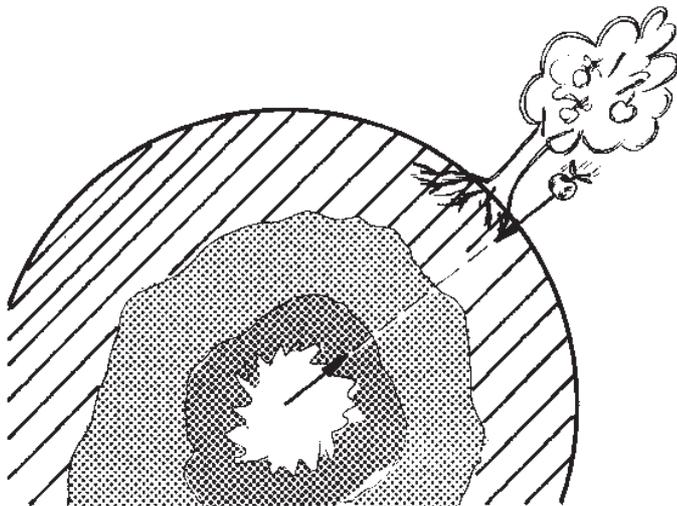


fig. 1.6

Imagine ainda o exemplo dos dois carrinhos entre os quais houve uma explosão.

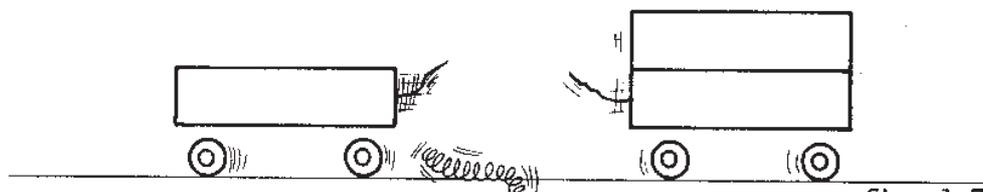


fig. 1.7

Mesmo que os dois carrinhos sejam diferentes, a força exercida sobre ambos é igual.

O mesmo ocorre se um "forte" e um "fraco" puxam as extremidades de uma mesma corda.



fig. 1.8

Por maior que seja a diferença de "força" dos dois "puxadores", os dois dinamômetros marcarão os mesmos valores pois,

**A AÇÃO É IGUAL E CONTRÁRIA À REAÇÃO.**

## SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

Esperamos que os exemplos dados anteriormente sobre ação e reação tenham permitido que você entenda o significado de dessa terceira lei de Newton. Poderíamos também dizer que, quando "fazemos força", estamos "fazendo" sobre, pelo menos, dois corpos. Quer dizer que nunca aparecem forças isoladas, isto é, forças que agem sobre um só corpo. As ações são sempre, ações entre, pelo menos, dois corpos. Por essa razão, seria mais adequado chamar-se de interações (ações entre).

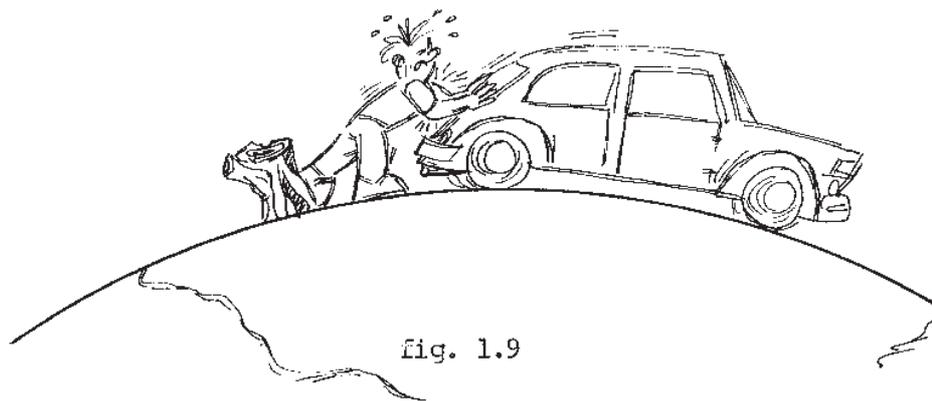


fig. 1.9

Quando você empurra o carro, você está realmente fazendo força entre o carro e a Terra.

Quando levantamos um objeto do chão, estamos separando dois corpos que se atraem: objeto levantado e a Terra. Temos que agir entre os dois corpos que se estão atraindo. Nossa ação é entre os dois: é uma interação.

Já que você está interessado em saber um pouco mais, queremos que você perceba como a terceira lei de Newton (ação e reação) e a conservação da quantidade de movimento (linear) estão ligadas.

Dessas duas leis, uma pode ser obtida partindo -se da outra.

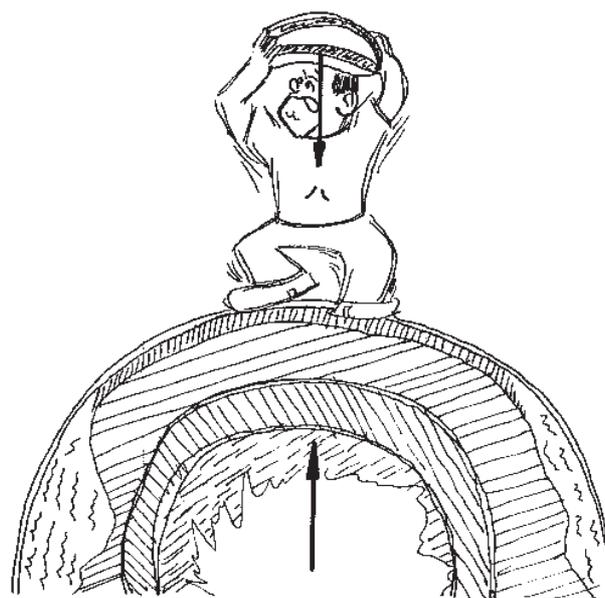


fig. 1.10

Imagine dois garotos sentados, cada um em um carrinho.



fig. 1.11

Ambas as cadeiras deslizam com pouco atrito sobre uma superfície horizontal e lisa. Os garotos são bem diferentes. O da direita pesa o dobro e é muito mais forte que o da esquerda.

Num certo instante, ordenamos aos garotos que puxem com toda força, cada um em uma das extremidades da corda. Se você chamar a força feita por um deles ( qualquer ), de AÇÃO, a do outro será a REAÇÃO. Segundo a terceira lei de Newton, as duas, AÇÃO e REAÇÃO, são iguais. Os dinamômetros que estão nas extremidades da corda puxada comprovam isso.

Vejamos como a igualdade da ação e reação pode ser comprovada, partindo-se da lei da conservação da quantidade de movimento. Para isso, vamos considerar a quantidade de movimento do sistema constituído pelos dois corpos: cada garoto com seu carrinho. Os carrinhos que estavam em repouso ( $v = 0$ ), vão

adquirir uma certa velocidade numa direção, o outro noutra. Antes de se puxarem, cada um tinha quantidade de movimento ZERO. A quantidade de movimento do sistema, constituído pelos dois também era ZERO.

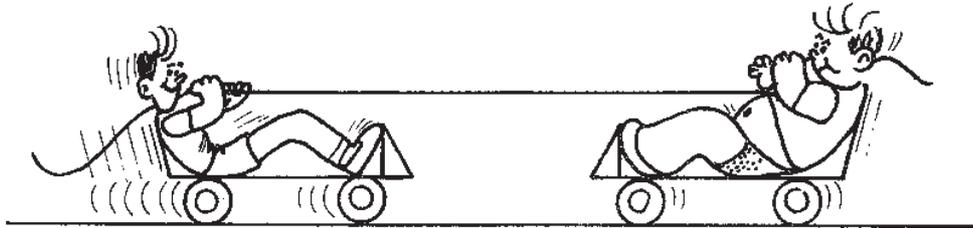


fig. 1.12

$\Delta p$  é a alteração da quantidade de movimento de cada um. A alteração total da quantidade de movimento será a soma das alterações dos dois.

Como a quantidade de movimento do sistema se conserva, a alteração é ZERO.

Como

$$\Delta P = \Delta p_1 + \Delta p_2 = 0$$

Então

$$\Delta p_1 = -\Delta p_2$$

Por outro lado, já sabemos que a alteração da quantidade de movimento é também o impulso, ou seja

$$\Delta p = f \Delta t \quad \text{e daí}$$

$$\Delta p_1 = f_1 \Delta t$$

e

$$\Delta p_2 = f_2 \Delta t \quad \text{mas então}$$

$$f_1 \cancel{\Delta t} = - f_2 \cancel{\Delta t}$$

Então

$$f_1 = - f_2$$

Concluimos então que as forças que atuaram so

bre cada um (  $f_1$  e  $f_2$  ) são iguais. Elas são apenas diferentes no sinal ( - ), isto é, no sentido. Os sentidos são contrários.

Você acaba de perceber que, mesmo que um seja mais "forte" que o outro, as forças que atuam sobre ambos são iguais. É aliás o que marca os dinamômetros colocados na mão de cada um.

Você acabou de deduzir a terceira lei de Newton ( ação é igual e contrária à reação ) a partir da lei de conservação da quantidade de movimento. Poderíamos fazer o contrário, isto é, deduzir a lei de conservação da quantidade de movimento, a partir da terceira lei de Newton. Seria apenas fazer o mesmo porém na ordem inversa.



fig. 1.13

Pela terceira lei de Newton, sabemos que as forças ( ação e reação ) são iguais e contrárias. Se chamamos de  $f$ , a força exercida por um, a força sobre o outro será  $- f$ .

$$\text{ou} \quad f_1 = -f_2$$

$$\text{multiplicado por } \Delta t, \quad f_1 \Delta t = - f_2 \Delta t$$

$$\text{mas} \quad f_1 \Delta t = \Delta p_1$$

$$\text{e} \quad f_2 \Delta t = \Delta p_2$$

$$\text{Então} \quad \Delta p_1 = - \Delta p_2$$

$$\text{ou} \quad \Delta p_1 + \Delta p_2 = \Delta P = 0$$

Se  $\Delta p$  que é a variação total da quantidade de movimento é ZERO, é porque essa quantidade permaneceu a mesma, isto é, se conservou. Assim você pode também chegar à lei de conservação da quantidade de movimento, partindo da terceira lei de Newton.

## CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

### 4.2 - CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR

Você já deve conhecer ou pelo menos ter ouvido falar na lei das áreas de Kepler. Essa é uma das três importantes leis descobertas por aquele astrônomo sobre os movimentos dos planetas. Apesar da importância da descoberta dessa lei das áreas, Kepler julgava tratar-se de uma lei peculiar ao movimento dos planetas. Certamente, esse que pode ser chamado de o pai da mecânica celeste não pensava ter descoberto uma lei geral como é a lei das áreas.

Afinal, o que diz a lei das áreas de Kepler?

A RETA QUE UNE O SOL A UM PLANETA, VARRE ÁREAS IGUAIS EM TEMPOS IGUAIS.

Essa mesma lei poderia ser enunciada de forma um pouquinho diferente, mas com o mesmo sentido:

A RETA QUE UNE O SOL A UM PLANETA VARRE ÁREAS QUE SÃO PROPORCIONAIS AOS TEMPOS.

Essa lei de Kepler se tornou conhecida juntamente com outras duas leis do mesmo autor, para os movimentos dos planetas. Uma dessas outras leis, a 1ª, diz que os planetas descrevem órbitas elípticas ( que são elipses ) nas quais o Sol ocupa um dos focos.

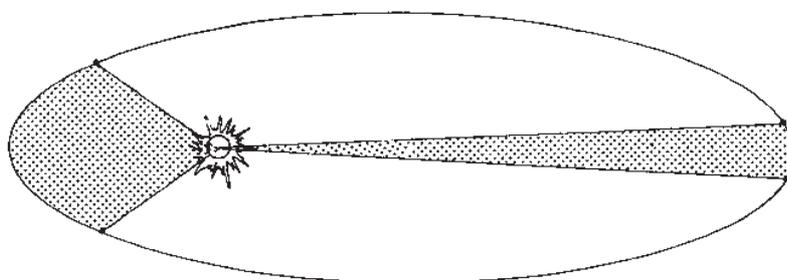


fig. 2.1.

Observe então a figura 2.1. A órbita ou caminho do planeta é a elipse. O Sol ocupa um dos focos. Se tomarmos dois intervalos de tempos ( $\Delta t$ ) iguais, a reta Sol-planeta varreu áreas iguais em tempos iguais. Isso obriga que o planeta, quando está mais próximo do Sol, tenha uma velocidade maior.

