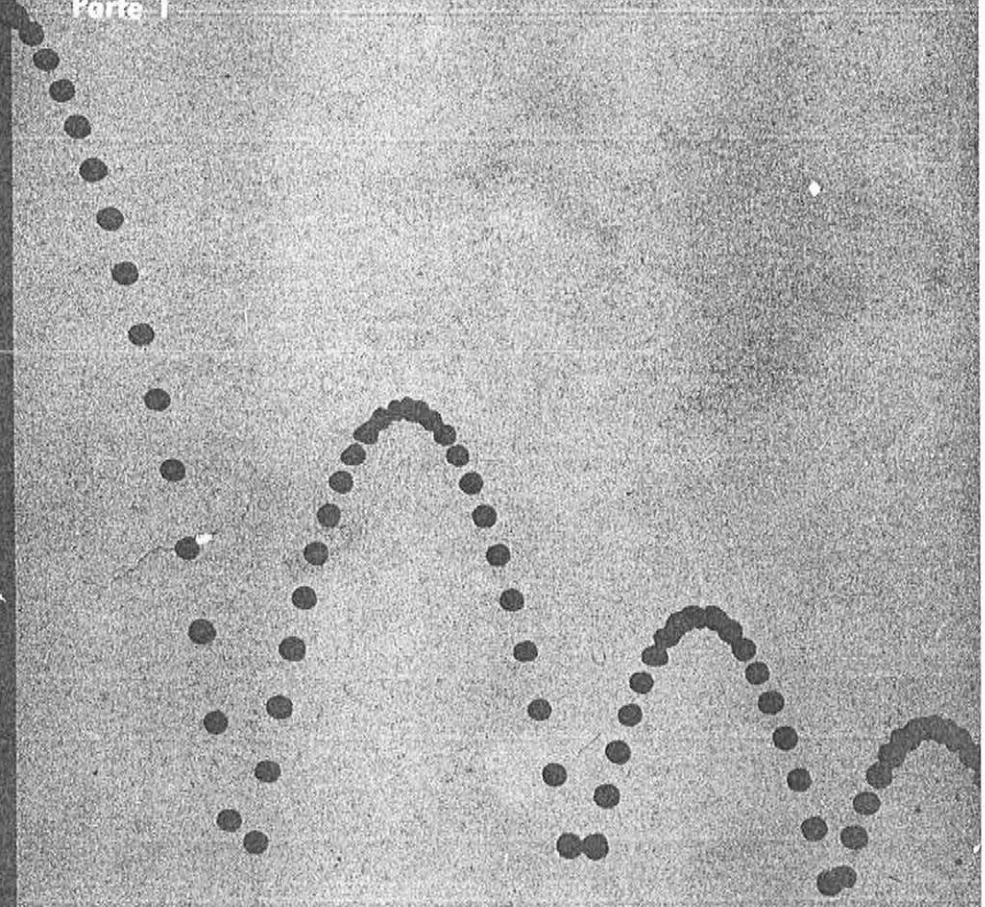
PHYSICAL SCIENCE STUDY COMMITTEE

GUIA DO PROFESSOR DE FÍSICA

Parte I



FUNDAÇÃO BRASILEIRA PARA O
DESENVOLVIMENTO DO ENSINO DE CIÊNCIAS
E
CENTRO DE TREINAMENTO
PARA PROFESSORES DE CIÊNCIAS — CECISP

G R E F
GRUPO DE REELABORAÇÃO
NO ENSINO DE FISICA

GUIA DO PROFESSOR DE FÍSICA

PSSC

Vol. I

1967

Traduzido e adaptado pelas equipes da Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências e do Centro de Treinamento de Professôres de Ciências de São Paulo

Programa conjunto de publicação de Guias de Professor da Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências e do Centro de Treinamento de Professôres de Ciências de São Paulo

Título do original: PSSC PHYSICS Teacher's Resource Book and Guide

Publicado por D.C. HEATH AND COMPANY por acôrdo com o EDUCATIONAL SERVICES INCORPORATED

Direitos de impressão, 1960, pelo EDUCATIONAL SERVICES INCORPORATED

Parte alguma dêste material protegido por êsses direitos pode ser reproduzida, sob qualquer forma, sem permissão.

Tradução autorizada, com direitos reservados para o Brasil pela FUNDAÇÃO BRASILEIRA PARA O DESENVOLVIMENTO DO ENSINO DE CIÊNCIAS

Traduzido e adaptado pelos professôres:

EIKITE TENGNOM
MOYSÉS RODRIGUES
NAIR LONGHI TENGNOM

RECONHECIMENTO

Muitos colaboram no preparo do Guia do Professor, Física PSSC. Os autores do Guia trabalharam juntamente com os que escreveram o livro de texto para alunos, e aproveitaram bastante a experiência de muitos professôres do curso secundário que têm ministrado o curso do PSSC. Assim, tantas pessoas contribuiram de várias formas, que não é possível citar adequadamente tôdas essas contribuições.

Devido à sua posição de responsabilidade para o livro de texto do PSSC, o Professor Francis L. Friedmam do "Massachusetts Institute of Technology" foi o homem chave para conseguir uma forma íntegra e substancial em todo o material do PSSC. No preparo do Guia, o Professor Friedmam foi uma fonte inesgotável de informações e conselhos.

As Notas de Laboratório dêste Guia foram preparadas pelo grupo do PSSC que trabalhou em Cambridge, Massachusetts no desenvolvimento das experiências e aparelhos de laboratório. Êste trabalho estêve sob a direção do Professor Uri Haber-Schaim do Departamento de Física do "Massachusetts Institute of Technology". Êsse grupo é citado na introdução das Notas de Laboratório dêste Guia.

A discussão geral sôbre o ensino do curso do PSSC e as soluções dos problemas (Casa, Classe e Laboratório, CCL), foram preparadas por um grupo que trabalhou na "University of Illinois". Nos primeiros estágios do trabalho, êsse grupo estêve sob a direção do Professor F. Wheeler Loomis, que, para isso, afastou-se, da Universidade. Durante os últimos estágios, o trabalho dos físicos participantes foi organizado pelo Professor Edwin L. Goldwasser do Departamento de Física da "University of Illinois".

Em anos diferentes, David Page e Kenneth B. Hunt contribuiram para o Guia, e ensinaram o curso do PSSC na "University Hight School" (com as fileiras detrás reservadas para escritores do guia) James Connel e Alice Summerbell Culbert assistiram a êsses professôres, no trabalho.

Através do desenvolvimento do Guia, o Professor Gilbert C. Finlay do "College of Education of the University of Illinois" forneceu assistência geral, edição final e ligação entre o grupo do "Massachusetts Institute of Technology" e os professôres que colaboraram no curso.

O grupo da "University of Illinois" que colaborou na redação do Guia consta dos seguintes membros:

Departamento de Física

Giulio Ascoli
Peter Axel
Edwin L. Goldwasser
Robert I. Hulsizer
Louis J. Koester
Leo S. Lavatelli
David Lazarus
F. Wheeler Loomis
Allen C. Odian
D. Geoffrey Ravenhall
Charles P. Slichter
James H. Smith

University High School

Kenneth B. Hunt
David A. Page

College of Education

Gilbert C. Finlay

INTRODUÇÃO AO GUIA DO PROFESSOR

O curso do PSSC é mais do que um livro de texto. É um conjunto coordenado de diversas fontes para o ensino da Física no curso secundário. Inclui um texto, guia de laboratório, material para laboratório, filmes correlatos, testes, e uma coleção crescente de material para leitura complementar "Science Study Series"(°). Para ajudar os professôres a se familiarizarem detalhadamente com o conteúdo e as finalidades do curso do PSSC, um certo número de Colégios e Universidades têm desenvolvido programas para professôres, baseados no material do PSSC. Um bom material pode contribuir para desenvolver um bom curso, mas o elemento mais importante de um curso do PSSC bem sucedido é o professor. Êle contribui com o trabalho indispensável para a interpretação e o esclarecimento da substância do curso. Sua apresentação pode ser dosada na medida das necessidades e habilidades de cada aluno. Sòmente êle pode fornecer, dia a dia, o estímulo e a inspiração pessoal que só pode vir de um homem competente, entusiasta e sensível aos interêsses de cada um dos alunos.

A finalidade dêste Guia é auxiliar os professôres a introduzir o material do PSSC nos programas de classe e de laboratório. Para êsse fim, o Guia fornece informações básicas e detalhadas sôbre todo o conjunto do material, faz sugestões concretas para atividades de classe e laboratório, e discute seções selecionadas do curso, num nível dirigido mais aos professôres do que aos alunos. O Guia não pretende estabelecer regras rígidas e imediatas para o ensino do curso, mas sim dar sugestões, das quais algumas serão diretamente úteis e outras estimularão o desenvolvimento de outros assuntos. A maior parte do Guia está baseada na experiência de muitos professôres, que encontraram bons métodos de apresentar o curso do PSSC. Os autôres receberão, de bom grado, sugestões de professôres que vierem a usar o Guia.

Com maiores detalhes, do modo como são encaradas pelos autôres, as funções do Guia são:

1) Colocar tópicos individuais, com realce das finalidades e do conteúdo do curso inteiro. Além do desenvolvimento do texto, é freqüentemente necessário aos professôres entenderem as razões para um argumento particular ou sequência de idéias.

2) Apresentar ao professor certos tópicos do curso num grau mais elevado do que no livro de texto para os alunos. Através de discussões que aproveitam a maturidade, experiência e treino do professor, o Guia espera ajudá-lo a poupar tempo, ganhando e aumentando a compreensão dos detalhes da estrutura e do conteúdo do curso.

3) Sugerir o uso apropriado do material correlacionado com cada parte do texto: experiências de laboratório; filmes; problemas para Casa, Classe e Laboratório; demonstrações; livros da "Science Study Series"; e ocasionalmente, outros assuntos.

4) Providenciar informações detalhadas sôbre o uso de experiências e aparelhos de laboratório. O Guia do Professor, na parte referente ao laboratório, inclui informações, finalidades e o tempo favorável para as várias experiências, respostas às perguntas formuladas no Guia de Laboratório para os alunos, e sugestões concretas para manipular o material de laboratório e desenvolver as experiências.

5) Sugerir possíveis planejamentos para o ensino do curso. Para um professor que esteja dando o curso pela primeira vez, é importante ter alguma indicação de um planejamento realístico que levará sua classe até a Parte IV, no fim do ano escolar. Para os professôres que

---

(°) NOTA: Os livros da coleção "Science Study Series", mencionados no livro texto e Guia do Professor, são editados pela EDART - SÃO PAULO, com o título de "Série Estudos de Ciência".

ensinaram o curso, os planejamentos sugeridos são de menor importância. No entanto, servem para todos como um memorando de ênfase relativa, com a qual a experiência tem mostrado, como diferentes partes do curso podem ser tratadas, a fim de conseguir tanto a integridade, como a profundidade adequada. O planejamento do curso é discutido com maiores detalhes na próxima seção, o Ensino do Curso do PSSC.

6) Apresentar soluções para os problemas das seções para Casa, Classe e Laboratório, do texto. Para os problemas que podem ser respondidos com brevidade ou numèricamente, respostas abreviadas são dadas no comêço das páginas do CCL de cada capítulo. Em seguida, soluções detalhadas são dadas para cada problema. As soluções detalhadas não tencionam, particularmente, dar indicações rápidas. Nem pretendem ser modelos para soluções dos alunos. Procuram auxiliar o professor a preparar a discussão dos problemas em classe. Por causa disso, as soluções detalhadas conduzem o problema de tal maneira que o professor possa discuti-lo em classe. Incluem muito mais "conversa" do que seria de esperar em um dever para casa de um aluno.

7) Sugerir, ocasionalmente, problemas complementares. Problemas extras podem ser usados como exercícios para casa, mas, considerando o grande número de problemas das seções de Casa, Classe e Laboratório do livro de texto, tais problemas provàvelmente são mais apropriados para teste ou discussão em classe.

O Guia é dividido em quatro partes, correspondendo às Partes I, II, III e IV do texto. Uma seção geral, Ensino do Curso do PSSC, está incluída nesta parte do Guia.

Cada parte do Guia inclui uma seção introdutória, discutindo as características importantes do conteúdo dessa Parte do curso e sugerindo planejamentos apropriados aos vários capítulos. Em seguida, cada Parte do curso é discutida, capítulo por capítulo. Cada capítulo inclui um sumário, sugestões para o planejamento das várias seções ordenadamente, e uma lista de materiais relativos àquele capítulo. Então, cada seção ou um grupo conveniente de seções é discutido. Em geral, estas discussões são organizadas em parágrafos encabeçados: FINALIDADE, ÊNFASE, CONTEÚDO, DESENVOLVIMENTO, e COMENTÁRIOS.

O ENSINO DO CURSO DO PSSC

O campo da Física tem progredido com rapidez nunca antes alcançada, durante os últimos cinquenta anos. Apesar dêsse progresso, no rápido desenvolvimento moderno, pouca atenção tem sido dada para a revisão do ensino introdutório das idéias básicas. Simplesmente atualizando estruturas de cursos já existentes, pode resultar, especialmente para um estudante que não irá se especializar nesse campo, uma coleção de idéias sem sequência que falha na finalidade de dar uma visão precisa da natureza e do papel da Física no mundo de hoje.