Hoje sabemos que essa lei das áreas não vale apenas para os planetas. Ela é uma lei muito mais geral e que podemos verificar em inúmeros outros exemplos, independentemente do tipo de força ou do tipo de trajetória que um corpo descreve. Essa mesma lei das áreas é a manifestação de uma outra grande lei de conservação dentre as leis que regem o funcionamento de toda a Natureza: **A LEI DA CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR**. Como essas duas leis estão intimamente ligadas, achamos melhor que você continue a chamar de lei das áreas. Onde se verifica a lei das áreas está presente a grande lei de conservação da quantidade de movimento angular.

Apenas para que você perceba com um simples exemplo, como essa lei das áreas não se aplica só a planetas, observe a figura 2.2. que é um esquema de uma fotografia estroboscópica.

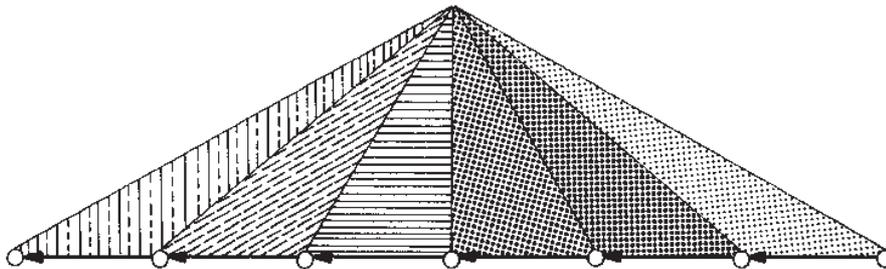


fig. 2.2.

Nessa figura, está surpreendida em tempos iguais uma bola que se movia livre de forças, isto é, caminhava em movimento retilíneo e uniforme. Você pode verificar que um corpo em movimento retilíneo e uniforme obedece à lei das áreas em relação a qualquer ponto. Realmente, todos os triângulos achuria-

dos ( sombreados ) têm áreas iguais. Em tempos iguais, a bola percorreu segmentos iguais ( base dos triângulos ). Como todos os triângulos têm bases iguais e alturas iguais, suas áreas são iguais. Então podemos dizer: a reta que une um corpo em movimento retilíneo e uniforme a qualquer ponto varre áreas iguais em tempos iguais. Isso em relação a qualquer ponto.

Com esse exemplo, só queremos que você perceba que a lei das áreas não é "privilégio dos planetas." No caso do movimento retilíneo e uniforme, não havia forças atuando ou, a resultante das forças atuando era ZERO.

E quando uma força está atuando? Também pode valer a lei das áreas? Sim ! Há uma única condição: A FORÇA ( OU RESULTANTE DAS FORÇAS ) QUE ATUA SOBRE O CORPO DEVE ESTAR DIRIGIDA SEMPRE PARA UM MESMO PONTO.

Imagine agora que um corpo está deslizando sobre uma mesa, com atrito muito pequeno.

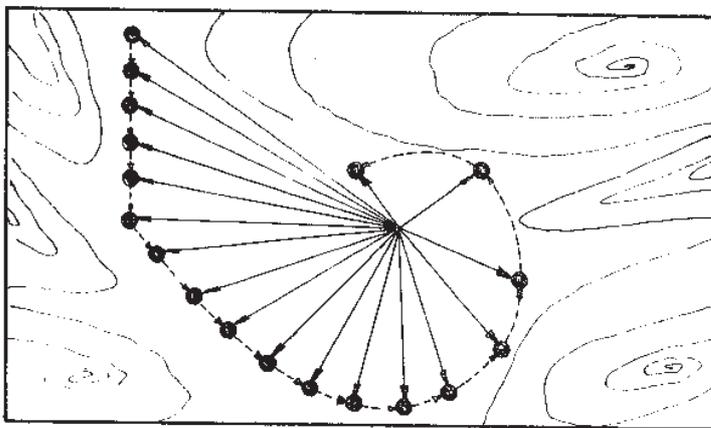


fig.2.3.

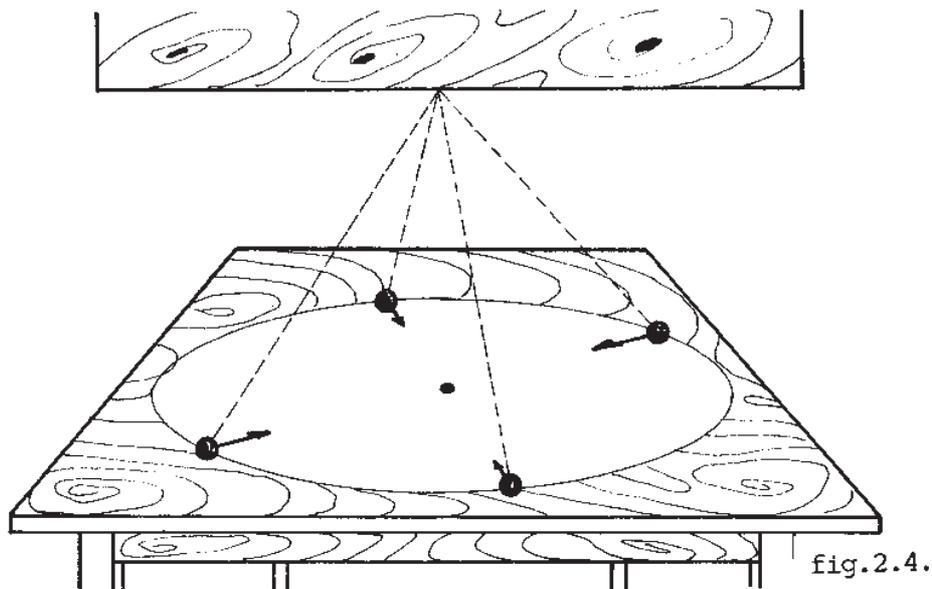
Preso ao corpo, está um fio muito fino e flexível e que pode ser puxado através do furo existente no centro da mesa.

Durante o movimento do corpo sobre a mesa, o fio pode ser puxado ou não. Se não foi puxado, o corpo descreve um movimento retilíneo e uniforme, valendo a lei das áreas. Quando o fio começa a ser puxado, a velocidade do corpo se altera. Como no entanto a força é sempre dirigida para o mesmo ponto ( o furo

na mesa ), o móvel obedece à lei das áreas. Procure medir e vo  
cê verá como as áreas são realmente iguais. Durante todo o movi  
mento, manteve-se a mesma frequência com que foram tiradas as fo  
tografias. Isso é o mesmo que dizer que foi sempre igual o tem  
po que separa as posições sucessivas do móvel. Como os tempos  
são iguais e as áreas são iguais, podemos dizer que: o fio "var -  
reu" áreas iguais em tempos iguais. Neste caso, nem sabemos co  
mo esteve variando a força sobre o corpo que se moveu. A única  
coisa especial foi que a força esteve sempre dirigida para um  
mesmo ponto, o furo na mesa. Essa é realmente a única condição  
necessária para que um corpo obedeça à lei das áreas: a força  
deve estar voltada sempre para um mesmo ponto. A uma força as  
sim dá-se o nome de força central.

Essa mesma lei das áreas se manifesta em mui  
tas outras situações. Sempre que se verifica a lei das áreas, es  
tá em vigor a lei da conservação da quantidade de movimento angu  
lar.

Imagine um pêndulo cônico: uma bolinha ou qual-  
quer objeto dependurado a um barbante e que recebe um impulso la  
teral. Em qualquer ponto de sua órbita ele está sendo empurrado  
para o centro da elipse ou circunferência que ele está descreven  
do.



A força está então dirigida sempre para o mesmo ponto, neste caso o centro da elipse. Vale então a lei das áreas em relação a esse ponto: o centro da elipse.

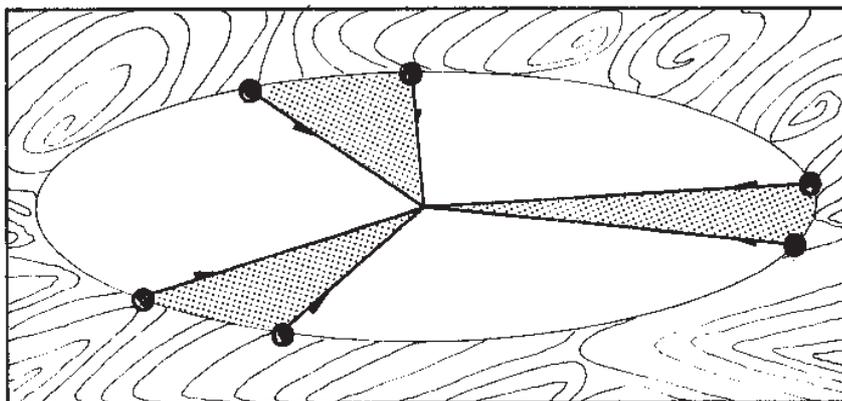


fig.2.5.

Imagine agora uma haste com duas massas que podem deslizar sobre essa haste, puxadas por um fio que passa pelo eixo central ( figura 2.6 ).

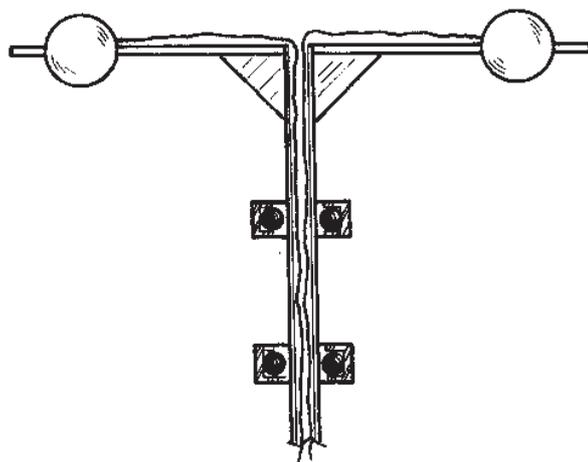


fig.2.6.

O eixo, juntamente com o par de bolas, está girando, depois de um impulso inicial.

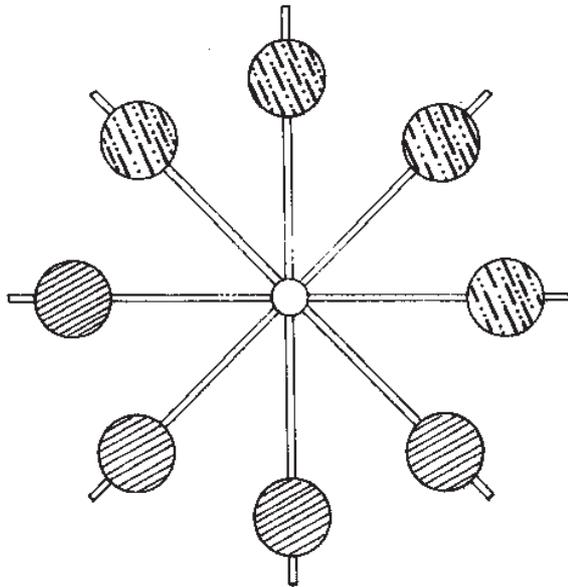


fig.2.7.

O conjunto está animado de uma certa velocidade angular. As bolas estão descrevendo um movimento circular uniforme. Se o movimento é circular e uniforme, é porque as bolas estão sujeitas somente a uma força centrípeta. Essa força está sempre voltada para um mesmo ponto, o centro. Então deve valer a lei das áreas? E vale mesmo ! Para qualquer movimento circular uniforme, vale também a lei das áreas: a reta que une o centro do móvel ( cada bola ) ao centro da circunferência descrita, isto é, o raio, "varre" áreas iguais em tempos iguais.

E se agora puxamos o barbante, o que você espera que aconteça? Ao puxar o barbante, as bolas serão puxadas para o centro. Isto quer dizer que a força que atua sobre ambas estará também voltada para o centro. Então deve valer a lei das áreas.

E vale mesmo ! Observe o que aconteceu.

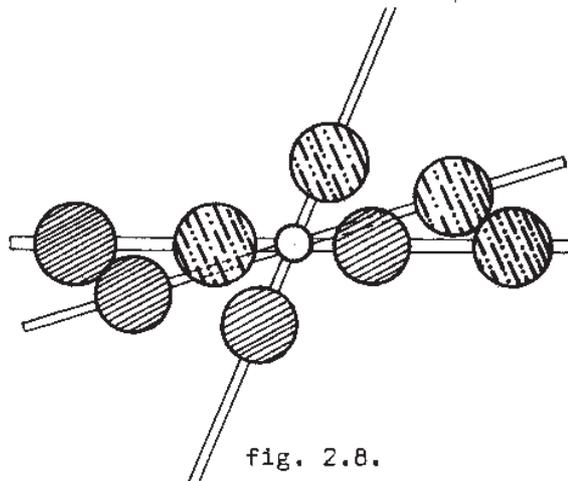


fig. 2.8.

À medida que as bolas se aproximaram do centro, a velocidade angular do conjunto aumentou. Em tempos iguais, os centros das bolas descreveram ângulos maiores. A reta que une o centro do sistema ao centro de cada bola "varreu" áreas iguais em tempos iguais. Verificou-se a lei das áreas, ou a quantidade de movimento angular conservou-se.

Você percebeu, então, que a velocidade de rotação aumentou sem que se desse nenhum impulso adicional às bolas? Isto é também parecido com o que aconteceu com o planeta. Quando o planeta está mais próximo do centro de forças, sua velocidade aumenta.

Outro exemplo bem parecido com o das bolas é o da bailarina. Um dos grandes efeitos conseguidos por grandes bailarinas é o fato de aumentarem a velocidade com que giram sobre a ponta de um dos pés, sem dar novo impulso. Geralmente a bailarina salta girando com braços abertos. Quando ela já está girando sobre a ponta de um dos pés, ela recolhe os braços. Isso faz sua velocidade de rotação aumentar, como aconteceu com as massas ou bolas do exemplo anterior. Querendo novamente diminuir sua rotação, basta que ela abra novamente os braços.

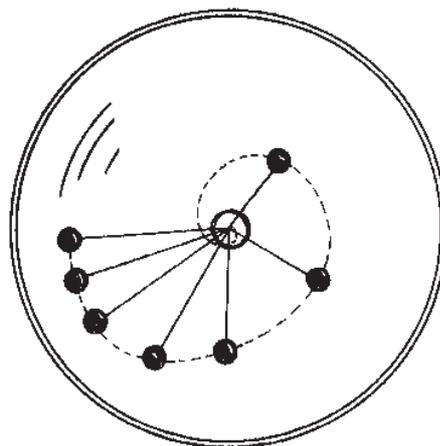


fig. 2.9.

Fatos como esses estão muitas vezes presentes sem que nos apercebamos. Você já observou o "redemoinho" que se forma na saída da água de um recipiente?

A água que girava lentamente, longe da saída, aumenta sua rotação à medida que se aproxima do centro para onde está escoando. Coisa semelhante pode ocorrer com o ar. Você nunca observou que papéis e poeira às vezes são arrastados violentamente em espiral?

Esperamos que através destes exemplos você tenha percebido que a lei das áreas é uma forma de uma das grandes leis de conservação que aprendemos, observando fatos e criando modelos que nos permitem explicar muitos fenômenos e às vezes prever outros.

#### ATIVIDADE: LEI DAS ÁREAS

A figura 2.10 apresenta um movimento de um disco que desliza sobre um colchão de ar com muito pouco atrito. O móvel foi fotografado a cada segundo em seu movimento sobre uma mesa lisa e bem horizontal. Com o pequeno impulso recebido, o móvel se deslocaria em linha reta e com velocidade constante. Próximo ao centro da mesa, está assinalado o centro de forças. Qualquer força exercida sobre o móvel esteve sempre na direção desse ponto, podendo variar o sentido. As fotografias propositadamente coincidiram com os momentos em que o móvel estava recebendo um "puxão" ou empurrão a partir do ponto central. O ponto central é a origem a partir da qual são definidas as posições do móvel.

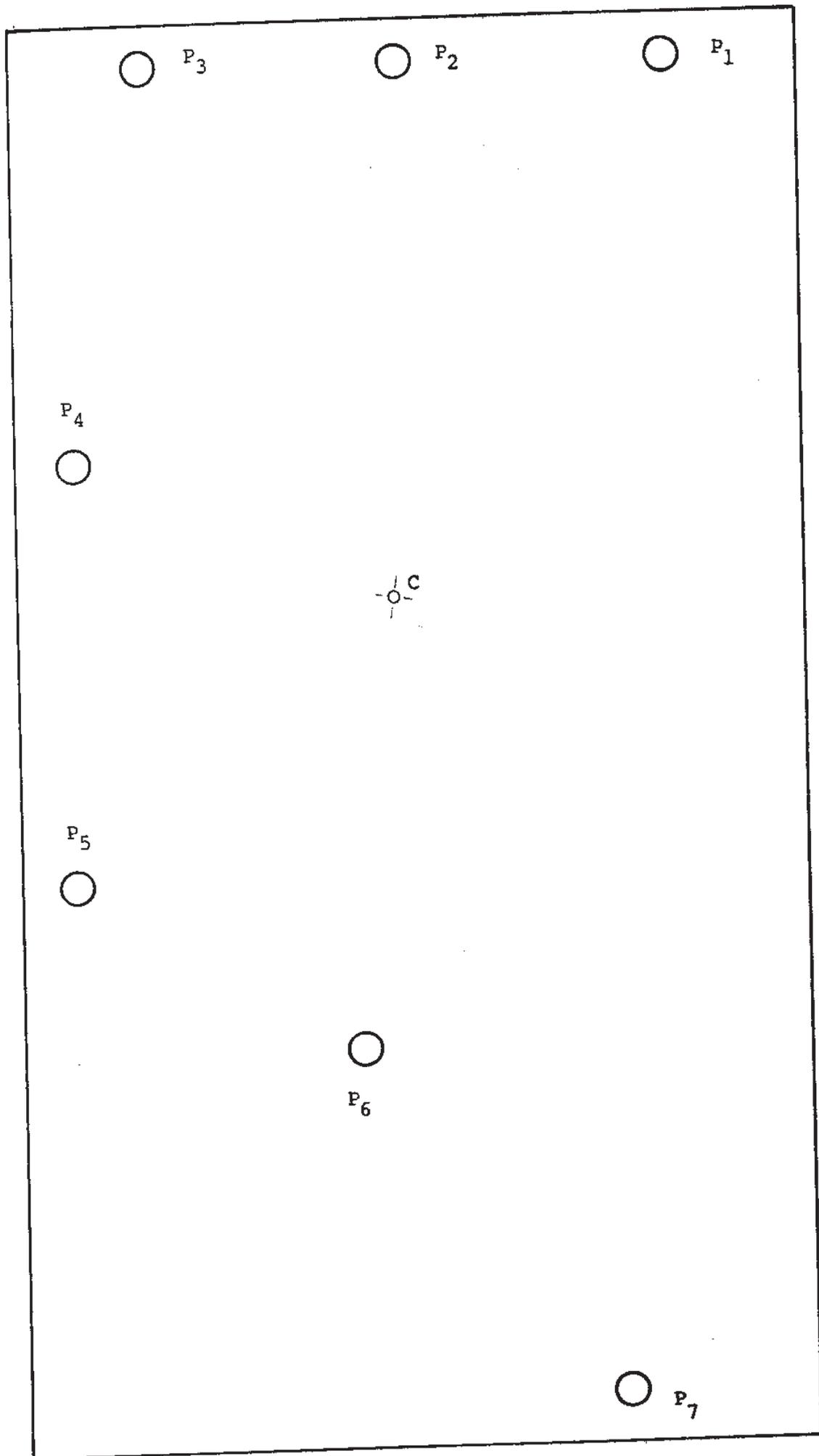


fig.2.10.



Chama-se vetor posição de um ponto  $P$ , a um vetor ( flexa ) que vai desde a origem (  $O$  ) até o ponto cuja posição se quer definir, o móvel neste caso.

Desenhe o vetor posição do móvel quando na posição  $P_1$ .

fig. 2.11.

Desde o instante em que o móvel estava em  $P_1$  até  $P_2$ , o móvel não sofreu nenhum puxão nem empurrão. Como foi o movimento nesse intervalo?

As três primeiras fotografias da bola confirmam a resposta que você acaba de dar?

O vetor posição se manteve constante em direção? E em módulo ( tamanho ) ?

Usando um lápis, sombreie a área varrida pelo raio vetor durante o primeiro segundo.

Meça a área varrida pelo raio vetor durante o primeiro segundo. Faça o mesmo com a área varrida no segundo. Compare a área varrida no primeiro segundo com a área varrida no segundo segundo. Verificou que são iguais ?

Desenhe os vetores posição de todas as posições do móvel que foram fotografados.

Sabendo-se que entre duas posições sucessivas não foi exercida nenhuma força ( nem "puxão" nem "empurrão" ), como foi o movimento entre duas posições sucessivas fotografadas?

Assinale, com diferentes tipos de sombreado, as áreas varridas pelo vetor posição nos diferentes intervalos de tempo.

Meça as áreas varridas pelo vetor posição nos diferentes intervalos de tempo. Eles são iguais ?

A área percorrida pelo móvel no último segundo ( depois do empurrão ) é igual às demais ?

Que você conclui então sobre as áreas "varridas" pelo vetor posição do móvel em todos os intervalos de tempos iguais ?

Procure agora, com suas palavras, e olhando para a fotografia, resumir o que você acaba de aprender sobre áreas varridas e tempos.

Qual é a área varrida pelo vetor posição depois de dois intervalos de tempo ?

E depois de três ? - E depois de quatro, de oito e de cinco?

Se a mesa continuasse indefinidamente e o móvel fosse abandonado, ele ainda seguiria a Lei das Áreas?

#### SE VOCÊ QUISSER SABER UM POUCO MAIS

Até aqui procuramos que você entendesse a Lei das Áreas através de exemplos característicos e que você pode observar na vida diária. Queremos agora que você tenha uma demonstração que seja mais geral e convincente. Esta demonstração não envolve grandes complicações e fará você perceber quanto a lei das áreas é geral.

Nessa demonstração, usaremos apenas uma das expressões mais conhecidas e mais usadas de toda a FÍSICA:

$$\vec{f} = m \vec{a}$$

Essa lei, na sua forma vetorial, diz que a aceleração ou mudança de velocidade se faz somente na direção em que a força ( $\vec{F}$ ) atua. Se aplicarmos uma certa força a um corpo já em movimento, a alteração da velocidade (aceleração) se verifica somente na direção em que a força atua.

Considere o exemplo abaixo em que uma força é aplicada a um móvel que já está com um movimento retilíneo e uniforme.

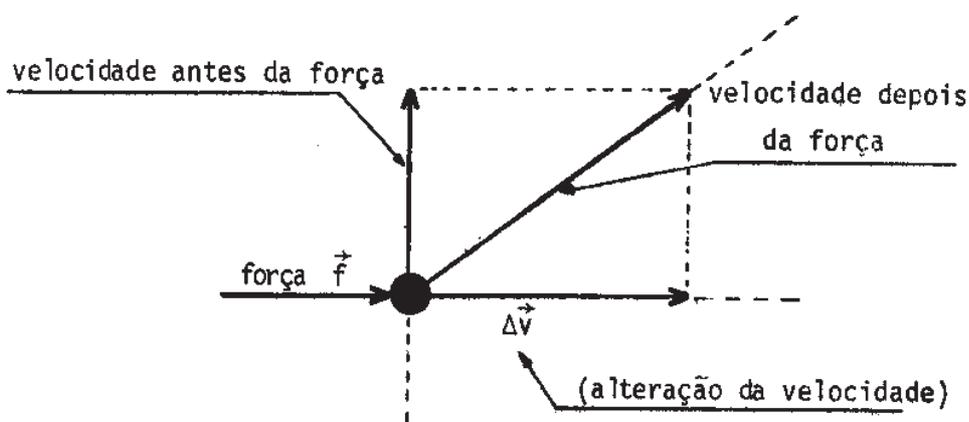


fig.2.12.

A força ( $\vec{F}$ ) provocou uma alteração da velocidade de ( $\Delta \vec{v}$ ) no mesmo sentido e direção da força. As componentes da velocidade depois da aplicação da força serão: a alteração ( $\Delta \vec{v}$ ) introduzida por causa da força e a velocidade que o móvel tinha antes da força. Esta não se alterou por ser perpendicular à força. A força não altera a componente da velocidade que lhe é perpendicular. Esta será a parte importante do raciocínio que você vai acompanhar.

Você vai imaginar que a figura 2.10 representa agora, em vez de um colchão de ar, uma quadra de patinação no gelo. Você vai estar no centro da quadra. Como estamos imaginando que a superfície é de gelo e, portanto, bem escorregadia, você poderia estar calçado com sapatos equipados com "cravos" na sola. Você irá ficar no ponto C. Você será o "centro de forças". Da sua posição, você poderá exercer uma força no móvel através de um fio

muito leve e flexível que você irá segurar. Podemos até combi  
nar que você irá dar "puxões" no fio a cada intervalo, por exem  
plo, um segundo. A cada um segundo você dará um "puxão" sobre  
o móvel que desliza sobre o gelo. O seu puxão poderá ser também  
de força "ZERO". Isto quer dizer que, no instante em que você  
deveria dar o "puxão", você pode não fazê-lo.

Vamos começar.