O Curso do PSSC tenta fornecer, num nível introdutório, uma estrutura conceitual da Física contemporânea, e mostra como o conhecimento da Física é adquirido experimentalmente e desenvolvido pela teoria física — como a teoria, por sua vez, dirige e ilumina a experimentação. O assunto não é apresentado como uma codificação estática de idéias físicas, mas como um quadro íntegro da Física contemporânea — como um modêlo da atividade intelectual do homem, humana e, portanto, falível como na finalidade de inquirição.

O conteúdo do curso do PSSC tem sido escolhido, não sòmente para "cobrir" a Física, mas para mostrar a disposição do seu campo. O curso não abrange tantos tópicos como alguns cursos, mas os tópicos que foram selecionados são explorados mais plenamente do que em outros cursos de iniciação. A norma envolvida no curso é tal que, o primeiro trabalho é pensado em têrmos da compreensão de todo o conjunto. Esta é uma norma na qual as idéias centrais se sucedem, cada vez sendo levadas adiante numa síntese maior de idéias. É uma norma que, como uma alternativa para uma afirmação autoritária de princípios, seguida de ilustração ou exemplo, funciona como fenômeno para a teoria. A análise freqüente de experiências no texto e nos filmes e o trabalho de laboratório, cuidadosamente integrado, esforçam-se em dar sentido às leis físicas e teorias e ao entendimento de como são formuladas.

Êsse modo de encarar a Física do curso secundário foi levado a efeito com a convicção de que é apropriado, tanto para estudantes que esperam continuar em Física ou outras ciências, como para estudantes que não terão contato direto com a Física futuramente. Aquêles que têm trabalhado no curso do PSSC seriam os últimos a alegar que êste é o único modo satisfatório de encarar a Física do curso secundário. O curso é simplesmente oferecido como uma maneira apropriada aos requisitos da educação em ciência, para os nossos tempos.

Introduzindo um Novo Curso.

Dentre os muitos detalhes que devem ser levados em conta ao iniciar um novo curso, é, às vêzes, fácil esquecer a importância de pôr a par da natureza geral do novo trabalho os pais, outros membros da Faculdade e o corpo discente em geral.

Muitos professôres acharam útil, logo no comêço do semestre, convidar os pais dos alunos para uma reunião extra-curricular para a discussão das finalidades e natureza do novo curso. Além da discussão geral, você poderia apresentar com uma demonstração bem escolhida ou duas, como o trabalho de laboratório se enquadra no conjunto. Se fôr viável, poderá projetar um dos filmes e mostrar como êle se enquadra no curso.

Alguns professôres arrumaram programas similares durante o almôço ou após as aulas para alunos e professôres. Freqüentemente têm pedido aos estudantes de Física para participar em demonstrações de trabalho de laboratório.

O melhor para iniciar os alunos é "arregaçar as mangas" e entrar diretamente no assunto. Muita conversa geral sôbre o que é esperado e a respeito da natureza do curso será de pouco

resultado. Para um conhecimento preliminar, você poderia sugerir aos alunos que lêssem o prefácio do texto.

Provàvelmente, alguns alunos acharão o curso e seu material bem diferente do que êles esperavam. Os que estiverem acostumados a uma introdução impositiva à ciência ficarão bastante chocados. Sua percepção em discriminar tais reações e o manuseio delas será importante. Com alguns alunos, você terá que dedicar-se bastante, a fim de fazê-los ver a satisfação de estudar e trabalhar para entender, ao invés de seguir um sumário catalogado do "assunto". O trabalho de laboratório, desde o início, pode ajudar nesse assunto.

Usando o Texto.

Quando um aluno lê ou estuda o texto para seguir uma linha de pensamento, de preferência a tomar conclusões dos fatos, o texto é um instrumento poderoso de ensino. Seu cuidado ao passar do fenômeno concreto ao conceito abstrato servirá freqüentemente ao aluno cuidadoso, sem muita discussão explicativa. O que esperamos combater é uma tentativa do aluno em percorrer ligeiramente (ou passar por cima) o texto, acreditando que o professor o desenvolverá totalmente na classe. Quando os seus alunos vierem para a aula, tendo estudado o texto para maior argumento, com tais detalhes consistentes que foram capazes de apreender, você estará pronto a desenvolver o assunto. Estará em posição de desenvolver o raciocínio, de preferência a discutir uma parte específica do assunto.

Uso dos Problemas para Casa, Classe e Laboratório.

Se os seus alunos usarem o texto na disposição indicada acima, você será capaz de empregar um tempo apreciável da aula, analizando problemas. Isto o ajudará a desfazer as dúvidas, a sintetizar as idéias pertinentes e alargar a sua aplicabilidade.

Em geral, as seções para Casa, Classe e Laboratório do texto incluem, consideràvelmente, mais problemas do que um professor possa usar com qualquer classe. Para dar alguma orientação na seleção de problemas, o Guia freqüentemente indica os problemas que são considerados como estando entre aquêles que são mais instrutivos.

A ordem, na qual os problemas aparecem nas seções para Casa, Classe e Laboratório do texto, foi escolhida com cuidado considerável. Enquanto a ordem em geral segue o desenvolvimento conceitual do capítulo, algumas vêzes problemas fáceis foram inseridos antes de seu lugar "lógico", para conduzir a novas idéias. Às vêzes, problemas, que tòpicamente estão relacionados a partes anteriores de um capítulo, são colocados no fim de uma série de problemas. Uma razão para isso é que o problema é de certa complexidade e será melhor um pouco mais de maturidade com as idéias. Às vêzes, é porque o problema é particularmente valioso para sintetizar, e juntar o trabalho de um capítulo.

Na seção sumário de cada capítulo, o Guia inclui tabelas (repetidas no comêço do CCL) que indicam as seções às quais os vários problemas estão conceitualmente relacionados. As tabelas também classificam os problemas de acôrdo com seu suposto nível de dificuldade e identificam os que são particularmente indicados para discussão em classe.

Duas questões na resolução dos problemas aparecem, tão freqüentemente, que merecem ser comentadas neste ponto. Estas questões relacionam com o uso de algarismos significativos e no trato de unidades ao resolver um problema.

Algarismos significativos são discutidos no Capítulo 3 da Parte I. Os autôres do texto e do Guia acham que grande ênfase não é justificada, no desenvolvimento em classe, dêsse assunto. A intenção principal da apresentação é demonstrar aos alunos, por exemplo, que a densidade de um objeto que tem uma massa de 7,5 gramas e um volume de 3,3 centímetros cúbicos pode ser especificada significativamente como sendo 2,3 gramas por centímetro cúbico. Não há nenhuma significação em prosseguir na longa divisão para ter 2,2727... g/cm^3. Se esta idéia fôr transmitida com sucesso para os alunos, isto é tudo que se quer. Um curso introdutório não é certamente oportuno para desenvolver a teoria dos êrros. Nem o rigor deveria ser atribuído a qualquer dos algarismos significativos aceitáveis, nenhum dos quais é exatamente certo. Procure não "perder de vista a floresta por causa das árvores". Use os algarismos significativos sòmente como êles são entendidos — ajudar os alunos a

achar uma razão para o corte de suas computações aritméticas, num lugar razoável.

Ao apresentar as soluções dos problemas do CCL, os autôres do Guia procuraram mantê-las consistentes com a prática dos algarismos significativos. Se o enunciado de um problema der, por exemplo, a massa de um objeto como 3 gramas, entende-se, como razoável, que êste é um número exato e não o resultado de uma medida que é limitada pela precisão de um algarismo significativo.

Muitas perguntas são formuladas a respeito do trato explícito das dimensões, ao resolver um problema.

Por exemplo, suponha que queiramos saber o número de átomos em um centímetro cúbico de uma substância. Os dados podem ser os seguintes:

N = Número de Avogadro = $6{,}0 \times 10^{23}$ átomos /mol
A = Massa atômica = 200 gramas /mol
D = Densidade = 20 gramas /cm³

O problema poderia ser resolvido, escrevendo-se:

$$n = \frac{ND}{A} = \frac{6{,}0 \times 10^{23} \times 20}{200} = 6 \times 10^{22} \text{ átomos /cm}^3$$

Alguns professôres preferem:

$$n = \frac{ND}{A} = \frac{6{,}0 \times 10^{23} \text{ átomos/mol} \times 20 \text{ g/cm}^3}{200 \text{ g/mol}} = 6{,}0 \times 10^{22} \text{ átomos /cm}^3$$

O último procedimento é, certamente, o mais rigoroso dos dois. Além disso, seguindo realmente pelo cancelamento dimensional, um aluno pode verificar se colocou os números apropriados no numerador e no denominador. Êste é um instrumento útil nas fases iniciais do estudo de uma nova relação e que cada aluno deveria aprender para usar, *quando* dêle *necessitar*. No entanto, os autôres acham que o momento apropriado para preocupar um aluno em poupar trabalho, numa sequência explícita de dimensões, é quando esta sequência o coloca em dificuldade. Por exemplo, quando um aluno ao fazer o problema acima, escrever:

$$n = \frac{NA}{D} = \frac{6{,}0 \times 10^{23} \times 200}{20} = 6{,}0 \times 10^{24} \frac{\text{átomos}}{\text{cm}^3},$$

êste é o momento de corrigir tal procedimento. Insistir em escrever tôdas as dimensões, bem depois de um aluno entender claramente o que êle estiver fazendo, pode levar a diminuir o entusiasmo que freqüentemente acompanha o recém adquirido poder de resolver problemas quantitativos.

Usando o Laboratório.

O Laboratório pode fornecer contribuições decisivas e únicas para o sucesso do curso. Em certas partes do curso, o laboratório deveria levar o principal encargo de desenvolver o assunto. Para um resumo sôbre o papel do laboratório no Curso do PSSC, e para sugestões gerais sôbre o contrôle do trabalho de laboratório, veja a introdução ao Guia do Professor nas Notas de Laboratório.

Filmes.

Ao planejar os filmes do PSSC, atenção cuidadosa foi dada às finalidades e estrutura do curso como um todo e ao desenvolvimento relativo dos tópicos, no texto e no laboratório.

Enquanto muitas experiências são mostradas nos filmes, raramente são incluídas as experiências que podem ou deveriam ser feitas em laboratório. Tais experiências são sòmente incluídas onde são necessárias à lógica do filme. Em tais casos, são usualmente feitas com brevidade e alusivamente. Alguns filmes incluem experiências adaptáveis ao laboratório da escola, mas feitas com aparelhagem complicada; em tais casos, o filme tem a finalidade de ajudar a associar as idéias e, naturalmente, deve ser mostrado ao aluno depois dêle ter feito o trabalho de laboratório.

Por causa da estreita correlação entre os filmes, texto e laboratório, é extremamente importante o planejamento apropriado à projeção dos filmes. O Guia dará sugestões para ajudá-lo a encontrar êstes problemas de planejamento urgente.

Os filmes não têm a intenção de usurpar a função do professor. As várias finalidades gerais que têm — introduzir um assunto, provi-

denciar dados através de uma experiência difícil para os alunos realizarem, ajudar a sintetizar um assunto — são tôdas intencionadas a fornecer elementos para o professor e a classe. Dirigindo atenção às idéias fundamentais que têm a intenção de auxiliar, os professôres vêem que sua classe desenvolve uma visão apropriada.

Além do seu conteúdo, os filmes têm a intenção de mostrar cientistas reais em ação, apresentando-os não como intelectuais desmaterializados, mas como sêres humanos normais, ativos e ocasionalmente falíveis, que lidam com problemas reais, tirando satisfação e, às vêzes, emoções do seu trabalho. Dêsse modo quase implícito, os filmes tentam mostrar a natureza do cientista e o procedimento científico.

Finalmente, os filmes são escrupulosamente honestos. Experiências realizadas foram levadas a efeito cuidadosamente e são, precisamente, relatadas. Os filmes não procuram iludir com falsas aparências; são sinceramente filmes de ensino.

Testes

Dez testes de verificação, dois para cada uma das quatro partes do Curso, e dois testes extensivos à primeira e segunda partes do curso foram preparados com a cooperação do "Educational Testing Service". Êstes são testes objetivos. Por causa de sua ênfase na aplicação do conhecimento, ao invés de recordação de fatos, os testes são viáveis, tanto como meios de ensino como para fins de teste. A discussão dos testes em classe, seguindo sua conclusão e anotação, pode ser uma técnica útil de ensino.

Embora êstes testes possam contribuir para a avaliação do progresso do aluno, não têm a intenção de ser um critério exclusivo de julgar o aproveitamento do aluno. Para esta finalidade, os testes deveriam ser suplementados pelo professor — procedimentos inventados para a consideração de vários outros aspectos do trabalho do aluno — como trabalho de casa e laboratório. Para exames, a maioria dos professôres quererá suplementar êsses testes com suas questões próprias.

Leitura Complementar (the Science Study Series)

"The Science Study Series oferece aos alunos e ao público em geral o trabalho de autôres distinguidos nos tópicos mais ativos e fundamentais da Física, desde as menores partículas conhecidas ao universo todo. Alguns dêsses livros falam do papel da Física no mundo do homem, sua tecnologia e civilização. Outros são por natureza biográficos, contando histórias fascinantes dos grandes descobridores e de suas descobertas. Todos os autôres foram selecionados tanto por seus conhecimentos nos campos que discutem, como por sua habilidade em comunicar seu conhecimento especial e seus próprios pontos de vista de um modo interessante. A finalidade principal dêsses livros é a de fornecer uma visão da Física ao alcance do jovem aluno ou do leigo. Pretende-se que muitos dêsses livros estimulem o leitor a fazer suas próprias investigações dos fenômenos naturais." °

"The Science Study Series" está sendo desenvolvida para fornecer material suplementar para estudantes de Física no curso secundário, assim como fornecer material de ciência para alunos e leigos. Até agora, onze livros foram publicados, cêrca de mais sessenta estão em fase de preparação e outros mais estão planejados.