Você está na posição C e nós vamos dar o impul  
so no móvel que vai "aparecer em cena". Começamos a contar o  
tempo. A cada 1 segundo você poderá dar ou não um "puxão".

Nas primeiras posições  $P_1$  e  $P_2$  você ficou em  
dúvida e não puxou o fio. Então o móvel seguiu em movimento re  
tilíneo e uniforme.

No instante em que o móvel esteve em  $P_3$  você deu  
um puxão. Você exerceu uma força e por isso a velocidade sofreu  
uma alteração  $\Delta v$  na mesma direção e no mesmo sentido da força,  
isto é, do fio. Mas você ainda não sabe quanto vale essa varia  
ção de velocidade. Você sabe que o móvel muda a direção da velo  
cidade. Sabe que a direção dessa nova velocidade depende da ve  
locidade que ele tinha antes e da intensidade do puxão. Sabe  
também, isto é o mais importante, que o puxão não altera a com  
ponente perpendicular da velocidade ( $\vec{f} = m \vec{a}$ ). Então você  
conhece a nova direção e uma das componentes: a componente per  
pendicular ao puxão. Esta é a mesma de antes do puxão.

Conhecendo uma das componentes e a direção da re  
sultante você sabe exatamente qual é a nova velocidade ( resul -  
tante ).

Depois de 1 segundo, o móvel estará em  $P_4$ . Agora  
ele sofre outro "puxão", desta vez menor. Como o puxão é menor,  
é também menor a variação da velocidade. Em relação à velocidade,  
ocorre o mesmo que ocorreu na vez anterior ( $P_3$ ). A veloci  
dade muda em direção e módulo. Depois de mais 1 segundo, o mó  
vel chega ao ponto  $P_5$ . Aí ele sofre outro puxão e portanto ou  
tra alteração da velocidade. Também aqui, como nos casos ante  
riores, a componente perpendicular a cada puxão não se altera. A

nova força ( puxão ) alterou outra vez a velocidade ( aceleração ) tanto no módulo como na direção. Depois de mais 1 segundo o corpo chegou ao ponto  $P_6$ .

Desta vez, ele vai levar não um "puxão" mas um "empurrão" na mesma direção do ponto em que você está. Só o sentido que é contrário. Agora também há variação de velocidade, porém em sentido contrário. Poderíamos dizer que até agora a força tinha sido de "atração" e agora foi de "repulsão". A partir do ponto  $P_7$  o móvel foi abandonado.

Você se convenceu que nesses intervalos de tempos iguais o vetor posição "varreu" áreas iguais? Lembre que as áreas serão as áreas "varridas" pelo barbante.

Vejam os triângulos  $A_1$  e  $A_2$  têm áreas iguais. Não é preciso medir suas áreas para saber. Eles têm mesma altura (  $CP_2$  ) e as bases iguais, pois a velocidade não mudou. Os triângulos  $A_2$  e  $A_3$  também têm áreas iguais, pois têm a base ou um lado comum (  $CP_3$  ) e alturas iguais. Essas alturas iguais são a componente da velocidade perpendicular ao "puxão" e que não mudou.

Da mesma maneira são iguais as áreas dos triângulos  $A_3$  e  $A_4$ , pois eles têm um lado comum (  $CP_4$  ) e as alturas iguais pelas mesmas razões.

O mesmo acontece com as áreas dos triângulos  $A_4$  e  $A_5$ .

Será que também são iguais as áreas dos triângulos  $A_5$  e  $A_6$ ? Agora a força ou "puxão" foi para fora. Houve uma repulsão também a partir do mesmo centro C. Também essas áreas são iguais, pois os dois triângulos têm a base comum (  $CP_6$  ) e as alturas iguais.

Portanto o segmento ( ou melhor, vetor ) que une o corpo ao centro de forças, em tempos iguais varrem áreas iguais.

Esperamos que isto tenha mostrado a você como a lei das áreas é mesmo uma lei muito geral e ampla.

Não importa a natureza ou tipo da força; não importa se a força é de atração ou de "repulsão", isto é, para

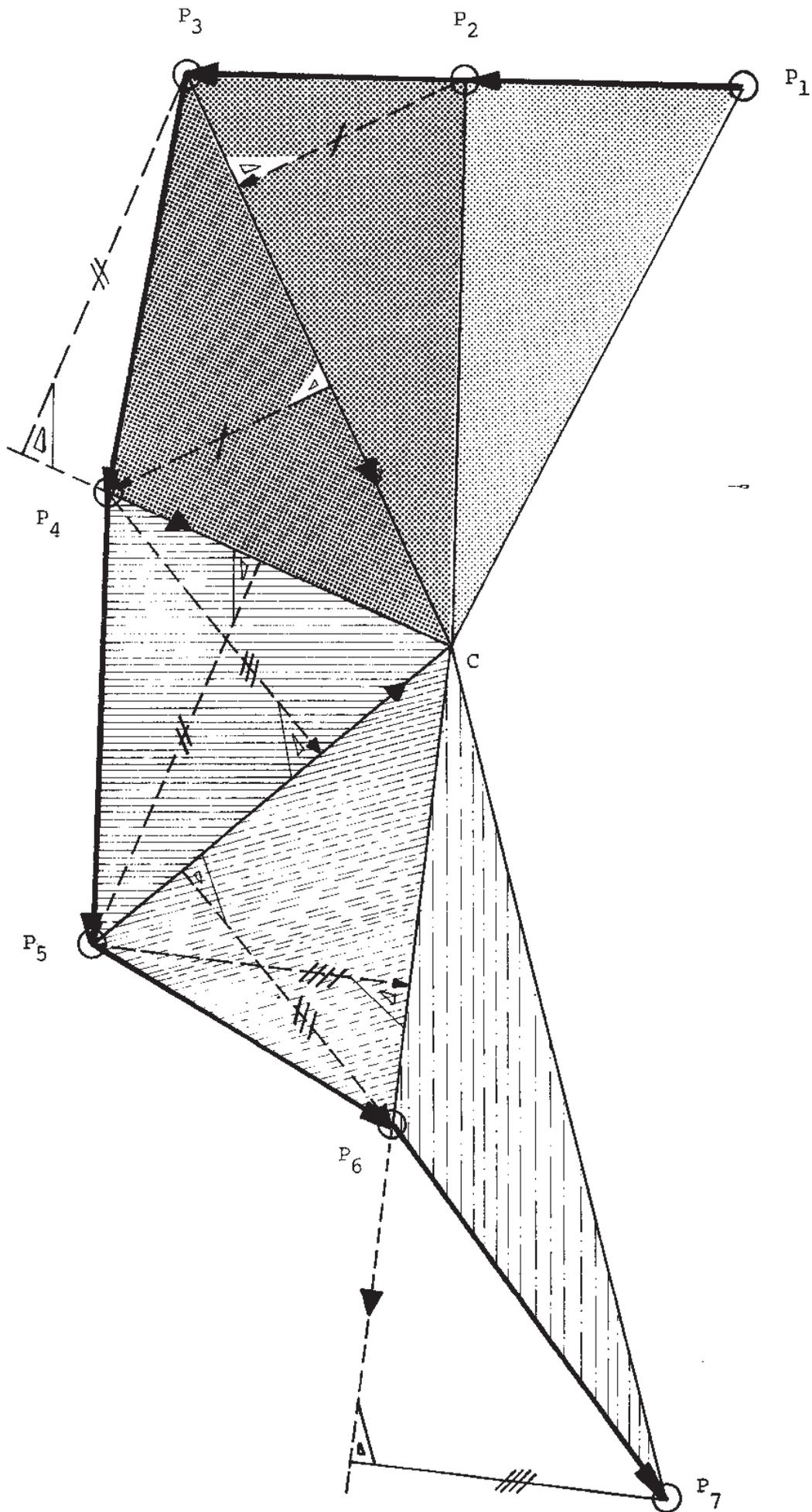


fig.2.13.

"dentro" ou para "fora" da curva.

Também não é preciso que a força seja única. Podem ser diferentes tipos de forças atuando de maneira contínua ou intermitente.

A única condição - esta é indispensável e suficiente - a força ( se foi única ) ou a resultante das forças que atuam sobre o corpo deve estar voltada sempre para um mesmo ponto, isto é, a força deve ser central.

Entendido?

Então você entendeu uma das grandes leis que regem a máquina do mundo.

Essa é uma das grandes leis de conservação que nos permitem entender e utilizar a Natureza.

#### UM POUCO MAIS AINDA

Até aqui, temos evitado dar realmente uma definição de momentum angular ou, o que é a mesma coisa, quantidade de movimento angular. Até aqui tratamos dessa lei de conservação utilizando a "lei das áreas" que é a manifestação da grande lei de conservação.

Entretanto, se você chegou até aqui, queremos que você receba um pouco mais.

Afinal, ao dizermos que quando a força que atua sobre um corpo é central a **QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR** se conserva, o que é que se conserva ou, o que é quantidade de movimento angular?

Sempre que definirmos a quantidade de movimento de um corpo, o fazemos em relação a um ponto determinado.

Imagine um certo corpo de massa  $m$  e com uma certa velocidade vetorial  $\vec{v}$ .

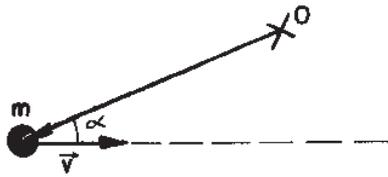


fig.2.14.

Define-se quantidade de movimento angular ou simplesmente momento angular ao produto da massa  $m$  do corpo pela sua velocidade vetorial ( $\vec{v}$ ), pelo vetor posição ( $\vec{r}$ ), pelo seno do ângulo formado pelos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{r}$

Chamando-se de  $L$  a quantidade de movimento angular e usando a linguagem sintética da matemática, repetiremos a definição.

$$L = m \vec{v} \cdot \vec{r} \cdot \text{sen } \alpha$$

Esse mesmo produto, e portanto a mesma grandeza

( $L$ ), podemos escrever de algumas maneiras um pouco diferentes para que você possa entender melhor esse conceito.

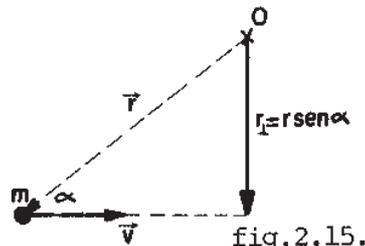


fig.2.15.

$$L = m v (r \text{ sen } \alpha) = \vec{v} \vec{r}_\perp$$

onde  $r \text{ sen } \alpha$  é  $r_\perp$  que está indicado na figura 2.15

Também poderíamos escrever:

$$L = m \vec{r} ( \vec{v} \text{ sen } \alpha ) = m \vec{r} \vec{v}_\perp$$

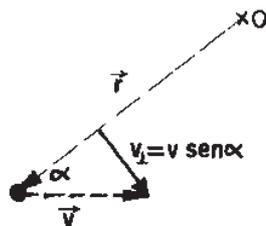
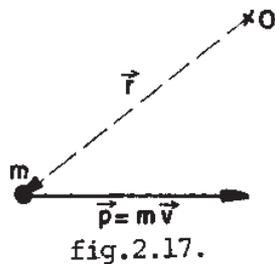


fig.2.16.

onde  $\vec{v}_\perp$  é a componente da velocidade perpendicular ao vetor posição  $\vec{r}$  como na fig. 2.16

Outra maneira de escrever seria:

$$L = (m \vec{v}) \vec{r} \operatorname{sen} \alpha = \vec{p} \vec{r} \operatorname{sen} \alpha = \vec{p} \vec{r}_{\perp}$$

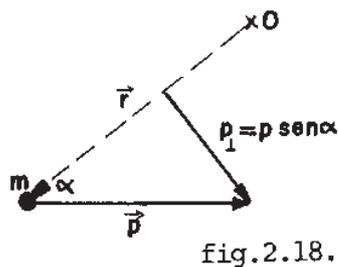


Você está lembrado que o produto  $m \vec{v}$  é a quantidade de movimento linear do corpo ( $\vec{p}$ ).

Esse produto é também um vetor e com a mesma direção e sentido do vetor velocidade.

Assim é possível escrever a expressão para  $L$  de outra forma:

$$L = (\vec{p} \operatorname{sen} \alpha) \vec{r} = \vec{p}_{\perp} \vec{r}$$



Basta olhar para a figura 2.18 e você perceberá que  $\vec{p} \operatorname{sen} \alpha$  é a componente de  $\vec{p}$  normal ao vetor posição ( $\vec{r}$ ).