Ao desenvolver os livros da "The Science Study Series", o PSSC não os incluiu como partes formais do Curso. No entanto, serão fontes valiosas para qualquer professor secundário de Física. Você terá muitas ocasiões de fazer os alunos recorrerem a livros apropriados. Uma série dêsses livros é valiosa para a sua aula e para a biblioteca da escola. Os professôres de sua escola encontrarão nesses livros uma fonte útil para a orientação de estudantes em ciências.

Informações Publicadas sôbre o PSSC.

Para professôres que estejam interessados em ler algumas das informações publicadas e comentários sôbre o curso do PSSC, eis uma lista de fontes.

Physics Today, "Physical Science Committee, A Planning Conference Report" Vol. 10, N.º 3, 28-29, março, 1957.

Êsse artigo relata os procedimentos da conferência de planejamento de Dezembro de 1956, de cinqüenta membros que inicialmente esboçaram os planos de trabalho do PSSC.

° Citado da introdução de cada volume da "Science Study Series".

The Science Teacher, 24:316-327. Novembro de 1957, Elbert P. Little, "From these Beginnings..." Francis L. Friedman, "A Blueprint..." Jerrold R. Zacharias, "Into the Laboratory..." Gilbert C. Finlay, "What Are the Questions?"

Êsses artigos foram preparados quase no fim do verão de 1957, logo após o primeiro grande grupo de físicos, professôres e outros especialistas ter começado um trabalho intensivo de preparação de materiais, antes de serem usados em qualquer escola. Os artigos descrevem os fundamentos e finalidades do trabalho da Comissão.

Physical Science Study Committee "First Annual Report of the Physical Science Study Committee", The Committee, 1958, 42 p.

Essa publicação está esgotada, mas muitas foram distribuídas a professôras e escolas. O artigo descrevia o trabalho da comissão desde seu comêço até 1958. "A Symposium: The Physical Science Study Committee". *Harvard Educational Review*, 29:1-36. Inverno de 1959.

Êsses artigos fornecem comentário a respeito do trabalho do PSSC, tanto pelos membros da Comissão, como por outros.

Gilbert C. Finlay e Frederick L. Ferris Jr., "Physical Science Study Committee: A Status Report and an Achievement Test Report "*The Science Teacher*, 26:574-581, dezembro de 1959.

Êstes artigos descrevem o trabalho da Comissão, entre Setembro de 1957 e Setembro de 1959, e relatam os resultados do programa de testes, levado a efeito com alunos do curso secundário que estudaram o Curso do PSSC em 1958-59. Um rápido resumo é dado sôbre as opiniões dos professôres que lecionaram o Curso.

Gilbert C. Finlay "Secondary School Physics: The Physical Science Study Committee", *The American Journal of Physics*, 28:286-293, Março de 1960.

O conteúdo do Curso do PSSC é esboçado com alguns detalhes. Exemplos de trabalho de laboratório e filmes são descritos, a fim de mostrar como essas partes do Curso estão integradas com o texto.

Frederick L. Ferris Jr. "Testing for Physics Achievement", *The American Journal of Physics*, 28: 269-278, Março, de 1960.

Apesar de não lidar especìficamente com o programa do PSSC, êsse artigo inclui muitas ilustrações tiradas do programa de aplicação de testes do PSSC, e reflete os pontos de vista anteriores ao desenvolvimento dos testes do PSSC. Educational Services, Incorporated, "1959 Progress Report", The Corporation, 1959, 47 p.

Êsse artigo descreve o trabalho do PSSC durante o ano de 1959.

Planejando o Curso.

Devido ao fato de que o texto, o laboratório e os filmes são de natureza investigadora e indagadora; e porque o tema principal do curso é encontrado nas idéias fundamentais que unem uma grande escala de fenômenos físicos em um quadro íntegro, o curso fornece muitas tentações para os alunos (e professôres) irem além do material apresentado, tanto em profundidade como em extensão.

Se um professor compartilhar do objetivo dos autôres em transmitir um sentido do alcance e do poder das idéias físicas fundamentais, êle quererá planejar seu curso de maneira que possa passar bastante tempo nos últimos capítulos da Parte IV, a fim de mostrar o alcance dessas idéias até a estrutura íntima do átomo. Enquanto o prolongamento do curso é uma tentação, o tratamento super-extensivo do material anterior forçará um sacrifício no final do curso. Devem ser encontrados meios de preservar o espírito de inquirição, sem responder cada convite com uma divagação. Uma das intenções do Guia é destacar isso o mais claramente possível, principalmente em benefício de novos professôres.

Ao planejar e ensinar o Curso do PSSC, a maioria dos "acêrtos" que podem ser feitos para acomodar um plano específico deve vir de mudanças em profundidade de tratamento. Isso porque o material do curso foi selecionado e organizado, de maneira a se constituir num quadro integrado. Se o curso fôsse constituído de unidades fracamente ligadas, seria fácil selecionar um número apropriado para se adaptar em um planejamento particular. Mas êste não é o caso. O curso forma, cuidadosamente, novas idéias no contexto do material precedente. Esta continuidade é uma das principais virtudes pedagógicas do curso, logo, significa que a compreensão das últimas partes seria sòmente superficial sem a base do material precedente. Desta maneira, para o professor que necessita adaptar o curso a um pequeno pla-

nejamento, pode ser poupado tempo, com uma ou duas exceções, sòmente pelo contrôle da profundidade com a qual certos tópicos são tratados.

Para ajudar o professor a evitar a frustração de encontrar-se no meio da Parte III, no início de junho, o Guia tem a pretensão de sugerir uma série de planejamentos bem detalhados. Êsses não são dados com o pensamento de serem os únicos possíveis. Òbviamente, as decisões finais sôbre planejamentos devem ser do professor. As sugestões de planejamentos são feitas, acreditando-se que êles serão úteis como guia geral.

A fim de dar números num plano sugerido, certas suposições são necessárias a respeito do tempo de aula disponível. Isso pode variar de cinco períodos de 45 minutos por semana, para um ano escolar de 35 semanas ou sete períodos de 55 minutos por semana, para um curso de 54 semanas (um ano e meio). Devido às grandes variações de um lugar para outro, no planejamento, não é possível fazer-se recomendações precisas. Dois planejamentos diferentes são sugeridos. Um dêles é para uma divisão relativa do tempo que é consistente com o curso inteiro, dado em um ano. O mais longo está incluído para sugerir as partes do curso que poderiam ser desenvolvidas mais proveitosamente, se o tempo fôsse maior. Cada professor deve conciliar a ênfase sugerida e seu próprio tempo de ensino.

Os planejamentos sugeridos não incluem os dez ou quinze dias que certos professôres usarão para dar e discutir os testes. Nem êles prevêem os dias em que sua aula é cancelada ou em que o seu período é encurtado por outros acontecimentos!

É de se notar que o menor planejamento dará cêrca de 6 ½ semanas para a Parte I e 9 semanas para cada uma das outras Partes. Êsse total de semanas é menor do que os fornecidos por muitos períodos escolares. Isso foi feito para dar lugar a algumas interrupções que freqüentemente se dão durante o tempo de aula, testes, e a inevitabilidade de certos "deslizes", ao se apegar ao planejamento.

Aderir a tal plano será particularmente difícil na Parte I. No entanto, a maioria dos professôres, que têm lecionado o curso e chegam ao término do ano com suficiente tempo para darem as últimas partes do curso, relatam que, da próxima vez, tentarão gastar menos tempo na Parte I.

* PLANEJAMENTOS SUGERIDOS PARA O CURSO

Assunto Principal	Texto Relativo	Planejamento de 36 semanas (semanas)	Planejamento de 54 semanas (semanas)
Tempo, Espaço, Funções	Parte I, Caps. 1-4	2,5	3
Cinemática	Parte I, Caps. 5-6	2,5	3
Matéria	Parte I, Caps. 7-10	1,5	4
Total	Parte I	6,5	10
Óptica Geométrica	Parte II, Caps. 11-15	4,5	7
Ondas	Parte II, Caps. 16-19	4,5	7
Total	Parte II	9	14
Movimento e Gravitação	Parte III, Caps. 20-22	3,5	6,5
Quantidade de Movimento	Parte III, Cap. 23	2	3
Energia	Parte III, Caps. 24-26	3,5	5,5
Total	Parte III	9	15
Eletricidade e Magnetismo	Parte IV, Caps. 27-31	4	8
Estrutura Atômica	Parte IV, Caps. 32-34	5	7
Total	Parte IV	9	15

* Nota dos tradutores. Êste e os demais planejamentos apresentados neste Guia foram traduzidos de acôrdo com o original e referem-se ao ensino nos E.U.A.

A Parte I, tanto quanto introduz algumas das idéias fundamentais que irão ser usadas e reusadas durante o curso, demarca o amplo domínio da Física. Com êsse propósito, poderia ser fàcilmente o assunto de um estudo de meio ano. No entanto, não se pretende que a Parte I seja elaborada extensivamente. Enquanto você quiser procurar facilidade quantitativa em certos pontos (o Guia dará algumas sugestões), em muitos outros pontos, será desejável simplesmente ter-se as idéias implantadas, tornando-as razoáveis, deixando-as maturar e adiando-as para as últimas Partes. Além disso, alguns assuntos da Parte I, apesar de terem suporte quantitativo, podem ser tratados qualitativamente num curso secundário. Um professor em seu primeiro ano de ensino do PSSC, especialmente, deverá seguir o planejamento mais aproximado possível dos sugeridos, enquanto estiver de acôrdo com sua própria satisfação e dos seus alunos, com o grau de progresso da classe e a profundidade da compreensão. Muitos professôres têm ensinado o curso para tornar claro que êsses fatôres variam largamente de uma classe para outra, e podem ser fortemente influenciados pelo professor.

ÍNDICE

Introdução À Parte I 1

CAPÍTULOS

1 — Que é Física 3
2 — Tempo e Sua Medição 6
3 — Espaço e Sua Medição 20
4 — Funções e Escalas 41
5 — Movimento ao Longo de Uma Trajetória 61
6 — Vetores 95
7 — Massa, Elementos e Átomos 124
8 — Átomos e Moléculas 148
9 — A Natureza de Um Gás 162
10 — Mensuração 180

APÊNDICES

1 — Aceleração no Movimento Circular 186
2 — Notas Suplementares Sôbre a Física Nuclear 193

LABORATÓRIO — EXPERIÊNCIAS

Guia do Professor para Experiências de Laboratório 196
I — 1 Pequenos Intervalos de Tempo 198
I — 2 Grandes Distâncias 200
I — 3 Pequenas Distâncias 202
I — 4 Análise de Uma Experiência 203
I — 5 Movimento: Velocidade e Aceleração 206
I — 6 Pequenas Massas 208
I — 7 Espectros de Elementos 208
I — 8 Camadas Moleculares 210
I — 9 Escala Natural de Temperatura 211

INTRODUÇÃO À PARTE I

A Parte I é uma introdução geral às idéias físicas fundamentais de tempo, espaço e matéria. Neste estágio introdutório, essas idéias não são atingidas profundamente, mas *estamos* interessados em que os alunos comecem a entender o processo de inquirir em Física. Não devem aprender sòmente os resultados de medidas (essas devem ser revistas quando a ocasião o requeira), mas como a medida, associada à instrumentação e à Matemática, estende nossa capacidade para entender o mundo físico. Para essa finalidade, apesar do laboratório associado à Parte I ser fácil, é de grande importância. Essas características também são acentuadas nos filmes da Parte I. Êste tema não requer repetição freqüente, mas a compreensão e satisfação que os alunos conseguem desde o comêço, ao ver como a Física cresce, continuará por um longo tempo adiantando sua pesquisa para entendimento, ao invés de só "aprender os fatos".

Os Capítulos 1-4 tratam da extensão das grandezas de intervalos de tempo e distância e como êsses intervalos são medidos. Um tratamento matemático apropriado é apresentado.

Os Capítulos 5-6 apresentam, em cinemática, um estudo mais detalhado da medida do tempo e do espaço. Êstes capítulos requererão um estudo mais vagaroso e minucioso do que os anteriores.

No curso do PSSC, a Cinemática, o estudo do movimento separado de suas causas, está separada da Dinâmica, que inclui as fôrças que causam o movimento. A Dinâmica é a base da Parte III. Esta separação foi feita porque a Cinemática se ajusta naturalmente na consideração de medida de espaço e tempo. E além disso, o curso dá tempo à Cinemática para desenvolver essas idéias antes de serem usadas na Parte III de novo, e interromper a sequência relativamente longa da matéria um tanto formal, se a Cinemática e a Dinâmica fôssem estudadas em sequência. O estudo da Cinemática será naturalmente revisto na parte introdutória sôbre Dinâmica.

Os Capítulos 7-10 completam o exame preliminar da extensão e natureza da Física, considerando vários aspectos da matéria. A massa é introduzida e sua conservação é discutida. A evidência da existência e tamanho dos átomos é examinada. A disposição dos átomos em vários estados da matéria leva à idéia de um modêlo físico da representação molecular de um gás. Êstes assuntos não são explorados profundamente, porque alguns dos instrumentos para uma aproximação mais quantitativa não são viáveis neste estágio. Tratamentos quantitativos são apresentados nas últimas seções das Partes III e IV.

A Parte I, através de uma visão geral do Universo, pretende ajudar o aluno a ver que a Física é um assunto unificado, não uma coleção de campos de estudo aparentemente não relacionados. A ênfase no texto, laboratório e filmes no rol de experiências, deve ajudar o aluno a ver algo da natureza inacabada e contínua de uma ciência e que a ciência não "existe simplesmente"; é o resultado do trabalho imaginativo de homens e mulheres.

PLANEJAMENTO DA PARTE I

A Parte I contém uma exuberância de material interessante. A maioria das classes não será capaz de cobrir todos os dez capítulos, em detalhe, durante um curso de um ano. Você quererá procurar facilidade quantitativa com as idéias dos Capítulos 5 e 6. Deverá ser capaz de ajustar o desenvolvimento dos outros capítulos (especialmente os Capítulos 7-10) para adaptá-los à sua classe e planejar requisitos.

O tempo de aula mínimo necessário para vários capítulos da Parte I variará consideràvel-

mente de uma classe para outra, dependendo principalmente da natureza do trabalho prévio dos alunos em ciência e Matemática, e geralmente não pode ser julgado pelo número de páginas de texto, dadas para os vários assuntos.

Dois possíveis planejamentos para a Parte I estão sugeridos na tabela abaixo. O plano de seis semanas e meia é aconselhável para um curso de um ano e é consistente com as primeiras sugestões para o planejamento de um curso de um ano. O plano de dez semanas fornece um tratamento mais detalhado dos últimos capítulos. Os sumários dos capítulos indicam seções que podem ser tratadas com menor ênfase, ou omitidas em discussão de classe, sem perda de continuidade.

	Planejamento de dez semanas para a Parte I			Planejamento de seis semanas para Parte I		
Capítulo	Períodos de Aula	Parídos de Lab.	Experiências	Períodos de Aula	Períodos de Lab.	Experiências
1	2	-	-	-	-	-
2	3	1	I-1	2	1	I-1
3	2	2	I-2, I-3	2	1	I-2
4	6	1	I-4	4	1	I-4
5	7	1	I-5	7	1	I-5
6	7	-	-	6	-	-
7	3	3	I-6, I-7, I-8	1	2	I-6, I-8
8	6	-	-	2	-	-
9	3	1	I-9	2	-	-
10	2	-	-	-	-	-

CAPÍTULO 1

QUE É FÍSICA?

O Capítulo 1 é introdutório, e pode ser indicado principalmente para leitura. Dá uma rápida visão do campo da Física no mundo científico em geral e a natureza da investigação física.

É importante reconhecer que êste capítulo introdutório tem a finalidade de uma simples leitura qualitativa, de instrução inicial. Não se pretende fornecer uma base para um extenso desenvolvimento em classe. A discussão detalhada de algumas das experiências e instrumentos mencionados seria ou demasiadamente superficial ou além da compreensão de muitos alunos. Alunos com boa base científica ou os mais minuciosos podem querer uma discussão imediata de muitos dos tópicos aludidos no texto e em figuras. Tais discussões não são oportunas no momento, e podem fàcilmente desmoralizar um aluno principiante.

SUMÁRIO DO CAPÍTULO

O Capítulo I introduz os alunos à natureza e escopo da Física. O Capítulo esboça a relação da Física com outras ciências, discute a relação entre tecnologia e ciência, considera ràpidamente a capacidade dos instrumentos e aparelhos usados para ampliar os sentidos e criar as situações especiais que se quer estudar, e lembra-nos de que a Física é construída pelas pessoas, geralmente pelos esforços coordenados de muitas pessoas.

O capítulo introduz vários assuntos que serão exemplificados na estrutura do curso: a Física é mais do que uma simples coleção eventual de nosso conhecimento do mundo físico — é a atividade humana na qual idéias do homem a respeito do mundo físico estão constantemente sendo refinadas, através da verificação, por meio de experiências e observações. A segurança da medida e o rol da instrumentação são também introduzidos. Tais idéias não necessitam ser insistidas neste ponto. Durante o curso, você terá muitas oportunidades para desenvolvê-las novamente graças a ilustrações mais concretas.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 1

Com a finalidade de instruir, todo o capítulo pode ser tratado como uma unidade. O capítulo deve ser tratado com brevidade. Primeiramente, deve ser uma leitura para casa. Nenhum período de aula necessita ser atribuído especìficamente a êste capítulo, se o seu planejamento fôr o de menor tempo. Se você dispuser de tempo, um ou dois dias podem ser dedicados à discussão geral, baseada no capítulo (veja sugestões posteriores para discussão em classe).

Alguns dos têrmos e figuras, neste capítulo, podem levar a uma prolongada discussão em classe, a menos que sejam limitados a idéias introdutórias (veja sugestões sob DISCUSSÃO EM CLASSE e COMENTÁRIO nas páginas 4 e 5). Os alunos devem ser esclarecidos que não se espera dêles que entendam todos os têrmos do texto e as figuras dêste capítulo. Evitar enganar-se com o conteúdo dêste capítulo contribuirá para pôr o capítulo numa posição apropriada.

MATERIAIS REFERENTES AO CAPÍTULO 1

Não há problemas no fim dêste capítulo. Um filme está sendo preparado para uso como in-

trodução ao curso do PSSC (mas não será possível usá-lo na classe em 1960-61).

Seção 1 — Física e as Outras Ciências da Natureza

Seção 2 — Física e Engenharia

Seção 3 — Os Instrumentos da Física

Seção 4 — Quem Constrói a Física?

FINALIDADE. Introdução à natureza geral da Física.

ÊNFASE. Trate com brevidade. Pode-se aconselhar apenas a leitura dêste capítulo. Se desejar, um único período pode ser dedicado para uma discussão geral em classe. Um possível tópico para discussão é apresentado abaixo.

DISCUSSÃO EM CLASSE 1. Pergunte ao aluno o nome de instrumentos que estendem ou aguçam os sentidos. Esta parte é fácil: "Microscópio, telescópio, balança de laboratorio etc."

Pergunte, em seguida, os instrumentos que acusam fenômenos que não podem ser detetados com os sentidos. Alguns alunos serão capazes de pensar em exemplos. Outros alunos apresentarão incorretamente instrumentos de alta sensibilidade que sòmente estendem os nossos sentidos, por exemplo: "o sismógrafo". (Uma vez que responde a vibrações mecânicas extremamente pequenas, é uma ótima "extensão"). A primeira sugestão bem sucedida pode ser um exemplo bastante conhecido. Numa classe, a primeira foi "o radio-telescópio"; em seguida, as mãos se levantaram, na classe inteira, para sugerir o "radio". O exemplo mais elegante foi: "o compasso". Esteja preparado para algumas surprêsas.

Você pode considerar ràpidamente a relação geral entre a ciência e a tecnologia no desenvolvimento dêsses instrumentos.

2. Peça aos alunos para dar exemplo de uma possível cadeia de acontecimentos ligando duas observações. Talvez possam começar com as duas observações:

1. Um homem pisa num pedal. 2. O carro pára.

Enquanto as "cadeias" estão sendo construídas, que perguntas posteriores são sugeridas, ao se pedir uma resposta sôbre se as "cadeias" devem ser aceitas ou entendidas inteiramente?

Você pode chegar a situações complicadas que podem se tornar um desafio para a imaginação de seus alunos. Pode querer que os alunos sugiram alguns pares de acontecimentos.

Há uma dupla finalidade em tal discussão: (1) Dar aos alunos algumas sensações do modo como o cientista usa seus conhecimentos e intuição ao tentar fazer hipóteses de uma cadeia de eventos racionais que liga acontecimentos. (Tal hipótese deveria então ser testada experimentalmente). (2) Mostrar que hipóteses e descobertas levam a novas perguntas.

PRECAUÇÃO. Alguns alunos podem considerar as palavras grifadas *Astronomia, Geologia* e *Meteorologia* como um motivo para memorização. Desencoraje isso. Tenha cuidado nos seus exames para não insistir em tais assuntos. Neste capítulo, as "definições" dadas são introduções displicentes e não têm a intenção de serem precisas.

COMENTÁRIO. Para muitos leigos, há pouca diferença entre o que é ciência e o que é tecnologia. De fato, se êsses têrmos tiverem de ser diferenciados (e a maioria dos cientistas concordaria que representam atividades bem diferentes), a distinção provàvelmente deverá estar na base dos objetos específicos de uma investigação particular, e não na instrumentação usada, na dificuldade da tarefa, ou no treino e experiência do investigador.

A Ciência está dirigida para um novo entendimento das relações no mundo físico, bem distante de como êste entendimento possa afetar o mundo. A Tecnologia, ao contrário, é dirigida para um resultado útil e benéfico. Neste sentido, a pessoa que investiga a propagação das ondas eletromagnéticas em vários meios, como na solução de problemas do valor limite, é um cientista, enquanto que outra pessoa, que possa fazer cálculos idênticos mas que está fundamentalmente interessada na construção de um radar para detecção aérea, é um tecnólogo.

A distinção entre êsses dois tipos de esforços humanos são freqüentemente confundidos, e certamente isso não é de grande importância. Há uma dependência entre êles e um contribui para o outro. O cientista, nas suas indaga-

ções para a compreensão das relações físicas, pode desenvolver uma idéia ou dispositivo de grande importância tecnológica. O transistor, um dispositivo de grande significação prática, foi descoberto quase acidentalmente por cientistas que investigavam as propriedades superficiais dos semicondutores. Similarmente, instrumentos desenvolvidos por tecnólogos para fins específicos, frequentemente, fornecem os instrumentos necessários para maiores progressos científicos. O que começou sendo ciência pode tornar-se tecnologia e vice-versa.

* * *

As figuras do Capítulo 1 ilustram alguns dos pontos do texto, de modo qualitativo, e não têm o objetivo de ser o trampolim para discussões de experiências científicas complicadas. A Figura 4, por exemplo, é simplesmente para ilustrar que descobertas científicas (neste caso, a descoberta da radioatividade) podem freqüentemente ser feitas com equipamento extremamente simples. As Figuras 5 e 6, ao contrário, mostram que certos instrumentos científicos são extremamente complicados. Os alunos podem estar intrigados pelo fato de que a enorme máquina mostrada na Figura 5 é necessária, para observar-se algumas das características do comportamento de partículas sub-microscópicas.

De novo, as Figuras 6 (a) e 6 (b) ilustram que instrumentos complicados são, às vêzes, usados para fornecer informações a respeito de interações que não podem ser vistas de outro modo. Na Figura 6(a), a câmara de bôlha (um meio de detetar partículas atômicas, que é discutido no Capítulo 7) está localizada no interior de um ímã, a meio caminho para cima, à direita da figura.

A Figura 6 (b) pode ocasionar inúmeras perguntas: "Por que o espiral?", "Espirala para dentro ou para fora?", "Por que as pequenas espirais?", "É esta a real fotografia ou a espiral foi desenhada nela?", etc. A discussão prolongada dessa figura não é oportuna. Se os alunos perguntarem, esta é uma fotografia real, não uma fraude. A partícula espirala para dentro, enquanto perde energia e segue uma trilha curva por causa de um campo magnético perpendicular à direção do movimento. As pequenas espirais são causadas por partículas secundárias de baixa energia que a partícula primitiva arranca de outros átomos, ao passar por êstes. Sòmente partículas carregadas deixam trilhas nas câmaras de bôlhas. As trilhas são causadas por minúsculas bôlhas que se condensam sôbre as partículas ionizadas, deixadas no sulco da partícula móvel carregada.

* * *

Alguns alunos podem estar interessados em encarar a Física como uma profissão. Nos Estados Unidos da América do Norte, há cêrca de 20.000 físicos praticantes. As indústrias empregam a maior parte dêles (cêrca de 1/2), colégios e universidades (cêrca de 1/3) e o Govêrno, fundações particulares e outras organizações sem lucro (cêrca de 1/6).

Como outros americanos, a maioria dos físicos casam-se, têm filhos e pertencem ao "PTA"; alguns jogam gôlfe e "bridge" e assistem filmes de faroeste na televisão. Estão econômicamente no mesmo nível que professôres universitários. Oportunidades na profissão são essencialmente ilimitadas, sem relações à raça, religião ou sexo.

A Física não é, de nenhum modo, restrita a pessoas com o grau de Doutor em Física. Há muitas oportunidades, particularmente na indústria e no professorado, para pessoas com um conhecimento científico bastante grande, conseguido pelo grau de bacharel de quatro anos em Física. Nos últimos anos, tem havido uma tendência de muitos alunos do colégio que tencionam entrar na Engenharia, como uma profissão a fim de seguir o curso de Física. Êste largo treino científico, longe de inibi-los na sua especialização em um campo da Engenharia, parece (pelo menos aos olhos importantes dos empregadores) os graduados em Física, desejáveis, na maioria dos campos da Engenharia.

CAPÍTULO 2

TEMPO E SUA MEDIÇÃO

As seções iniciais dêste capítulo servem como uma introdução, não sòmente para a medida do tempo, mas para um dos problemas fundamentais da Física (e do ensino da Física): o de ir além de nossos sentidos e experiências familiares, para desenvolver uma figura ordenada do mundo físico — um mundo cujos aspectos são freqüentemente muito grandes, muito pequenos, muito rápidos, muito vagarosos, muito complexos ou muito afastados, para que nossos sentidos o abranjam diretamente.