Você viu então de quantas maneiras diferentes se pode exprimir a grandeza quantidade de movimento angular?

$$L = m \vec{v} \vec{r} \operatorname{sen} \alpha$$

$$L = m \vec{v} (\vec{r} \operatorname{sen} \alpha)$$

$$L = m \vec{v} \vec{r}_{\perp}$$

$$L = m \vec{r} (\vec{v} \operatorname{sen} \alpha)$$

$$L = m \vec{r} \vec{v}_{\perp}$$

$$L = \vec{p} \vec{r} \operatorname{sen} \alpha$$

$$L = \vec{p} \vec{r}_{\perp}$$

$$L = \vec{p}_{\perp} \vec{r}$$

Todas elas são equivalentes.

Você está lembrado do exemplo de lei das áreas quando um móvel descreve um movimento retilíneo e uniforme?

Considere o móvel de massa  $m$  que está animado de uma velocidade  $\vec{v}$  e cuja posição é definida em dois instantes diferentes.

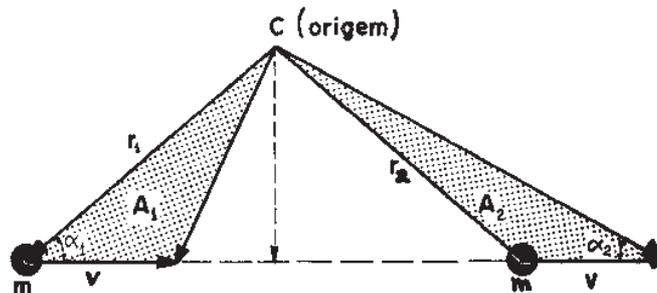


fig.2.19.

Considere as áreas  $A_1$  e  $A_2$ . Podemos dizer que

$$A_1 = \frac{1}{2} \vec{r}_1 \vec{v}_1 = \frac{1}{2} \vec{r}_1 \vec{v} \sin \alpha_1 = \frac{1}{2} \vec{v} \vec{r}_1 \sin \alpha_1 = \frac{1}{2} \vec{v} \vec{r}_1$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \vec{r}_2 \vec{v}_1 = \frac{1}{2} \vec{r}_2 \vec{v} \sin \alpha_2 = \frac{1}{2} \vec{v} \vec{r}_2 \sin \alpha_2 = \frac{1}{2} \vec{v} \vec{r}_1$$

Aplicando a definição de momento angular ou quantidade de movimento angular, na primeira posição teremos:

$$L_1 = m \vec{r}_1 \vec{v} \sin \alpha_1 = m \vec{r}_1 \vec{v}_1 = m \vec{v} \vec{r}_1 \sin \alpha_1 = m \vec{v} \vec{r}_1$$

Na segunda posição teremos

$$L_2 = m \vec{r}_2 \vec{v} \sin \alpha_2 = m \vec{r}_2 \vec{v}_1 = m \vec{v} \vec{r}_2 \sin \alpha_2 = m \vec{v} \vec{r}_1$$

Considerando que  $\vec{v}$  é constante,

$$A_1 = A_2$$

e também

$$L_1 = L_2$$

Que relação existe entre  $L$  e  $A$ ? Vejamos,

$$\frac{L}{A} = \frac{m \vec{v} \vec{r}}{\frac{1}{2} \vec{v} \vec{r}} = 2 m$$

ou

$$L = 2 m A$$

Então,  $L$  e  $A$  diferem apenas por um fator  $2 m$  que é constante.

Se  $A$  é constante, segue-se que  $L$  é constante e reciprocamente.

No caso anterior, o movimento era retilíneo e uniforme, isto é, a resultante das forças que atuam sobre o objeto é Zero.

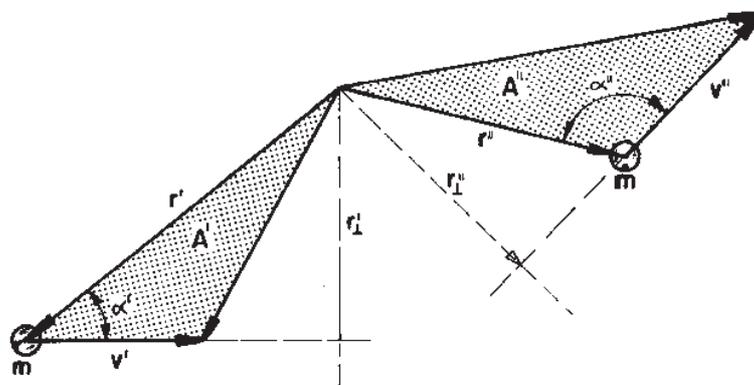


fig.2.20.

E quando atua uma força central? Já sabemos que vale a lei das áreas.

As áreas  $A'$  e  $A''$  valem respectivamente.

$$A' = \frac{1}{2} \vec{v}' \cdot \vec{r}'_{\perp} = \frac{1}{2} \vec{v}'_{\perp} \cdot \vec{r}'$$

$$A'' = \frac{1}{2} \vec{v}'' \cdot \vec{r}''_{\perp} = \frac{1}{2} \vec{v}''_{\perp} \cdot \vec{r}''$$

Como

$$A' = A''$$

segue-se que

$$\vec{v}'_{\perp} \cdot \vec{r}' = \vec{v}''_{\perp} \cdot \vec{r}''$$

Vejamos quanto vale o momento angular nos dois casos.

$$L' = m \vec{v}' \cdot \vec{r}' \operatorname{sen} \alpha' = m \vec{r}'_{\perp} \cdot \vec{v}' = m \vec{r}' \cdot \vec{v}'_{\perp}$$

e

$$L'' = m \vec{v}'' \cdot \vec{r}'' \operatorname{sen} \alpha'' = m \vec{r}''_{\perp} \cdot \vec{v}'' = m \vec{r}'' \cdot \vec{v}''_{\perp}$$

como

$$\vec{v}'_{\perp} \cdot \vec{r}' = \vec{v}''_{\perp} \cdot \vec{r}''$$

então

$$L' = L''$$

Se  $A' = A''$  segue-se que também  $L' = L''$  ou reciprocamente.

Podemos dizer que uma igualdade implica na outra. Isto é verdade desde que a força ou as forças que atuam sobre o corpo estejam sempre voltadas para o mesmo ponto. O que é também, neste caso, a origem para definir as posições do corpo.

E neste caso, isto é, na existência de forças centrais, que relação existe entre a área  $A$  e a quantidade de movimento angular  $L$ ? Vejamos:

$$\frac{L}{A} = \frac{m \vec{r} \times \vec{v}}{\frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v}} = 2m$$

ou

$$L = 2m A$$

Quer dizer que também neste caso, quanto vale a lei das áreas, vale a lei da conservação da quantidade de movimento angular.

Verificando-se que uma dessas grandezas ( $L$  ou  $A$ ) é constante, segue-se que a outra também é constante. Essas duas grandezas diferem apenas por um fator  $2m$  que é constante.

Dessas duas grandezas, não podemos dizer que uma é a causa e a outra o efeito. Admitida uma delas, segue-se a outra.

Até agora não dissemos nada sobre o tipo de grandeza que é  $L$ . Será uma grandeza **ESCALAR** ou **VETORIAL**? Você já sabe que grandezas vetoriais são as que têm as características de um VETOR, isto é, grandezas que tem módulo ( tamanho ), direção e sentido.

A grandeza  $L$  é vetorial. Tem tamanho, direção e sentido.

Vejamos porque.

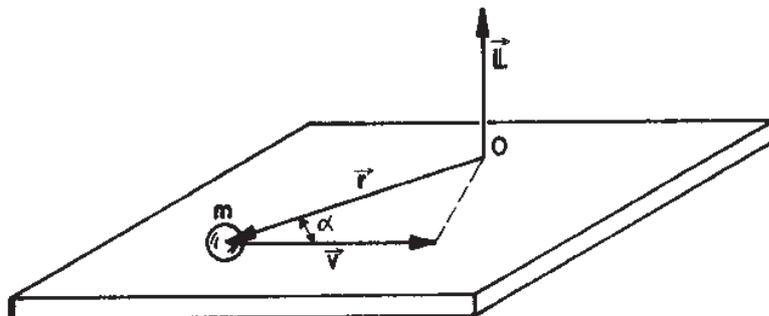


fig.2.21.

Imagine um corpo que está descrevendo um movimento retilíneo e uniforme sobre um plano, como na figura 2.21. Tanto o vetor  $\vec{v}$  como o vetor  $\vec{r}$  estão contidos no mesmo plano, o plano do movimento.

O plano do movimento fica sempre determinado pelos dois vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{r}$ .

O módulo da grandeza  $L$  é dada por

$$L = m \vec{v} \vec{r} \text{ sen } \alpha$$

ou qualquer de suas equivalentes.

Qual a direção de  $\vec{L}$ ? Perpendicular ao plano formado pelos vetores  $\vec{v}$  e  $\vec{r}$ .

Qual o sentido do vetor  $\vec{L}$ ? É o sentido conven-  
cionado pela regra da mão direita. É o sentido do polegar da mão direita quando a direção dos dedos representa a direção e o sentido do vetor velocidade. A parte da mão que une o polegar aos dedos neste caso representa o vetor posição.

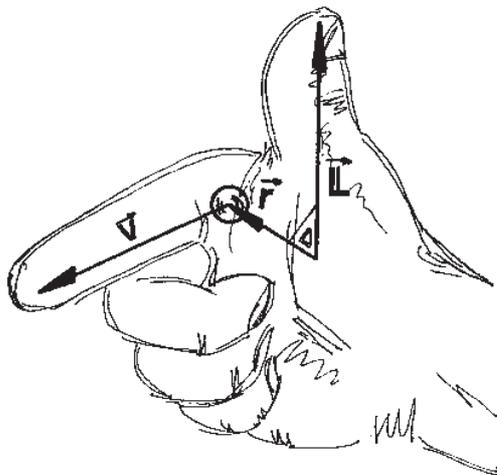


fig.2.22.

Você já viu que a quantidade de movimento angular se conserva mesmo que sobre o corpo atue uma força ( se esta é dirigida sempre para um mesmo ponto ). Portanto para alterar a quantidade de movimento angular é preciso aplicar uma força cuja direção não passe pelo ponto em relação ao qual está definida a quantidade de movimento angular.

Como será a quantidade de movimento angular de

um aro, por exemplo uma roda de bicicleta?

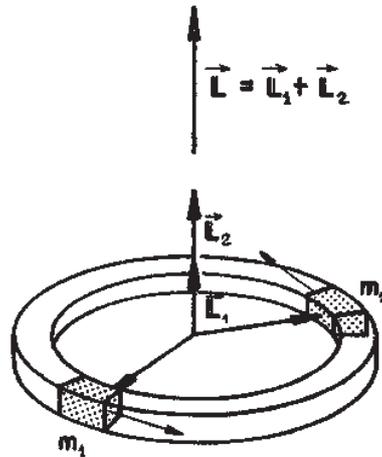


fig.2.23.

É a soma das quantidades de movimento de cada pedacinho.

Na figura estão representados dois desses pedacinhos. Os pedacinhos do aro têm quantidade de movimento angular iguais, em direção e sentido. Estes vetores (\$\vec{L}\_1\$, \$\vec{L}\_2\$) se somam.

A quantidade de movimento da roda é a soma das quantidades correspondentes a cada pedacinho.

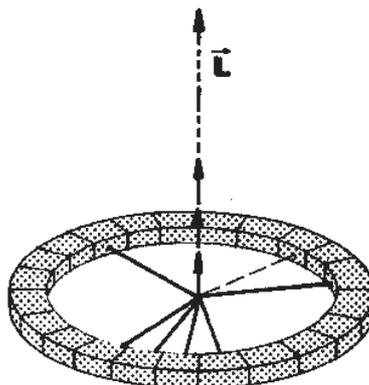


fig.2.24.

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \dots + \vec{L}_m = m_1 \vec{v} \vec{r}_1 + m_2 \vec{v} \vec{r}_1 + m_3 \vec{v} \vec{r}_1 + \dots + m_m \vec{v} \vec{r}_1$$

$$\vec{L} = (m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_m) \vec{v} \vec{r}_\perp$$

Mas

$$m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_m = M$$

isto é, a soma das massas dos pedacinhos é igual a massa total da roda M

Então:

$$\vec{L} = M \vec{v} \vec{r}_\perp = M \vec{v} \vec{r} \text{ sen } \alpha$$

pois tanto o  $\vec{v}$  como o  $\vec{r}$  são os mesmos para todos os pedacinhos. Mas  $\vec{v}$  é perpendicular a  $\vec{r}$ , logo  $\alpha = 90^\circ$  e  $\text{sen } \alpha = 1$

Portanto:

$$\vec{L} = M \vec{v} \vec{r}$$

Você já reparou que uma roda só pode ser tirada do plano em que ela gira se for aplicada uma força? Por essa razão, um disco jogado girando mantém a direção em que foi lançado. É também por essa razão que uma bicicleta não fica em pé quando parada. As rodas andando possuem um momento angular que só pode ser mudado com a aplicação de uma força. Nesse caso, essa força chama-se **TORQUE**.

É por essa mesma razão que um pião fica em pé só quando está girando muito rapidamente. É também por essa razão que o eixo da Terra mantém sua direção constante. ( Na verdade, ele gira como o eixo do pião, mas só dá uma volta cada 26.000 anos, aproximadamente ).

O caráter vetorial da quantidade de movimento angular pode ser evidenciada de modo bem visível. Se você colocar uma roda ( de carrinho ou de bicicleta ) e fazê-la girar rapidamente, você verá que terá que fazer uma força considerável para mudar a direção do eixo de rotação. Se você puser 2 rodas iguais, girando com a mesma velocidade, perceberá que terá de fazer uma força ainda maior ( o dobro ) para mudar a direção do eixo. No

entanto, se sobre o mesmo eixo as duas rodas iguais forem pos  
tas a girar em sentidos contrários, você não precisará fazer  
mais esforço do que se as rodas estivessem paradas.

Os vetores  $\vec{L}_1$  e  $\vec{L}_2$  de cada roda são de igual  
tamanho, igual direção e sentidos contrários. Eles se anulam.

## CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

### 4.3 - A CONSERVAÇÃO DA MASSA

Entre os objetos que os arqueólogos têm encontrado e que nos revelam o grande desenvolvimento atingido pelos antigos egípcios, figura a balança de braços iguais. Essa parece datar de aproximadamente 7.000 anos atrás.

- O que fariam os egípcios com balanças 5.000 anos antes da nossa era? - Muito provavelmente pesavam ouro. Eles devem ter percebido que a balança é o melhor meio de se medir a quantidade de ouro. A balança lhes permitia saber quanto ouro obteriam depois de fundir ( derreter ) as pepitas ou torná-las pó de ouro. A previsão não se alterava se as pepitas eram trituradas ou reduzidas a pó, desde que a balança ainda indicasse a mesma coisa.

Os romanos, no apogeu de seu império, usaram a balança para fins comerciais. No entanto muitos séculos se passaram antes que a balança fosse introduzida como instrumento da ciência.

Só no início da idade moderna, depois da revolução francesa, é que a balança entrou definitivamente para o campo da ciência. A introdução da balança como importante ferramenta da ciência deve-se ao grande cientista francês Antoine Lavoisier.

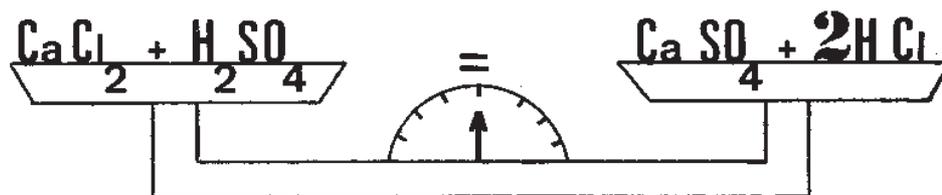
Juntamente com a balança, Lavoisier introduziu o princípio da conservação da massa: "na natureza nada se cria, nada se perde, tudo se transforma". A evidência desse princípio apareceu quando Lavoisier buscava uma solução para o problema do flogisto. Flogisto era uma "substância" de propriedades misteriosas que se acreditava ser parte constituinte de todos os corpos. Pensava-se que todos os corpos fossem constituídos de flogisto e cal. Cal ( cinza ) era o que ficava depois que os corpos perdiam o seu flogisto, isto é, depois que eram queimados. Lavoisier percebeu que, mesmo quando queimava os corpos, a massa

#### 4.3.1

não se alterava desde que todo o processo fosse mantido em um re cipiente fechado. Em recipiente aberto, os metais até aumentavam de peso quando queimados. ( Experimente queimar um "bom-bril". Depois de queimado ele pesa mais ) O metal se oxida, isto é, absor ve o oxigênio do ar. Lavoisier descobriu que o "algo" que fa zia os metais aumentarem de massa era o oxigênio.

A partir do trabalho de Lavoisier, a balança pas sou a ser sistematicamente usada pelos químicos. Isto forçou os químicos a uma nova atitude diante das reações químicas. Elas deviam então ser tomadas como re-combinações dos ingredientes presentes e combinados de outras maneiras. Em poucas décadas de pois de Lavoisier, já era geral a crença de que a massa se conser va nas reações químicas. Essa crença fez as receitas dos anti gos alquimistas evoluírem para as equações da química.

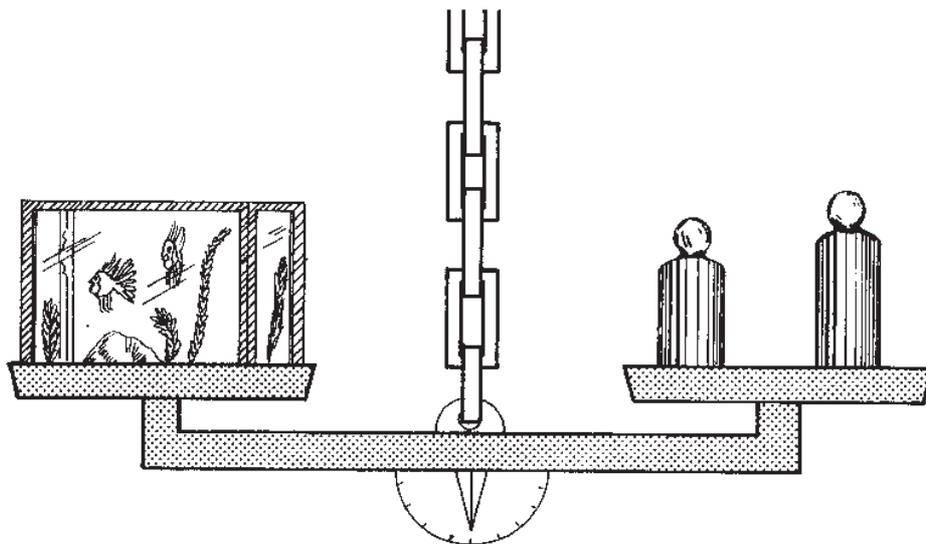
Quando você escreve uma equação química, você es tá realmente repetindo a Lei da Conservação da massa. Tudo o que está contido de um lado ( antes ) está também contido no outro lado ( depois da reação ). Os dois lados ( membros ) da equa ção podem representar os dois pratos da balança. O sinal de igual representa o fiel da balança.



Não é só nos processos da química que se conser va a massa. Também nos processos da vida ( biológicos ), que são extremamente complicados, a massa se conserva. Os processos da vida são processos também químicos e de grande complexidade. Vo cê já imaginou a complexidade das reações químicas que estão en volvidas em processos como a nutrição ou a reprodução?

Imagine o seguinte experimento. Sobre uma balan ça colocamos um aquário que se possa fechar hermeticamente, is to é, fechado à prova de gás. Dentro do aquário vamos colocar

uma "família" de peixes e o suprimento de oxigênio e alimentos para algumas semanas. Durante esse tempo, os peixes vão comer os suprimentos, vão se reproduzir e vão eliminar detritos. Quando nascer uma " ninhada " de novos peixinhos, será que a massa se conserva? - Verificamos que sim. Depois de algum tempo o suprimento de oxigênio e alimentos terminou. Os peixes grandes e pequenos morreram.



- A massa ainda é a mesma? Verificamos que sim, pois a balança continua em equilíbrio. Depois de algumas semanas os peixes já se decompuseram.

- A balança continua como no início. A massa não se alterou, mesmo com as grandes transformações ocorridas com a nutrição, respiração, excreção, nascimento, morte e decomposição. Alterando-se a maneira como os diferentes tipos de átomos ( elementos ) estavam combinados, os átomos continuam os mesmos de antes.

À medida que se foram acumulando evidências de que a matéria não se cria nem se destrói, o homem foi entendendo que todas as coisas, vivas ou não, são constituídas de um pequeno número ( 92 ) de tipos de átomos elementares. Esse fato é semelhante a uma grande variedade de tipos e tamanho de casas de uma cidade. Apesar de diferentes, as casas podem ser feitas com um pequeno número de tipos de tijolos. Poderíamos dizer que, no

Universo que conhecemos, desde as salsichas até as estrelas, passando por nós e todas as coisas, tudo é constituído de uns poucos tipos de átomos. A grande diversidade das coisas podem ser explicadas pelas diferentes maneiras em que estão combinados esses poucos tipos de átomos ( 92 elementos ). Esses tipos fundamentais de átomos é que são chamados elementos.

- Você está percebendo que toda evidência proporcionada pela balança é que nos tem levado a acreditar na conservação da massa?

- Você acha que a balança pode ser tomada como prova definitiva de que a massa não varia mesmo em nada?

- Você sabe que as balanças têm uma certa sensibilidade que varia de uma para outra. Isso quer dizer que as balanças só "tomam conhecimento" quando a variação de massa atinge um certo valor. Por exemplo, uma balança em que estão 100gramas de queijo, não se altera se sobre o queijo pousar ou levantar voo uma mosca. No entanto, a massa total, com e sem mosca, é diferente. Isso significa que a balança não é suficientemente sensível para registrar essa variação de massa. Não podemos garantir então que não existem pequeníssimas variações !

Hoje podemos afirmar que o princípio da conservação da massa prevalece até a sensibilidade de uma parte em um milhão. Isso equivale a uma variação ou é proporcional à variação de um grama em um milhão de gramas ou uma tonelada . Se existe variação na massa, ela é menor que isso. As balanças de precisão usadas nos laboratórios de pesquisa têm sensibilidade a uma parte em um milhão ou em  $10^6$ .

Você já deve ter lido ou ouvido falar de uma célebre equação introduzida pelo grande físico do século XX, Albert Einstein, um dos grandes gênios que a humanidade produziu. Essa equação é:

$$E = MC^2$$

Nessa equação E significa energia, M a massa e

C a velocidade da luz no vácuo ( 300.000 km/seg. ). Essa equação estabelece uma equivalência entre massa e energia. Isso significa então que, quando um corpo irradia energia, ele está também perdendo massa. Como C é um número muito grande, e C<sup>2</sup> muito maior, resulta que a perda de massa nos casos comuns é pequeníssima. Tão pequena que está completamente fora do alcance das balanças mais sensíveis. Essas perdas de massa só começam a ser importantes quando a quantidade de energia é brutalmente grande. Isso acontece quando se altera a estrutura interna dos átomos.

Quando se trata de radiações nucleares, a energia emitida chega a ser tão grande que é capaz de afetar a quantidade de massa. Por exemplo, reações que se passam em uma bomba atômica. Mesmo que pudéssemos juntar todos os fragmentos e gases desprendidos, não obteríamos a massa inicial. Parte considerável de massa se transforma em energia e já não pode aparecer na balança. Essa energia se espalhou em forma de luz, calor e outras radiações eletromagnéticas. Essas coisas não podem ser colocadas nos pratos de uma balança.

Toda energia que recebemos do Sol, sob forma de luz e calor também se origina de transformações da matéria em energia. Nessas reações cada quatro átomos de Hidrogênio ( H ) se juntam para formar um átomo de Hélio ( He ). No entanto, a massa de 4 átomos de H é um pouco maior que a massa de um átomo de He. Essa pequena diferença de massa transformada em energia é responsável pela tremenda quantidade de energia que o Sol irradia. Por essa razão, o Sol pode irradiar tanta energia, perdendo pouco de sua massa. Esse mesmo processo é também o que ocorre em uma bomba H.

As reações em que ocorrem variações apreciáveis de massa são muito raras em relação à nossa vida diária.

Para efeitos práticos e no uso de nossas balanças mesmo as de maior sensibilidade, a massa se conserva.

Mesmo sob as mais diversas transformações químicas e físicas que podemos realizar, a massa não se altera.

## CONSERVAÇÃO DA MASSA E POLUIÇÃO

No exemplo que examinamos, o aquário, tanto os alimentos como os seres vivos e seus detritos estavam dentro de um sistema isolado. Aí a massa do sistema não se altera.

A Terra como planeta também pode ser considerada como um sistema isolado. Apesar da exploração das jazidas ou do aumento da população, a massa total da Terra não se altera. É da Terra que o homem tem que tirar o seu suprimento. É para a Terra que tem que voltar todos os detritos, orgânicos ou industriais. Toda atividade do homem sobre o meio ambiente, no entanto, não altera a massa total, apenas pode transformá-la. Neste caso também, o princípio da conservação da massa tem sérias implicações. Felizmente, de um lado, como a matéria ( massa ) não se destrói, o homem pode transformar em alimentos a matéria orgânica que já foi utilizada e se decompôs. Tal é o caso da utilização de esterco e fezes como adubos. Infelizmente, por outro lado, a massa se conserva, mas as transformações que a massa sofre às vezes são lentas, ou difíceis e dispendiosas.