O Capítulo 2 divide-se, naturalmente, em três partes: 1) uma discussão introdutória das idéias de medida e suas relações com os sentidos, e que identifica o tempo como uma variável física; 2) uma discussão quantitativa da medida de intervalos de tempo, pelo flash-múltiplo e as técnicas do estroboscópio; e 3) uma advertência de que a medida de tempo fixa uma contagem de unidade arbitrária em um intervalo, a introdução de notações de potência de dez e o conceito de ordem de grandeza que leva a uma discussão da faixa de variação de intervalos de tempo, encontrados na Física.

O assunto qualitativo dêste capítulo pode ser dado ràpidamente. Muitos tópicos mencionados no texto, por exemplo, a variação de intervalos de tempo, a direção do tempo, a contagem de unidades, etc, podem ser tratados como uma informação básica. Os cálculos de ordem de grandeza são úteis, mas são freqüentemente difíceis para principiantes, e não devem ser dados enfàticamente, neste ponto. A facilidade virá com a prática em problemas, no decorrer do curso.

A Parte 1 do curso é relacionada com nossas idéias fundamentais de tempo e espaço (e suas combinações, no movimento) e matéria. Na organização do curso, poderíamos, talvez, ter começado com o espaço, ao invés de começar pelo tempo. A razão principal, para iniciar com o tempo, é apenas a de simplicidade: a descrição do espaço requer três dimensões, enquanto o tempo requer sòmente uma.

RESUMO DO CAPÍTULO

Seções de 1 a 3. Estas seções são introdutórias e relacionam a medida do tempo com os sentidos do observador. Os instrumentos são vistos como simples extensões de percepção sensorial direta. Nota-se que tôdas as medidas envolvem detecção de diferenças.

Seções 4 e 5. Estas seções tratam da medida quantitativa de intervalos de tempo por flash-múltiplo e técnicas de estroboscópio, para observações de posições sucessivas de sistemas físicos.

Seções de 6 a 8. Notamos que os intervalos de tempo são medidos por meio de unidades arbitrárias. A notação de potência de dez é introduzida como uma simplificação conveniente, para o manejo de números de unidades muito grandes e muito pequenos. A idéia da ordem de grandeza de uma quantidade física é apresentada, como sendo a potência de dez mais próxima das unidades nas quais a quantidade é medida. O capítulo conclui com a observação de que o tempo tem a direção "natural" para a frente.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 2

A leitura de todo o capítulo pode ser dada para casa, antes de qualquer discussão em classe. A Experiência I-1 deve ser dada, antes da discussão em classe, das Seções 4 e 5, para tornar clara a discussão. Discussões em classe podem ser desenvolvidas, em tôrno do filme

abaixo descrito. Alguns problemas relacionados com as Seções 4, 5 e 7 devem ser discutidos em classe e designados como dever para casa.

A tabela seguinte sugere possíveis planejamentos para êste capítulo, consistentes com os planejamentos descritos na seção introdutória da Parte 1. As seções que estão entre colchêtes podem ser passadas ràpidamente, em discussão de classe, sem perda de continuidade. Ainda que estas seções sejam privadas de ênfase em classe, devem ser dadas como leitura para casa.

	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
Tópico	Período de aula	Período de Lab.	Exp.	Período de Aula	Período de Lab.	Exp.
Sec.[1, 2, 3]	0	0	-	0	0	-
Sec. 4, 5	2	1	I-1	1	1	I-1
Sec. [6], 7, [8]	1	0	-	1	0	-

MATERIAIS REFERENTES AO CAPÍTULO 2

Laboratório. Experiência I-1 — *Pequenos Intervalos de Tempo.* Esta experiência emprega o estroboscópio manual e o marcador de tempo. Além de sua utilidade, neste ponto, para medir pequenos intervalos de tempo e iniciar os alunos em alguns dos problemas de instrumentação, êsses aparelhos serão usados muitas vêzes, em futuros trabalhos de laboratório. Portanto, os alunos devem familiarizar-se com a operação e as características dêsses aparelhos, como instrumentos de medida. Para as respostas abreviadas estão nas páginas 13-14; e para sugestões, a fim de conduzir a experiência, veja as Notas de Laboratório sôbre a Experiência I-1.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com seu avaliado nível de dificuldade e as seções a que se referem. Estão marcados os que são especialmente indicados para discussão em classe e como projetos para casa. Os problemas, particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*). Respostas dos problemas são dadas nas páginas do CCL: as respostas abreviadas estão nas páginas; 13-14; comentários detalhados e soluções são dados nas páginas 14-19.

Seções	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em Classe	Projetos de casa
1, 2, 3	1, 2, 3			1, 2, 3	4, 5, 6
4	8, 9*	7*, 10*, 11		10	
5	14	12	13*	14	15
6		16*			
7	17	18*, 19, 20*, 21		19	

Filmes. "Short Time Intervals" por Campbell L. Searle do "Massachusetts Institute of Technology". Êste filme mostra as técnicas e as aplicações da medida de pequenos intervalos de tempo (de alguns segundos a alguns micro-segundos), através de uma série de demonstrações: fotografias tiradas de relâmpagos, com a câmera em movimento, em repouso ou com o obturador do diafragma aberto; um estilete, movendo-se, registrando o tempo contra a distância; uma câmera sôbre um prato móvel, passando ràpidamente diante de um tubo de néon, permitindo a medida da frequência da pulsação luminosa do tubo; análise do relâmpago; análise osciloscópica do movimento de uma roda dentada, com a luz de um estroboscópio de alta velocidade. O filme termina com um resumo, mostrando como estas e outras técnicas têm contribuido para estender o alcance dos sentidos do homem.

"Time and Clocks" por John G. King do "Massachusetts Institute of Technology". Êste filme demonstra vários métodos de medida de intervalos de tempo, desde 1 segundo até 10^{-21} segundos: relógios mecânicos, fotografia de alta velocidade (cinema e flash-múltiplo), osciloscópio de raios catódicos e relógio atômico.

"Long Time Intervals" por Harrison Brown do "California Institute of Technology". Êsse filme começa com as perguntas: "Qual é a idade da Terra?" e "O tempo sempre existiu?" O filme apresenta a medida do tempo, baseada no Sol em sua órbita, como um fato histórico. Relógios ultra-históricos devem ser lembrados: anéis anuais nas árvores, camadas de rochas, radioatividade nas rochas, são discutidos. O conceito de meia-vida e o processamento do granito para a extração do zircônio, a fim de testar o chumbo 206, são apresentados.

Qualquer um ou todos êsses filmes podem ser usados proveitosamente. Se todos êles fôrem usados, a ordem na qual são descritos acima é, provàvelmente, a melhor. Se dispuser dêsses filmes, é certamente sensato completar a experiência de laboratório I-1, antes de projetar "Short Time Intervals" e "Time and Clocks".

Demonstrações. Se você possuir um bom estroboscópio de laboratório, pode usá-lo, para ilustração das idéias, na Seção 5. No entanto, as demonstrações não são substitutos adequados para os trabalhos de laboratório, na Experiência I-1.

Seção 1 — Ponto de Partida — Os Sentidos.

Seção 2 — Os Conceitos Fundamentais da Física; a Necessidade de Estender os Sentidos.

Seção 3 — O Tempo e Seu Curso.

FINALIDADE. Especificar o que se entende por medida do "tempo", em relação aos sentidos do observador e às variações no mundo físico.

ÊNFASE. Esta é uma exposição introdutória, que pode ser dada apenas como uma leitura para casa. Discussão detalhada, em classe, pode criar mais dificuldades do que auxiliar. Algumas das idéias discutidas são um tanto profundas e serão repetidas mais tarde, no curso. Uma compreensão profunda não é necessária, neste ponto.

COMENTÁRIO. Comparados a instrumentos de laboratório, os sentidos humanos são excelentes para algumas medidas e um tanto imperfeitos para outras. Por exemplo, podemos perceber, surpreendentemente bem, pequenas diferenças na côr ou pequenas saliências nas superfícies. Por outro lado, é extremamente difícil, para nós, medir diretamente qualquer acontecimento que ocorra em um lapso de tempo de menos de um décimo de segundo, ou medir um período maior do que um dia. Os instrumentos estendem a nossa capacidade de sentir o tempo, na medida da larga escala de intervalos de tempo, aos quais a Física está relacionada.

Nossos sentidos medem *diferenças* Não temos nenhum método para estabelecer uma medida quantitativa de uma única quantidade física. Se dois recipientes com água estão a temperaturas levemente diferentes, é um tanto fácil dizer qual é o mais quente (quando a diferença não é muito pequena) mas é difícil, para nós, dizer a temperatura de qualquer vaso, separadamente.

Nessas seções, o aluno é iniciado no que se entende por tempo em Física. Quando fala-

mos de tempo, queremos dizer intervalos de tempo. Intervalos de tempo têm significado, enquanto podemos observar as *mudanças* que ocorrem durante aquêles intervalos.

Frases como "muito tempo" e "pouco tempo", naturalmente, têm apenas sentido relativo. Seu significado provém sòmente de uma comparação de intervalos de tempo relativos, que são aplicáveis a um sistema particular de acontecimentos físicos. Tempo muito curto, na experiência humana, como um milionésimo de segundo, pode ser um tempo muito grande, na vida de um núcleo radioativo. Se pudéssemos abrir os olhos por apenas alguns milionésimos de segundo e observar o relógio de parede, não poderíamos dizer se êle está andando. Veríamos sòmente um instante do seu ciclo. No entanto, se pudéssemos abrir os olhos, durante o mesmo intervalo, no instante em que uma bomba atômica fôsse detonada, (supondo que tivéssemos óculos escuros adequados) poderíamos observar, aproximadamente, o ciclo de vida inteiro da explosão. Para observar o "ciclo de vida" do universo, teríamos de observar por incontáveis bilhões de anos.

Seção 4 — Intervalos de Tempo, Longos e Curtos; Flash-Múltiplo.

Seção 5 — O Estroboscópio.

FINALIDADE. Mostrar como mudanças físicas, que ocorrem em intervalos de tempo que são maiores ou menores do que possam ser observados diretamente, podem ser medidas através de técnicas fotográficas e estroboscópicas. Iluminações periódicas e exposição capacitam a medida e a análise dos movimentos, que são rápidos demais ou vagarosos demais, para se perceber diretamente.

ÊNFASE. O conceito de descrever o movimento, em têrmos de seqüência de posição versus tempo, é importante e será amplamente usado, no Capítulo 5. No entanto, êsse é um conceito natural e deve dar pouco trabalho. A ênfase aqui deve ser dada à medida de intervalos de tempo e não à análise do movimento em si, e, também, não se deve dar muito realce particularmente à mecânica da complicada aparelhagem de flash e estroboscópio. Começando o desenvolvimento dessas seções com a Experiência I-1, você contribuirá tanto para discussões gerais, como para a compreensão do filme que possa utilizar.

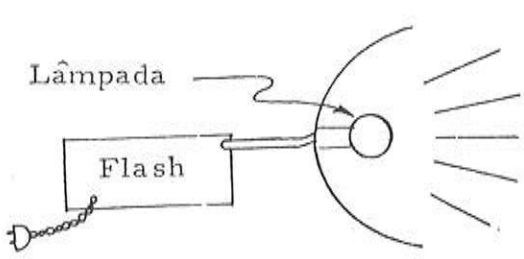
A operação e calibração dos instrumentos usados na Experiência I-1 devem ser entendidas. O estroboscópio será utilizado para observações de ondas periódicas, na Parte 2. O marcador de tempo será usado em trabalho de laboratório sôbre cinemática e, novamente, na Parte 3.

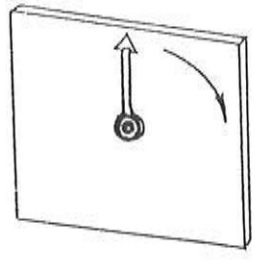
DESENVOLVIMENTO. Após os alunos terem lido as seções, como foi aconselhado, a Experiência I-1 é um bom ponto de partida. Os alunos aprenderão muito mais sôbre medidas de pequenos intervalos, pelo desenvolvimento desta experiência, do que através de discussões em classe, que não fôrem precedidas pela experiência.

Os filmes "Short Time Intervals", "Time and Clocks" e "Long Time Intervals" são apropriados, neste ponto.

Nas discussões imediatamente após o laboratório, a consideração das seguintes situações pode ajudá-lo a verificar se os alunos entenderam a operação do estroboscópio:

Imagine ter um ponteiro que pode girar a várias velocidades constantes. Além disso, você tem um sistema que faz uma lâmpada piscar em diversos intervalos regulares.





Caso 1. O ponteiro gira a uma rotação por segundo, e a lâmpada pisca uma vez por segundo. Como o ponteiro parece estar na mesma posição cada vez que a luz acende, êle aparece parado.

Caso 2. O ponteiro gira a duas rotações por segundo e a lâmpada pisca uma vez por segundo. Novamente, o ponteiro parece estar parado, apesar de que, na realidade, fêz duas voltas no intervalo entre duas piscadas da lâmpada. Estenda o processo ao caso em que o ponteiro gira três, quatro, cinco, etc., vêzes por segundo. Os alunos devem entender ràpidamente que, com esta razão do número de piscadas para qualquer número de rotações do ponteiro, êste sempre aparecerá "parado".