Nos últimos anos o aumento explosivo da população da Terra tem provocado um aumento, também explosivo, nas necessidades de mais alimentos e bens de consumo. Ao mesmo tempo tem aumentado numa escala muito maior a quantidade de detritos resultante de um crescimento industrial e comercial.

É absolutamente necessário transformar mais coisas em alimentos e utilidades ( lavoura e indústrias ). É também necessário aumentar e tornar mais eficiente e completa a distribuição desses bens. Acontece que na natureza nada se cria e nada se perde, tudo se transforma. Isso funciona também a nosso desfavor, isto é, contra o homem.

Nos últimos anos, o homem tem produzido muitas coisas que lhe podem ser altamente prejudiciais. Alguns exemplos dos agentes que começam a poluir de maneira alarmante o nosso meio ambiente são bem conhecidos de todos. A fuligem e os gases que resultam da combustão e processos industriais poluem

o ar que respiramos. Os produtos químicos resultantes de indústrias e uso doméstico ( detergente ) poluem os cursos d'água e acabam se concentrando no mar. O mar que poderia ser uma grande manancial de recursos já está seriamente ameaçado pela poluição. Os inseticidas, que se transformaram muito lentamente são altamente tóxicos, vão aumentando a contaminação dos cursos d'água e também chegam ao mar. Os produtos plásticos quase não se decompõem já são, em alguns países, um grande entulho que só tende a aumentar. Queimá-los polui ainda mais a atmosfera.

Tudo isso se passa sem que a massa total de planeta se altere. Se a humanidade desaparecer, fizer do seu planeta um lugar inabitável, ainda assim, a massa total se conservará. Só que aí já não estarão os homens para constatar essa trágica evidência de que a massa não se alterou, apenas se transformou.

- E qual a posição da ciência diante disso? - Poderia ficar indiferente ou neutro, o cientista ou mesmo o cidadão comum que sabe desses problemas?

Todos os problemas de maior produção de alimentos, de energia e de transportes só poderão ser resolvidos com a ciência e a tecnologia. Sabemos, entretanto, que isso não basta. Podemos também desaparecer da face da Terra por causa da ciência e da tecnologia.

É preciso que a ciência e a tecnologia sejam colocadas a serviço dos interesses da humanidade.

É da Terra, do ar e da água que deve sair a massa da qual são feitos nosso organismo e também para a terra, para o ar e para a água que têm que voltar os resíduos tanto do nosso organismo quanto de nossos objetos.

A maneira como exploramos os recursos da Terra ou a poluição que provocarmos, não modificarão a massa total do nosso planeta. Poderemos no entanto transformá-lo num lugar em que a vida, nossa ou de nossos descendentes, se torne impossível ou muito difícil.

O que podemos fazer é colocar nossa ciência e nossa tecnologia a serviço de uma transformação a favor da humanidade, mesmo mantendo constante massa de nosso "aquário", da Terra.

## CAPÍTULO 4 - LEIS DE CONSERVAÇÃO

### 4.4 - A CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

Todos os meses recebemos uma nova conta a pagar: a da luz. Nessa conta está a importância que devemos pagar pela energia elétrica que "gastamos" e que era da empresa distribuidora que "produziu" essa mesma energia.

- Será que a empresa produziu essa energia?
- Será que nós realmente gastamos a energia?

Certamente você já ouviu falar de que a energia não é produzida. E também não desaparece. Você já sabe também que energia é o de que precisamos para realizar qualquer trabalho. Os seres vivos retiram energia dos alimentos. Os motores retiram energia dos combustíveis. Sempre a realização de qualquer trabalho exige energia. Chamamos então de energia a essa coisa que nos permite realizar tarefas de qualquer tipo.

Quando levantamos ou puxamos algo, estamos utilizando a energia que ingerimos com os alimentos. Quando um motor funciona, ele está utilizando a energia que está contida no combustível. Quando o chuveiro aquece a água, estamos utilizando a energia que nos chega das usinas através dos fios.

O grande princípio da conservação da energia não foi propriamente descoberto por ninguém. Ele só se evidenciou há pouco mais de 100 anos e desde então esse princípio tem sido uma das grandes ferramentas para resolver grandes problemas na Física.

Você deve estar mais familiarizado com dois tipos de energia: a energia potencial e a energia cinética. A energia potencial é a energia armazenada ou guardada. A energia potencial mais comum com que lidamos é a energia potencial gravitacional. Esta é a energia dada pela elevação de um corpo a uma certa altura ( peso x altura = m g h ).

#### 4.4.1

O outro tipo comum de energia é a energia cinética ou energia de movimento. É a energia que o corpo tem e que depende de sua massa (  $m$  ) e de sua velocidade (  $v$  ).

Quando lançamos uma bola ou um carrinho sobre uma superfície lisa e horizontal, ele adquire um movimento retilíneo e uniforme. A velocidade sendo constante, a energia cinética se conserva.



fig. 4.1.

Quando soltamos uma bola ( ou carrinho ) de uma certa altura em uma rampa, ele transforma sua energia potencial ( de altura ) em energia cinética ( de movimento ).

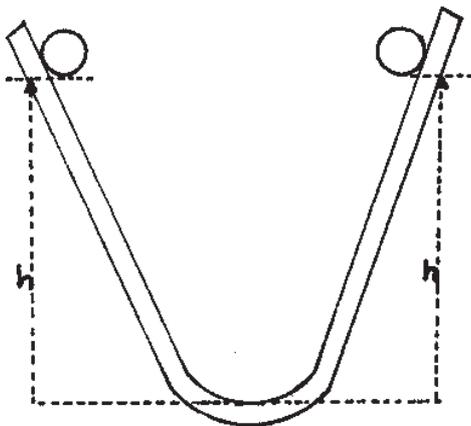


fig. 4.2.

Estando no topo da rampa, antes de começar a rolar, a bola tem uma certa energia potencial que depende de sua altura (  $h$  ).

Ao rolar, essa energia potencial vai diminuir, pois a altura vai diminuir. Enquanto isso, a velocidade vai aumentar e, portanto, a energia cinética ( de movimento ) vai aumentar.

Ao chegar ao fundo da rampa, a energia potencial do corpo será ZERO ( altura = 0 ). Nesse mes

mo ponto será máxima sua velocidade e portanto sua energia cinética. Agora as coisas se invertem. A altura começa a aumentar novamente enquanto a velocidade começa a diminuir. À medida que a energia potencial vai aumentando, a energia cinética vai diminuindo. Aqui, como no caso anterior, a energia do sistema se conserva. A energia esteve passando de potencial a cinética. A soma

das duas se mantêm constante.

Coisa semelhante ocorre quando um corpo oscila preso a uma mola ou qualquer outro corpo elástico.

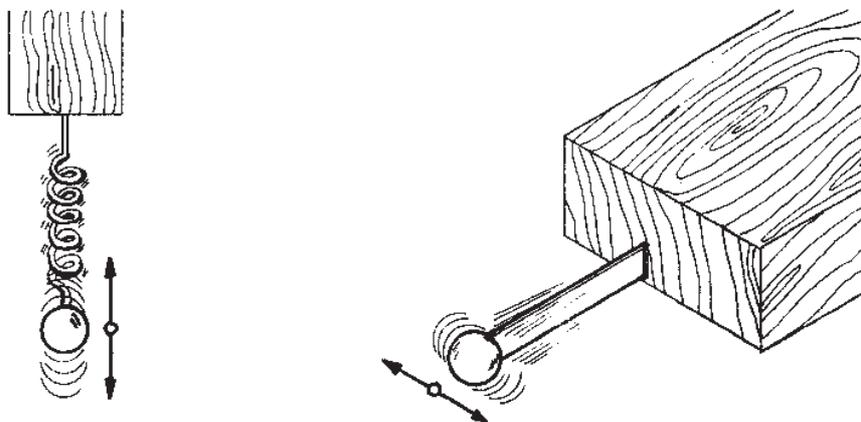


fig. 4.3.

Quando a mola estiver na sua máxima deformação, a energia potencial ( elástica ) é máxima. Nesse instante, é ZERO a velocidade e, portanto, NULA a energia cinética: o corpo para. Quando o corpo passa pela posição média, a mola ( ou elástico ) não está nem comprimida, nem distendida: sua energia potencial é ZERO. Nesse mesmo instante, a velocidade do corpo é máxima. É portanto máxima sua energia cinética. Ao chegar do lado oposto, o móvel recomeça o movimento em sentido contrário. Repetem-se as transformações de energia potencial em cinética e vice-versa.

Nessas transformações, a soma das energias potencial e cinética é constante, isto é, a energia se conserva.

Até aqui fizemos de conta que, tanto a bolinha na superfície lisa e horizontal, a bolinha na rampa ou as oscilações na mola continuassem indefinidamente. Para que a soma de energias potencial e cinética se mantivesse constante, os movimentos deveriam continuar para sempre.

- É isso que acontece?

- Sabemos que a velocidade da bolinha na superfície lisa também diminui.

- Sabemos também que a cada ida e volta as oscilações se vão tornando menores. As oscilações se vão amortecendo até parar.

Onde foi então a energia, se já não existem a energia potencial e a cinética?

Provavelmente você responda que a energia se espalhou em forma de calor.

- Mas o que é o calor?

É interessante como o calor, que já era utilizado pelo homem das cavernas, só recentemente tenha sido explicado de maneira coerente.

Foi próximo ao tempo da Revolução Francesa que apareceu a primeira teoria sobre o calor ( James Black, 1728-1799) Essa teoria imaginava o calor como um fluido. Achava-se por exemplo, que a água era uma mistura de gelo e calor.

água = gelo + calor

Os corpos se tornavam frios quando deles saía o tal fluido, o CALÓRICO. No entanto, nessa teoria havia algumas coisas que intrigavam ( Benjamin Thompson):

1. Os corpos, mesmo passando de muito quentes a muito frios, não mostravam nenhuma diferença de peso.
2. Atritando-se continuamente um corpo, continuamente ia saindo calor.
3. Mesmo depois de ter saído grande quantidade de calor de um corpo, não se alterava em nada sua constituição química.

Essas verificações feitas por Thompson enquanto observava a fabricação ( perfuração ) de canhões, levaram-no a acreditar que o calor é uma forma de movimento. Movimento não do corpo mas das partículas ( moléculas ) que constituem o corpo.

O passo definitivo para se considerar o CALOR

como uma forma de energia foi dado por JAMES PRESCOT JOULE ( pro  
nuncia-se JUL ). Joule mostrou ( não só ) que havia uma direta  
proporcionalidade entre o trabalho mecânico e a quantidade de CA  
LOR. Para isso ele realizou um experimento simples, mas muito cla  
ro e importante. Ele mediu a quantidade de calor que resultava de

uma certa quantidade de  
trabalho mecânico. Isso  
foi feito com um aparelho  
que está esquematizado ao  
lado.

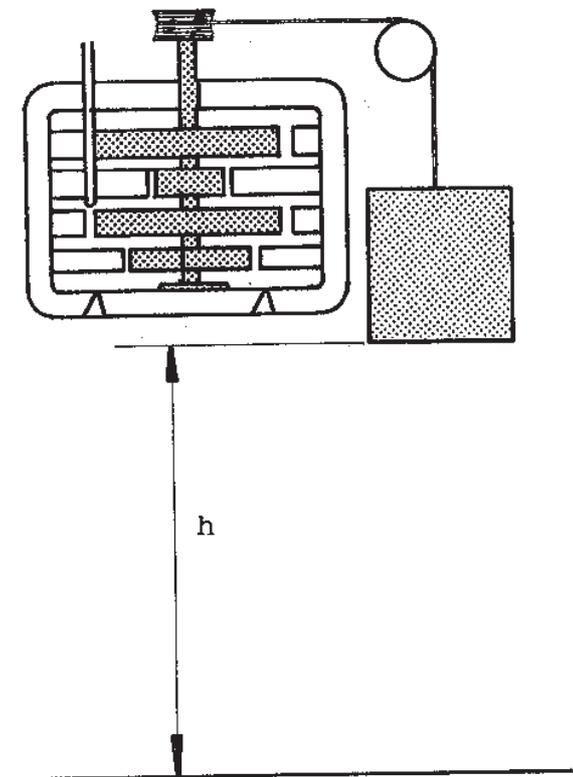


fig. 4.4.