Caso 3. O ponteiro gira a 50 rotações por segundo, e a lâmpada pisca 50 vêzes por segundo. A situação é semelhante ao caso 1, e o ponteiro parece estar parado. Repita êste exemplo, estendendo-o para o caso 2, e mostrando que o movimento é também parado, se o ponteiro girar a frequências de 100, 150, 200, etc., vêzes por segundo, isto é, qualquer *múltiplo* inteiro do número de piscadas da lâmpada. (Diz-se, constantemente, que a freqüência de observação é um *sub-múltiplo* exato da frequência de rotação).

Caso 4. O ponteiro gira 60 vêzes por segundo, e a lâmpada acende 30 vêzes por segundo. Note que é como no caso 3 — o ponteiro parece estar parado.

Caso 5. Tente o inverso do caso 4 — o ponteiro gira 30 vêzes por segundo, e a lâmpada acende e apaga 60 vêzes por segundo. Se, no instante da primeira piscada da lâmpada, o ponteiro estiver nas "12 horas", a segunda mostrará "6 horas", a terceira "12 horas" etc. O ponteiro fica "imóvel", *tanto nas "12 horas" como nas "6 horas"*. Assim, observamos um resultado absurdo, mas pode-se interpretar fàcilmente êste caso. Se o número de vêzes em que a lâmpada acende fôr maior do que o número de rotações, nunca veremos o ponteiro "parado", em um único lugar. Isso nos dá um indício de como ajustar a velocidade da piscada da lâmpada, para ser igual à velocidade de rotação. Para ajustar a velocidade da lâmpada com a de igual rotação, levamos a lâmpada até a velocidade máxima, até onde se possa ver o ponteiro "imóvel", em um único lugar.

COMENTÁRIO. Ao discutir o estroboscópio, dê maior importância ao seu uso como instrumento para a medida de pequenos períodos. É melhor evitar estender a discussão ao conhecido "efeito estroboscópico", que é o movimento aparentemente vagaroso para frente ou para trás, de um corpo que se move ràpidamente, quando visto a um período levemente diferente do período natural. O que interessa é que o movimento aparecerá parado, quando o número de observações fôr algum sub-múltiplo do período do movimento, e que êsse período possa ser medido pela *máxima* velocidade de observação que permite "parar" o movimento.

Se os alunos persistirem na discussão do efeito do estroboscópio, êste é um bom problema para ser estudado em casa, preferìvelmente por meio de experiências. Se a frequência de visão, f_v fôr levemente menor que a frequência do movimento, f_m, o objeto parecerá estar se movendo para frente a uma frequência $f_m - f_v$; se f_v fôr levemente maior que f_m, o objeto parecerá estar se movendo para trás a uma frequência $f_v - f_m$.

Seção 6 — Comparando Tempos; Contando Unidades.

CONTEÚDO. a. Contar é a base das medidas físicas.

b. A escolha da unidade-padrão de tempo é arbitrária.

ÊNFASE. Os alunos devem entender esta seção, todavia seria satisfatório um tratamento rápido do assunto. Esta seção pode ser dada simplesmente como leitura para casa.

COMENTÁRIO. Os alunos devem entender que a operação fundamental, ao fazer a maioria das medidas, é contar. Quando alguém diz que uma sala tem 7 metros de comprimento, quer dizer que uma régua de um metro pode ser posta 7 vêzes, extremidade com extremidade, ao longo do comprimento da sala.

Com o tempo, podemos reproduzir o segundo-padrão, para medir um intervalo de

tempo. Precisamos de um relógio para continuar fazendo passar segundos-padrão para contarmos. Mas como saberemos que cada intervalo de um segundo é o mesmo? Êste problema nos conduz aos processos de calibração. Qualquer dispositivo de medida de tempo deve ser calibrado, comparando-se os seus intervalos-padrão com os intervalos-padrão de outros dispositivos independentes. Fica-se satisfeito, se os dois dispositivos concordarem. Se estiverem em desacôrdo, devemos comparar cada um dêles com um terceiro. Nossa unidade-padrão, o segundo, é medida em têrmos de um dispositivo particular no qual temos mais confiança, por causa de sua concordância com outros dispositivos, independentes de qualquer outro tipo de relógio. Osciladores de cristal de quartzo, tais como os usados pelo "National Bureau of Standards", para gerar sinais de tempo e frequência que são transmitidos pela estação de rádio WWV (opera a 2,5; 5; 7,5; 10; 15; e 20 megaciclos, na faixa de ondas curtas), são padrões razoàvelmente fidedignos, mas consideràvelmente inferiores ao moderno relógio atômico. No momento, nosso padrão primário de tempo está ainda baseado na medida do período de rotação da Terra.

Os alunos devem, também, compreender que a maioria de nossas unidades-padrão foram escolhidas arbitràriamente. Não existem na natureza. Em muitos casos, foram provàvelmente escolhidas por conveniência. Não há nada de especial a respeito da medida do tempo em segundos, ao invés de alguma outra unidade que possamos inventar.

Uma discussão interessante, em classe, que destaca a arbitrariedade das unidades de tempo (e que conduz ao problema de padrões que é considerado no próximo capítulo) pode ser desenvolvida, em tôrno da invenção de uma nova unidade de tempo. Você poderia chamá-la de "augemblique" (ou algum outro nome, baseado no nome de sua escola). Suponha que um augemblique seja igual a, digamos, 15,2 segundos. Faça com que cada aluno calcule sua idade, em algemblique. (1 ou 2 algarismos significativos são suficientes, e é uma boa preparação para a próxima seção). Agora, você pode chamar a atenção sôbre um ponto importante. Provàvelmente, todos na sua classe devem concordar que é extremamente difícil trabalhar com o augemblique, como unidade de tempo. Mas suponha que houvesse um país em que o augemblique fôsse a unidade-padrão, com a qual as crianças estivessem completamente familiarizadas. Suponha que, na aula de Física do curso secundário para êsses alunos, os professôres propusessem uma nova unidade de tempo, "o segundo", que é 1/15,2 de um augemblique. Tal classe imaginária concordaria que o segundo seria uma medida, com a qual seria difícil de trabalhar. Quaisquer que sejam as unidades com as quais você esteja acostumado, parecem ser as mais fáceis. Em particular, uma nova unidade parece difícil, se você deve sempre converter suas medidas a uma unidade familiar.

Se você usar uma discussão como a anterior, pode conduzi-la a problemas de padrões e à arbitrariedade das unidades (próximo capítulo), ressaltando que, apesar dos padrões serem arbitrários, se as pessoas têm que comunicar-se entre si, devem concordar numa definição. Esta é uma das razões pela qual o instituto de medidas é necessário em cada país.

Seção 7 — Tempos Longos e Curtos — Ordens de Grandeza.

FINALIDADE. Indicar a enorme escala dos intervalos de tempo que podem ser percebidos com a ajuda de instrumentos, e introduzir a notação de potência de dez.

ÊNFASE. Pode ser que muitos alunos já estejam acostumados com a notação de potência de dez. Se estiverem, esta seção pode ser tratada com brevidade. Embora essa notação seja nova para seus alunos, uma prática intensiva não é necessária, nessa altura, uma vez que tal notação será usada frequentemente, através do curso, e se tornará familiar por meio do uso. Do mesmo modo, cálculos de ordem de grandeza não devem ser insistidos, além do que fôr necessário para a solução de problemas, no fim do capítulo. A facilidade será alcançada mais ràpidamente, através do uso em laboratório e em uma variedade de problemas reais, ao invés de treinar em exercícios inventados.

DESENVOLVIMENTO. Como "início" para a discussão, em classe, de cálculos de potências de dez e ordem de grandeza, você poderá dar à classe a seguinte questão, para ser feita em cinco minutos:

Faça a estimativa da mais próxima potência de dez (isto é, determine a ordem de grandeza) do número de bolas de ping-pong, que seria necessário para encher completamente esta sala. Não faça quaisquer medidas ou deixe sua carteira, até que você tenha completado seus cálculos.

Os alunos, provàvelmente, reclamarão: "Não sabemos as dimensões da sala!" "Qual é o tamanho de uma bola de ping-pong?". Alguns alunos farão cálculos laboriosos. Em classes nas quais isso foi tentado, menos de um têrço dos alunos chegou a um resultado satisfatório, e a maioria fêz muitos cálculos. Mas estavam prontos a aprender algo acêrca de estimativa.

Após essa questão, mostre-lhes como aproximar tal estimativa. Pergunte a um aluno qual é o comprimento da sala. Uma resposta pronta é: "Eu não sei". Em resposta a perguntas seguintes, êle pode até clamar que *não tem idéia* de qual é o comprimento da sala. Esta é uma noção que deve ser dissipada. Pergunte-lhe se a sala tem um comprimento maior do que um centímetro! O fato de que isto é uma piada indica que êle sabe bastante, a respeito do comprimento da sala. Seu comprimento é um quilômetro (outra piada)? Assim, *sabemos* que o comprimento da sala é maior do que um centímetro e menor do que um quilômetro. Sabemos muito! Podemos fazer melhor do que isso? Para a maioria das salas de aula, os alunos serão capazes de concordar que o comprimento é maior do que 1 e menor do que 100 metros. Uma sala de aula típica deve ter cêrca de 10 metros de comprimento, 7 metros de largura e 4 metros de altura. Não é importante, ao fazer uma estimativa de ordem de grandeza, que a sala tenha 7 ou 9 metros de largura. A ordem de grandeza do volume da maioria das salas de aula será entre 10^2 e 10^3 metros cúbicos.

Da mesma forma, ainda que os alunos desconheçam as dimensões de uma bola de ping-pong, conceberão, provàvelmente, que seriam necessárias 10 bolas em fila, para perfazer um metro, e não 1 ou 100. Assim, podemos calcular que um metro cúbico contém cêrca de 10^3 bolas de ping-pong. A sala tôda conteria, então, cêrca de 10^6 bolas de ping-pong.

Como verificação de que a classe tenha apreendido a idéia, você poderá repetir a questão no dia seguinte, desta vez, perguntando quantas bolas de "bola ao cesto" seriam necessárias para encher o prédio da escola.

COMENTÁRIO. A Tabela 1 tem a finalidade de estimular o raciocínio e não a memorização. Pretende sòmente dar aos alunos uma idéia da escala dos intervalos de tempo, que somos capazes de perceber, com o auxílio de instrumentos físicos.

Uma pergunta que frequentemente é feita, em discussões de cálculos de ordem de grandeza, é onde traçar uma linha divisória entre duas potências de dez, adjacentes. Embora êsse não seja um assunto de grande importância, a linha divisória é geralmente tomada como sendo a raiz quadrada de 10. Assim, números entre 3,16 e 31,6 seriam da ordem de 10, números menores que 3,16, mas maiores que 0,316, seriam da ordem de grandeza 1, etc. Se a distinção entre números como 300 (ordem de grandeza 10^2) e 400 (ordem de grandeza 10^3) é importante, ao se determinar uma resposta, é conveniente apenas melhorar o cálculo, para levar um algarismo significativo em adição à ordem de grandeza (i.e., 3×10^2). Com cálculos da ordem de grandeza, estamos simplesmente tentando chegar "ao lugar certo" e não nos preocupamos, sabendo que podemos estar a um fator de 10, em qualquer um dos lados.

Seção 8 — O Sentido do Tempo.

FINALIDADE. Através da observação de nossos sentidos, parece-nos que o tempo tem um sentido "natural" para frente.

ÊNFASE. Trate com brevidade, como uma leitura para casa.

COMENTÁRIO. Sempre gostamos de falar acêrca da "implacável marcha do tempo", e é divertido assistir filmes que mostram corpos que "caem" para cima. De tais experiências familiares, tendemos geralmente a pensar no tempo, como tendo uma direção "natural"

para frente e um movimento "natural". Qualquer direção natural ou movimento do tempo é significativo sòmente em têrmos de situações extremamente complicadas, que ocorrem durante tais períodos.

Se o tempo tem ou não um sentido "natural", em um significado fundamental, é uma questão de interêsse científico considerável, mas além do escopo do presente curso. A fim de evitar discussões em classe, provàvelmente extensas e muito desproveitosas nesta altura, trate a presente seção com brevidade. Para os melhores alunos, existem artigos interessantes publicados, sôbre "time reversal", no *Scientific American*. [1]

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS.

A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com seu avaliado nível de dificuldade e as seções a que se referem. Estão marcados os que são particularmente indicados para discussão em classe, e como projetos para casa. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

Depois da tabela, estão as respostas de todos os problemas que requerem uma resposta numérica ou abreviada. As soluções detalhadas estão nas páginas 14-19.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão de classe	Projetos de Casa
1-3	1, 2, 3			1, 2, 3	4, 5, 6
4	8, 9*	7*, 10*, 11		10	
5	14	12	13*	14	15
6		16*			
7	17	18*, 19, 20*, 21		19	

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Veja discussão na página 14.
2. Veja discussão na página 14.
3. Veja discussão na página 14.
4. Projeto para casa.
5. Projeto para casa. Veja discussão na página 15.
6. Projeto para casa. Veja discussão na página 15.
7. 4 000 flashes/seg.
8. 0,003 seg.
9. O amigo está certo.
10. 5 min.
11. (a) 42 metros.
    (b) $2{,}4 \times 10^{-6}$ seg.
12. 80 vêzes.
13. (a) 8, 16, 24, 32, 40, 48,.....etc. rotações/seg.
    (b) 32, 64, 96,.... etc. rotações/seg.
14. 0,42 seg.
15. Projeto para casa.
16. (a) 10^4 períodos de vida.
    (b) 10^{19} vêzes.
17. (a) Cr$ $5{,}5 \times 10^7 \approx 10^8$ cruzeiros.
    (b) Cr$ $6{,}0 \times 10^{11} \approx 10^{12}$ cruzeiros.
    (c) Cr$ $1{,}1 \times 10^4 \approx 10^4$ cruzeiros.
18. (a) 10^{12} quilômetros em 1 ano.
    (b) 10^3 seg.
19. (a) $1{,}66 \times 10^{-1}$.
    (b) 5×10^5.
    (c) $3{,}52 \times 10^{-8}$.

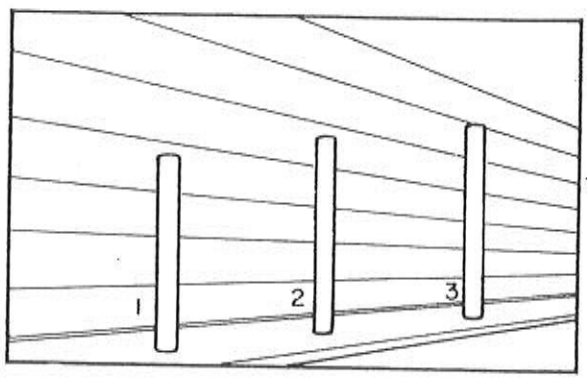
1. John M. Blatt, "Time Reversal", *Scientific American* (New York: Scientific American, Inc.) Vol. 195, N.º 2 (Agôsto, 1956), pp. 107-114. "Letters" (número 3) *Scientific American* (New York: Scientific American, Inc.) Vol. 196, N.º 2 (Fevereiro, 1957), p. 10.

20. (a) 10^6 tiques/dia.
    (b) 10^8 tiques/ano
21. 1,6 X 10^8.

SOLUÇÕES E COMENTÁRIOS

PROBLEMA 1.

Compare as alturas aparentes das colunas 1, 2 e 3, na Fig. 2-9. Qual é a relação real entre as alturas? Fêz você uso de algum aparelho para testar seus sentidos?



Para a maioria das pessoas, as colunas à direita parecem progressivamente maiores, porque as linhas convergentes, no fundo, sugerem que elas estão mais distantes. Num desenho em perspectiva, as colunas à direita deveriam ser progressivamente "menores", se fôssem do "mesmo" tamanho.

Se você discutir êste problema, será interessante mostrar que há vários meios de verificar as alturas reais. Alguns alunos pensarão, sòmente, numa régua. Mas unidades não são importantes aqui, sòmente uma comparação. Pode-se marcar a altura de uma coluna em um pedaço de papel e, em seguida, comparar êsse comprimento com as outras alturas. A distância da ponta do polegar até a articulação poderia fornecer uma outra forma rápida de medir. Os bordos retilíneos das fôlhas de papel podem ser colocados, um ao longo do tôpo e outro ao longo da base das colunas, em seguida, verifique se os bordos das fôlhas estão paralelos. Para medidas comparativas, que necessitam maior precisão, é mais cômodo um compasso.

PROBLEMA 2.

Verifique sua percepção de tempo, tentando avaliar a duração de um intervalo de tempo de 1/2, 1 ou 3 minutos.

(a) Anote seu êrro em cada caso.

(b) São os erros frações sensìvelmente diferentes dos intervalos de tempo em questão?

Êste problema pode ser realizado mais fàcilmente por dois alunos, trabalhando juntos. Exprimir em porcentagem os erros dos vários intervalos facilitará a comparação dos erros, para intervalos de diferentes durações.

PROBLEMA 3.

Desde que é difícil ver um relógio numa câmara fotográfica escura, alguns fotógrafos aprenderam a medir o tempo em segundos, contando em seu ritmo normal de conversação, intercalando, porém, uma palavra comprida entre os números, como "Curitiba um, Curitiba dois, Curitiba três..." Tente êste método, e compare sua precisão com a da Questão 2.

Êste método é uma forma segura de aumentar a *confiança* (reprodutibilidade) de uma medida de tempo. A mesma pessoa, repetindo uma medida com o mesmo método, possìvelmente, conseguirá um resultado semelhante. A *precisão* pode ser aumentada, provàvelmente, mas um pouco de prática talvez seja necessária, para se alcançar um ritmo que se aproxima bastante de um segundo.

PROBLEMA 4

Faça um pêndulo usando um pedaço de barbante e um pequeno pêso. Ajuste o comprimento até que o pêndulo leve um segundo para realizar uma oscilação completa, ida e volta. Qual o êrro de seu pêndulo, no período de um minuto? Que fração do tempo total representa êste êrro?

Os alunos que são mais ativos podem ver, imediatamente, a vantagem de testar para um intervalo de tempo, um certo número de oscilações, em lugar de uma única. Mesmo com um equipamento relativamente simples, o aluno deve sentir que é possível reduzir o êrro a um valor extremamente pequeno. Os pêndulos são usados em relógios, com essa finalidade!

PROBLEMA 5

Projeto para um marcador de tempo feito em casa. Galileu realizou algumas das primeiras experiências importantes com o movimento de corpos que caem, antes da época dos relógios precisos. Para medir os curtos intervalos de tempo, envolvidos em suas experiências, êle usou um relógio simples que você pode fazer sòzinho. Com o auxílio de um prego, faça um pequeno furo no fundo de um vasilhame de lata. Mantenha o recipiente quase cheio de água, e meça a quantidade de líquido escoado em 10, 20, e 30 segundos. Você pode, dêste modo, aprender a ler o relógio em segundos.

Quais são as principais fontes de êrro neste dispositivo? Pode você reduzir os erros? Lembre que Galileu usou um relógio análogo, na descoberta de alguns dos mais importantes princípios da Física. (Veja "Two New Sciences" de Galileu).

Nesse projeto, a quantidade de água pode ser medida pelo pêso ou pelo volume. Por exemplo, a água escoada pode ser recolhida em um recipiente durante o intervalo a ser medido, depois colocada em um recipiente graduado, para que se meça o seu volume.

Entre as maiores fontes de êrro, em tais dispositivos, incluem-se a dificuldade de colocá-los em funcionamento, ou interrompê-los nos instantes corretos, e a variação na velocidade de vazão, devida a diferenças de pressão, se se permite variar o nível da água no "relógio". Os alunos podem pensar numa maneira de corrigir êsses fatôres. Um melhoramento possível seria verter constantemente água, para manter o nível desta constante.

PROBLEMA 6.

Galileu, ao observar a oscilação do lustre numa catedral, "descobriu que o mesmo número de suas pulsações marcava cada oscilação, não importando a distância percorrida pelo lustre em cada oscilação".

Verifique a exatidão desta proposição, construindo e marcando o tempo de um pêndulo simples. Se você encontra dificuldade em contar suas pulsações e, ao mesmo tempo, as oscilações do pêndulo, experimente trabalhar com um companheiro ou usar um relógio (de que Galileu não dispunha).

Êste projeto mostrará, claramente, que o período de um pêndulo é independente da amplitude de sua oscilação. (É independente para amplitudes relativamente pequenas. Para grandes amplitudes, o período é maior do que para menores amplitudes).

PROBLEMA 7.

Quantas vêzes por segundo deveria um flash se acender para mostrar, com intervalos de 25 centímetros, imagens de um projétil que se movimenta a 1 000 metros por segundo?

Como 1 000 metros são iguais a 100 000 cm, a velocidade é 100 000 cm/seg. Queremos que o flash se acenda em cada 25 cm do percurso do projétil. Em 1 segundo, o número de vêzes que o projétil percorrerá 25 cm (o número de flashes/seg. pedido) será:

$$\frac{100\,000 \text{ cm/seg}}{25 \text{ cm/flash}} = 4\,000 \text{ flashes/s.}$$

Uma lâmpada que pisca *4 000 vêzes/segundo* mostraria imagens separadas de 25 cm.

PROBLEMA 8.

Um estudo da série inteira de fotografias, da qual a fita na Fig.2-3 é apenas uma parte, mostraria que o balão foi completamente esvaziado 12 imagens após a bala nele haver

penetrado. Que período de tempo isto representa?

O intervalo entre duas fotografias é de 1/4 000 do segundo. Se o balão estiver completamente esvaziado, 12 figuras após a figura que mostra a bala entrando no balão, o tempo requerido para o esvaziamento é 12 X 1/4 000 = *0, 003 seg.*

PROBLEMA 9.

Um estudante possui um projetor cinematográfico que projeta 16 imagens por segundo. Sua câmara cinematográfica pode filmar em várias velocidades. Êle quer filmar uma partida de futebol, de modo que a ação seja projetada com a velocidade reduzida a 1/2 da velocidade normal.

Êle deseja fixar a velocidade da máquina de filmar em 8 chapas por segundo, mas seu amigo insiste em que êle deve fazê-lo em 32 imagens por segundo. Quem está certo? Por quê?

O amigo está certo. A câmara deve filmar com maior velocidade do que a velocidade do projetor. Quando a câmara tira fotografias a um intervalo de tempo de 1/32 segundo, as mudanças na posição dos jogadores serão a metade das mudanças em 1/16 seg. Assim, quando essas mesmas fotografias fôrem mostradas, com um espaço de tempo de 1/16 seg, a velocidade do movimento será reduzida à metade.

Alguns alunos podem entender melhor esta situação, raciocinando de outra maneira. A 16 fotografias por segundo, três segundos de ação, no campo de futebol, resultarão em 3 X 16 = 48 fotografias que, projetadas a 16 imagens por segundo, mostrarão esta ação tendo lugar em três segundos. Se tomados a 32 fotografias por segundo, os três segundos da ação serão registrados sôbre 3 X 32 = 96 fotografias. Se estas 96 fotografias fôrem projetadas, na razão normal de 16 imagens por segundo, os três segundos originários da ação serão projetados em 96/16 = 6 segundos.

PROBLEMA 10.

Na fotografia de quadros isolados, as plantas e seus botões podem ser observados desenvolvendo-se num ritmo comparável ao do movimento de animais. Se o crescimento total de uma planta que necessite 50 dias para se efetuar, deve ser mostrado num filme de 10 minutos, que intervalo de tempo deverá decorrer entre os quadros sucessivos? (Suponha que o filme deve ser projetado em 24 imagens/s).

Dividindo o tempo total de crescimento pelo número de fotografias em um filme de 10 minutos, dará o intervalo pedido entre as fotografias sucessivas.

$$\frac{\text{tempo de crescimento em min.}}{\text{fotografias num filme de 10 min.}} =$$

$$\frac{50 \text{ dias} \times 24 \text{ h/dia} \times 60 \text{min/h}}{24 \text{ fot/s.} \times 60 \text{s/min} \times 10 \text{ min}} =$$

$$= 5 \text{ min/fotografias}$$

Uma fotografia deverá ser tirada em cada *5 minutos.*

PROBLEMA 11.

A velocidade de obturação de uma câmara é 1/25 de segundo. Que distância percorreria uma bala de rifle, enquanto um estudante tenta fotografá-la com uma exposição de 1/25 de segundo? (A velocidade da bala é 1050 m por s). Que velocidade de obturação seria necessária para limitar o movimento da bala a 2,5 mm durante a exposição?

a) Em $\frac{1}{25}$ seg, a bala percorre $1\,050 \text{ m/seg} \times \frac{1}{25} \text{ seg} = 42 \text{ m.}$

b) $1\,050 \text{ m/seg} = 1\,050 \times 1\,000 \text{ mm/seg} = 1\,050\,000 \text{ mm/seg.}$

Logo, a bala percorre 2,5 mm em

$$\frac{2{,}5 \text{ mm}}{1\,050\,000 \text{ mm/seg}} = 2{,}4 \times 10^{-6} \text{ seg.}$$

PROBLEMA 12

Um estroboscópio de 10 aberturas gira com velocidade constante durante 20 segundos, para determinar que o eixo de um motor leva 1/40 s para dar uma volta completa. Quantas rotações fêz o estroboscópio?

O estroboscópio move-se 1/10 da rotação (de uma fenda a outra seguinte) durante 1/40 seg, enquanto o eixo do motor gira uma vez. Logo, a velocidade de rotação do estroboscópio é $\frac{1}{10}$ rotações $\div \frac{1}{40}$ seg $= 4$ rotações/seg. Em 20 segundos, gira $20 \times 4 = 80$ *vêzes.*

PROBLEMA 13

O disco de um estroboscópio de 4 aberturas deve girar 80 vêzes em 10 segundos para "parar" um ventilador de quatro lâminas idênticas. Quais são as velocidades possíveis do ventilador? Como seria modificada sua resposta, se uma das lâminas apresentasse uma côr diferente das demais?