O trabalho mecânico é rea  
lizado pelo peso que vai  
descer uma altura bem de  
terminada. Através de  
uma roldana e um agitador,  
o peso vai agitar a água  
dentro do calorímetro. Com

a agitação, a água te  
rá sua temperatura um  
pouco aumentada. Conhecen  
do a massa ( m ) de água  
e o aumento da temperatu  
ra (  $\Delta T$  ), ficamos sabem  
do quantas calorias a  
água recebeu

( 1 cal = 1 gr de água  
 $\times 1^{\circ}\text{C}$  ).

$$\text{N}^{\circ} \text{ DE CALORIAS} = \text{GRAMAS DE \u00c1GUA} \times \text{AUMENTO EM GRAUS}$$

Ou escrito de maneira mais breve

$$\Delta Q = m \times \Delta T$$

Por outro lado, é fácil saber-se o trabalho mecâ  
nico ( ou energia ) que se transformou. Esse trabalho foi realiza

do pelo peso que desceu bem devagar da altura  $h$ . É o mesmo que teremos que fazer para suspender o peso ( $P = mg$ ) na altura  $h$ . O trabalho ( $w$ ) é o produto do peso (força) pela distância ( $h$ ).

Então:

$$\text{trabalho} = \text{força} \times \text{distância}$$

$$w = f \times h$$

Supondo então que todo o trabalho mecânico tenha sido transformado em calor, sabemos qual a constante de proporcionalidade quando se transforma trabalho mecânico em calor.

O resultado foi

$$4,18 \text{ JOULE} = 1 \text{ caloria}$$

4,18 J é então a constante de proporcionalidade nas transformações de energia mecânica para calor. Isso quando se exprime o trabalho em JOULES e o calor em CALORIAS.

Sabemos também que 1 JOULE (em homenagem a esse grande homem de ciência) é o trabalho que fazemos quando exercemos uma força de 1 newton pela distância de 1 metro. Quando um joule se transforma inteiramente em calor, obtemos 0,24 calorias.

Depois de se saber que trabalho mecânico pode transformar-se em calor e vice-versa, as coisas se tornaram mais claras. A energia mecânica (potencial e cinética) que a bolinha vai perdendo na mesa, rampa ou nas oscilações pode ter sido transformada em calor. É essa aparente "perda" de energia que atribuímos ao atrito.

O papel dos lubrificantes (óleos e graxas) é diminuir a quantidade de energia mecânica que se transforma em calor. Os óleos e graxas evitam ou pelo menos diminuem o atrito mecânico.

Só depois do célebre experimento de JOULE (1843) os físicos puderam perceber que a energia se conserva.

Quando a energia desaparece da forma mecânica, ela aparece em forma de calor. Daí por diante, todas as ocasiões em que foram feitas medidas, mostraram que:

### A ENERGIA SE CONSERVA

A conservação nem sempre é evidente. Por exemplo, quando você atira um objeto com uma certa velocidade. Uma colisão ou o atrito farão o corpo parar. E a energia cinética onde foi? A energia se espalhou em forma de calor. Se você fizer as contas (  $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ joules}$  ), vai ver que é preciso "gastar" bastante energia mecânica para que o aumento da temperatura seja perceptível.

Dobre um pedaço de arame grosso, umas 10 vezes de maneira que a dobra se faça sempre no mesmo lugar do arame.

Se você dobrar sobre o mesmo lugar, a temperatura do arame poderá ter subido bastante. Poderá até queimar seu dedo. O aumento de temperatura foi grande. A energia mecânica que você dispendeu se transformou em calor numa pequena região do arame. Se ela se tivesse distribuído por alguns metros de arame, você não perceberia o aquecimento.

Será que apenas a energia mecânica se transforma em calor? Você sabe que não. Você sabe que a luz do Sol também aquece.

Todas as formas de energia são transformáveis umas nas outras. Enumere as formas de energia que você conhece. Para falar só na energia que recebemos do Sol, veja quantas transformações acontece, desde que a energia do Sol chega à Terra e faz a água ( vapor de água ) subir para a cabeceira dos rios.

A água elevada pela energia do Sol aciona as usinas hidroelétricas. A energia elétrica faz funcionar uma verdadeira multidão de tipos de transformações de energias.

Entretanto, todas essas formas de energia acabam por se "deteriorar" em calor. O calor é a forma menos organizada da energia.

Depois de se saber que o calor é constituído pelo movimento desordenado das moléculas, ficou mais simples entender as transformações da energia.

Depois de se aprender também a medir quantidade de calor  $\{ Q = m \cdot c ( t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}} ) \}$  pode-se comprovar que a energia se conserva, mesmo em processos onde ela aparentemente sumiu.

#### ATIVIDADE: ONDE VAI A ENERGIA DAS LÂMPADAS?

Nesta experiência, você utilizará como fonte luminosa uma lâmpada. A lâmpada, que é um aparelho para transformar energia elétrica em energia luminosa, tem várias características. Uma delas, que vem inscrita no seu bulbo, diz quantos watts tem a lâmpada.

Para o experimento que você vai fazer, esse dado, o número de watts que a lâmpada tem, é importante; por isso, vamos investigar o que ele quer dizer.

Você sabe que quanto mais tempo as lâmpadas ficam acesas em sua casa, mais alta vai ser a "conta da luz". Sabe, também, que quanto mais watts tiverem as lâmpadas, maior ainda será a "conta da luz", isto é, maior será o consumo de energia elétrica.

O consumo de energia elétrica, que é gasta em forma de energia luminosa, depende, então, dessas duas coisas, isto é, do tempo em que as lâmpadas ficam acesas e de quantos watts elas têm.

Um watt significa que a fonte de energia é capaz de fornecer um joule por segundo. O joule é uma medida de trabalho. Corresponde ao trabalho que você realiza quando faz uma

força de um Newton em 1 metro. Como a energia significa capacidade de realizar trabalho, esta unidade também é a usada para medir energia. Então, se você gastar um joule em um segundo você dispenseu um watt de potência.

Na nossa experiência, usamos uma lâmpada de 40 watts porque ela fornece menos potência, e assim, conseguimos um aumento de temperatura conveniente para o nosso experimento.

Quanta energia a lâmpada de 40 w vai "gastar", se ficar acesa durante 10 minutos? Essa energia se perdeu? Para onde ela foi?

A quantidade de calor que um corpo tem é uma medida da energia em forma de calor que ele possui, e é expressa em calorias. A caloria é a quantidade de calor que uma massa de água de um grama necessita para ter aumentada em um grau sua temperatura.

Essa experiência, que você vai fazer, deve ser isolada do meio circundante para que toda a energia luminosa e a energia em forma de calor que vem dela, não se espalhem. Assim, você pode fazer as medidas com mais precisão e sem influências externas. Um recipiente de isopor ( baldinho de gelo ), por exemplo, nos fornece uma boa isolamento térmica.

Você vai agora medir a quantidade de calor em que se transformou a energia luminosa da lâmpada. Para isso vai medir

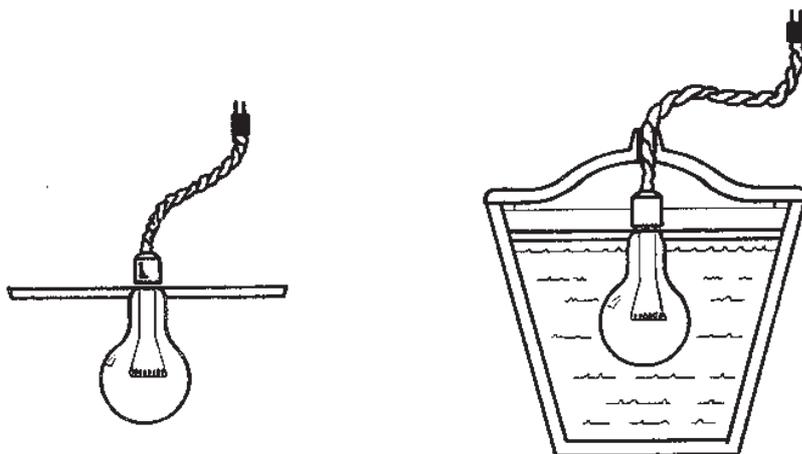


fig. 4.5

gulgá-la num certo volume de água que você colocará dentro do recipiente de isopor, como se vê na fig. 4.5. Você, então, acende a lâmpada e mede a variação de temperatura que ocorrerá com um termômetro que tem sua parte inferior mergulhado na água como mostra a fig. 4.6.

Você deve medir também o tempo em segundos durante o qual a lâmpada permanecerá acesa. Com esses dados, você pode calcular a quantidade de energia emitida pela lâmpada, e a quantidade de calor recebida pela água.

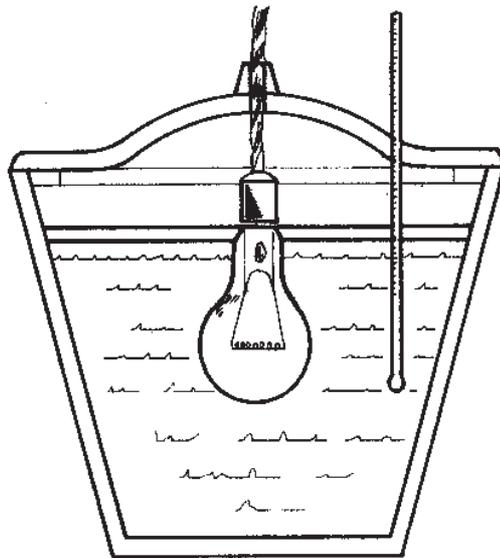


fig. 4.6

Compare os resultados dos cálculos. São iguais? Qual é a razão entre esses dois valores?

Esse número que você obtém chama-se equivalente mecânico. É uma importante constante física e quando as medidas são feitas com cuidado o valor encontrado para o equivalente mecânico é de 4,18 joules/caloria.

Você percebeu que, multiplicando o valor da energia em forma de calor pelo equivalente mecânico, você obtém a quantidade de energia em joules que a lâmpada emitiu?

## LISTA DO MATERIAL EMPREGADO

### UNIDADE II: MECÂNICA

#### Seção 1.1

papel quadriculado	5 folhas
papel log-log	5 folhas

#### Seção 1.2

papel quadriculado	5 folhas
régua de medidas	( 30 cm )

#### Seção 1.3

régua de medidas	( 30 cm )
------------------	-----------

#### Seção 1.4

Dinamômetro : - mola, elástico, lâmina de cerra ou varinha de bambu seco ( lasca )  
- palito de sorvete ou equivalente  
- barbante ( 30 cm )  
- uma tabuinha de madeira de 10 x 50 cm

carrinho de pequeno atrito ( qualquer )  
cargas ( bloquinhos de madeira ou pedaços de tijolo )  
régua de medida

#### Seção 1.5

lâmina de serra de arco  
barbante ( 3 cm )  
régua de medidas ( 30 cm )  
pote de iogurte ou equivalente  
2 batatas iguais ou massa de moldar  
pedrinhas de massas diferentes  
proveta

lata de 1 a 10 litros

tubo de plástico ou borracha ( mangueira de jardim )

### Seção 2.1

régua de medidas ( 30 cm )

### Seção 2.2

dinamômetro ( já descrito na seção 1.4 )

lápiz

carrinho ou bola de pequeno atrito ( bilher ou boliche )

### Seção 2.3

pequenos pesos ( como chumbinhos de vara de pescar )

barbante ( 2 m )

balança: cabo de vassoura ou vassoura inteira

peso conhecido conhecido ( 1 k de açúcar por exemplo )

roldana

régua de medidas ( 30 cm )

papel quadriculado ( 5 folhas )

### Seção 3.1

seringa de injeção de vidro com agulha ( 5 a 20 cc ).

gás de extintor de incêndio (  $\text{CO}_2$  )

gás de fogão

vela de iluminação

gelo

vidrinho de remédio com tampa de plástico ( 5 a 10 cc )

cola plástica

prego de grossura de um canudo de refresco

canudo de refresco transparente

termômetro ( se possível )

1 m de tubo plástico transparente ( o diâmetro de canudo de refresco

palito redondo ou barbante ( 30 cm )

álcool  
uma mecha de algodão  
lanparina  
tinta de escrever ou corante  
régua de medidas ( 30 cm )  
papel milimetrado ( 5 folhas )

### Seção 3.2

2 pedaços de 60 cm de tubo plástico transparente ( de 1 cm )  
Manômetro: - 1 "T" ou "Y" de vidro  
60 cm de tubo de borracha ( latex cirúrgico )  
suporte qualquer ( sugestão na fig. 2.3 )  
50 cm de barbante ou presilha  
garrafa de refrigerante  
1 "T" ou "Y" de vidro  
rolha furada ( para o "T" ou "Y" )  
50 cm de tubo de borracha ( latex cirúrgico )  
papel quadriculado ( 5 folhas )

### Seção 4.1

régua de medidas ( 30 cm )

### Seção 4.2

régua de medidas ( 30 cm )

### Seção 4.3

nenhum material

### Seção 4.4

1 lâmpada de 40 watts  
1 recipiente de isopor ( sugestão, fig. 4.5 )  
1 termômetro