Êste problema é um tanto complicado, e não deveria ser pedido antes que uma explicação mais simples (tal como descrita nas páginas 9 e 10 do guia) tenha sido dada em classe. A freqüência de observação é $4 \times 80/10 = 32$ por segundo. Para os alunos que estão confusos com esta solução, você pode transformar isto em um problema mais simples, propondo um "ventilador de uma lâmina", ao invés de um de quatro lâminas. É realmente o mesmo problema que o dado na segunda parte, em que uma lâmina tem uma côr diferente, mas pode ser um modo mais fácil para os alunos o entenderem. Para tal ventilador parecer "parado", deve fazer ou uma volta inteira, entre as observações, ou duas voltas completas ou três voltas completas, etc. Assim, pareceria parado, a frequências de rotação de 32, 64, 96, etc. Supondo que as quatro lâminas do ventilador sejam idênticas e estejam dispostas simètricamente sôbre o eixo, o movimento parecerá "parado", se o ventilador girar de um número inteiro de ângulos de 90°, entre as observações. Logo, a velocidade mais baixa de rotação do ventilador é $32/4 = 8$ rotações por segundo. Outras velocidades possíveis são 16, 24, 32, 40, 48, ... etc.

Há um sofisma aqui, que alguns de seus bons alunos podem trazer à baila. Quando dizemos que um ventilador ou outro objeto que gira parece "parado", queremos dizer que vemos uma imagem aparentemente estacionária — o que vemos é semelhante ao ventilador, quando está parado (exceto a falta de nitidez da imagem e de seus detalhes). Há freqüências de observação que farão com que um ventilador de quatro lâminas se pareça com um ventilador parado de oito lâminas. Não estamos incluindo tais casos, quando dizemos que o ventilador parece "parado". Naturalmente, você pode sugerir muitos problemas, tomando tais casos, mas não é provável que os alunos aprendam alguma coisa a mais, para compensar a dificuldade.

PROBLEMA 14

O disco de um estroboscópio apresenta 4 aberturas e gira 6 vêzes em 10 segundos. Qual o intervalo de tempo que com êle pode ser medido?

O intervalo de tempo entre a passagem de duas fendas consecutivas é:

$$\frac{6 \times 4}{10 \text{ seg}} = \frac{24}{10} = 0{,}42 \text{ segundo.}$$

Êsse é o intervalo de tempo que pode ser medido.

PROBLEMA 15

Use um estroboscópio (veja o Guia de Laboratório) para observar um prato de fonógrafo, uma torneira pingando, uma lâmpada fluorescente, um ventilador, uma tela de TV, um pequeno pêso atado a um barbante e girando acima da cabeça de alguém, e um pêso que cai. Para quais dêstes movimentos pode você medir o intervalo de tempo?

Nesse projeto para casa, os alunos devem achar que é fácil medir o intervalo de tempo, estroboscòpicamente, para a maioria dos fenô-

menos que se repetem. O corpo que cai não está nesta categoria, mas alunos com imaginação podem encontrar meios de fazer essa medição.

PROBLEMA 16

(a) Quantos períodos de vida de um homem transcorreram desde os primeiros entes humanos?

(b) Aproximadamente quantas vêzes giraria uma molécula de ar em tôrno de seu eixo, enquanto a Terra revoluciona ao redor do Sol? Veja a Tabela 1.

a) Da Tabela 1, uma vida humana é de cêrca de 10^9 segundos, e 10^{13} segundos decorreram desde o primeiro homem. O número de vidas decorridas desde aquêle tempo = $10^{13}/10^9 = 10^4$ *períodos de vida.*

b) Uma molécula de ar gira uma vez cada 10^{-12} segundos. A Terra gira em tôrno do Sol em 10^7 segundos. Em um ano, o número de vêzes em que uma molécula de ar gira em tôrno de seu eixo = $10^7/10^{-12} = 10^{19}$ *vêzes.*

PROBLEMA 17

(a) Em certa época, a população do Brasil era de aproximadamente 55 000 000 de habitantes. Expresse êste número por meio da notação de potências de dez. Qual é a sua ordem de grandeza?

(b) Expresse como potência de dez o orçamento do Brasil em um ano em que êle foi de 600 bilhões de cruzeiros.

(c) Use a notação de potências de dez para determinar o total médio de impôsto que deve ser pago por cidadão.

a) 55 000 000 = 5,5 X 10^7. A ordem de grandezas é 10^8.

b) 600 000 000 000 = 6,0 X 10^{11}. A ordem de grandeza é 10^{12} *cruzeiros.*

c) Se a população é 5,5 X 10^7, quando o orçamento é \$ 6,0 X 10^{11}, então a quantia média que deve ser paga por cidadão é 1,1 X 10^4 cruzeiros. A ordem de grandeza é \$ 10^4.

PROBLEMA 18

Expresse sòmente a ordem de grandeza de sua resposta no seguinte:

(a) A luz caminha numa ordem de 10^5 quilômetros por segundo. Que distância percorrerá num ano?

(b) Calcule o tempo que a luz do Sol leva para percorrer os 150 milhões de quilômetros que separam o Sol da Terra.

a) Uma vez que há 10^7 segundos em um ano, a luz percorre 10^5 km/s X 10^7 s/ano = = 10^{12} *km/ano.*

b) A ordem de grandeza de 150 000 000 é de 10^8 quilômetros. Viajando à razão de 10^5 km/seg, a luz requer 10^8 km ÷ 10^5 km/seg = 10^3 *segundos.*

Alguns alunos podem lembrar-se de que a resposta é 8 minutos. Desde que 8 é da ordem de 10, e um minuto é da ordem de 10^2 segundos, 10^3 segundos é a ordem de grandeza correta.

PROBLEMA 19

Usando a notação de potências de dez, resolva o seguinte:

(a) 0,00418 X 39,7

(b) $\dfrac{6\,000}{0{,}012}$

(c) $\dfrac{0{,}703 \times 0{,}014}{280\,000}$

a) 0,00418 X 39,7 = 4,18 X 10^{-3} X 3,97 X 10^1 = 4,18 X 3,97 X 10^{-2} = 16,6 X 10^{-2} = $1{,}66 \times 10^{-1}$.

b) $\dfrac{6\,000}{0{,}012} = \dfrac{6 \times 10^3}{1{,}2 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^5$

c) $\dfrac{0{,}703 \times 0{,}014}{280\,000}$

$= \dfrac{7{,}03 \times 10^{-1} \times 1{,}4 \times 10^{-2}}{2{,}8 \times 10^5}$

$= \dfrac{7{,}03 \times 10^{-3}}{2 \times 10^5} = 3{,}52 \times 10^{-8}$

PROBLEMA 20

Um relógio dá 5 tiques cada segundo. Expressando apenas a ordem de grandeza de sua resposta, determine quantas vêzes êle bate:

(a) durante um dia.

(b) durante um ano.

Se usarmos sòmente ordens de grandeza, teremos:

$$\text{Tiques/dia} = 10 \frac{\text{tiques}}{\text{seg}} \times 10^2 \frac{\text{seg}}{\text{min}} \times 10^2 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \times 10 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} = 10^6.$$

$$\text{Tiques/ano} = 10 \frac{\text{tiques}}{\text{seg}} \times 10^2 \frac{\text{seg}}{\text{min}} \times 10^2 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \times 10 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \times 10^2 \frac{\text{dias}}{\text{ano}} = 10^8$$

Êste problema pode ser estendido para comparar cálculos de ordem de grandeza com cálculos exatos. Se calculássemos, teríamos:

$$\text{Tiques/dia} = 5 \frac{\text{tiques}}{\text{seg}} \times 60 \frac{\text{seg}}{\text{min}} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \times 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} = 432\,000 = 4{,}32 \times 10^5 \cong 10^6.$$

$$\text{Tiques/ano} = 5 \frac{\text{tiques}}{\text{seg}} \times 60 \frac{\text{seg}}{\text{min}} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \times 24 \frac{\text{horas}}{\text{dia}} \times 365 \frac{\text{dias}}{\text{ano}} = 157\,680\,000 = 1{,}5768 \times 10^8 \cong 10^8.$$

Não deixe os alunos se preocuparem acêrca do fator 10, de um lado ou de outro. Quando usamos ordens de grandeza, estamos apenas verificando se o "local" é ou não o certo.

PROBLEMA 21

Suponha que existam 1,7 X 10^8 pessoas vivendo num país, e que 7,5 X 10^6 destas pessoas vivem em uma de suas cidades. Quantas vivem no resto do país?

Para subtrair 7,5 X 10^6 de 1,7 X 10^8, reescreva 1,7 X 10^8 − 0,1 X 10^8 = 1,6 X 10^8.

CAPÍTULO 3

ESPAÇO E SUA MEDIÇÃO

O Capítulo 3 está relacionado, principalmente, com o conceito de distância e algumas das técnicas para a medida de intervalos de distância. Como no Capítulo 2, a ênfase está na construção de um sistema que possibilita a extensão da medida para intervalos muito grandes ou muito pequenos, para serem medidos diretamente, pelos sentidos.

O capítulo naturalmente divide-se em duas partes: 1) problemas e métodos de medidas de grandes e pequenas distâncias; e 2) as limitações das medidas. Assuntos correlatos, introduzidos neste capítulo, incluem o sistema métrico de unidades e o uso de algarismos significativos, ao expressar os resultados das medidas.

Para qualquer medida, exceto para as mais rudimentares, os métodos devem ser idealizados, além de dar passos ou usar apenas os sentidos. Acentue a necessidade de usar técnicas como a triangulação em medidas comuns, sem se aprofundar nas técnicas detalhadas de determinação de distâncias interplanetárias e interestelares. Os princípios de medida de distâncias pela triangulação e o uso dos algarismos significativos devem ser discutidos em classe. Pelo menos um período de aula deve ser reservado ao trabalho de laboratório.

RESUMO DO CAPÍTULO

As Seções de 1 a 5 estão relacionadas com o "espaço" como um conceito fisicamente determinado. O capítulo inicia com noções intuitivas de espaço, e a lembrança de que com o espaço, do mesmo modo que com o tempo, estamos falando de *intervalos*. A necessidade de uma unidade definida de distância é aparente. Unidades métricas são introduzidas como unidades arbitrárias, mas convenientes. São apresentados vários métodos de medida de distâncias, e algumas das técnicas mecânicas e ópticas para medidas de pequenas distâncias. É mostrada a ordem de grandeza de distâncias que podem ser percebidas com o auxílio de instrumentos. Algumas das mais importantes idéias de dimensionalidade são introduzidas. Faz-se rápidas considerações sôbre medidas de áreas e volumes.

As Seções 6 e 7 tratam das limitações na medida de distâncias, e de como expressar as precisões das medidas, através do uso apropriado de algarismos significativos.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 3

As seções de 1 a 5 podem ser dadas como simples dever de leitura para casa, antes da discussão dêste assunto em classe. A maior parte do assunto das Seções 6 e 7 pode ser introduzida, na discussão das seções anteriores e através do trabalho de laboratório. *Não* se deve esperar que os alunos dominem o uso de algarismos significativos, simplesmente através de discussão em classe, nesse ponto. Necessitarão ser lembrados, muitas vêzes, durante todo o curso. Muitos tópicos importantes, apresentados neste capítulo, são também discutidos nos filmes abaixo descritos. Um filme ou ambos podem ser usados com vantagem, a fim de estimular discussões em classe, tanto da medida de distância como para interêsses científicos em geral. Alguns problemas rela-

cionados com as Seções 2 e 7 devem ser designados.

A tabela seguinte sugere possíveis planejamentos para êste capítulo, consistentes com os planejamentos delineados na seção introdutória da Parte 1. As seções que estiverem entre colchêtes podem ser dadas ràpidamente ou omitidas em discussão de classe, sem haver perda de continuidade. Mesmo sem dar realce a essas seções em classe, deveríamos designá-las como leitura para casa.

	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
Tópico	Período de aula	Período de lab.	Exp.	Período de aula	Período de lab.	Exp.
Sec. [1], 2, 3, [4], [5]	1	2	I-2 I-3	1	1	I-2
Sec. 6, 7	1	0	-	1	0	-

MATERIAIS REFERENTES AO CAPÍTULO 3

Laboratório. Experiência I-2 — *Grandes Distâncias.* Nesta experiência, os alunos se familiarizam com o uso dos métodos de triangulação através do emprêgo de dois dispositivos, o medidor de alcances e o visor de paralaxe.

Você notará que, na experiência, a teoria do medidor de alcances não é esclarecida. Êste é simplesmente calibrado, em distâncias conhecidas ou comensuráveis. Por outro lado, a teoria da medida por paralaxe é discutida, de maneira que os alunos possam ver como ir além da distância, dentro da qual a calibração é possível. É uma ilustração, de menor importância, de como a ciência evolui — uma combinação de verificações. Veja as Notas de Laboratório sôbre a Experiência I-2, para sugestões.

Experiência I-3 — *Pequenas Distâncias.* Nesta experiência, os alunos montam e calibram um micrômetro óptico que é capaz de medir distâncias da ordem de 10^{-4} cm. Veja as Notas de Laboratório sôbre a Experiência I-3, para sugestões.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com seu nível avaliado de dificuldade e as seções a que se referem. Estão marcados os que são especialmente indicados para discussão em classe e como projetos para casa. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*). As respostas dos problemas são dadas nas páginas do CCL: respostas abreviadas na página 30; comentários e soluções detalhadas estão nas páginas 31-40.

Filmes. "Measuring Large Distances", por Dr. Fletcher Watson da Harvard University. É explicada a medida de distâncias na Terra, pela triangulação, e, usando modelos, estende-se a triangulação para a medida de distâncias até a Lua e às estrêlas mais próximas. Ordens de grandeza de distâncias astronômicas são ilustradas, de uma maneira surpreendente, e o método de determinar as distâncias até as estrêlas, baseado no brilho aparente, é explicado. Tempo de projeção: 30 minutos.

"Measuring Small Distances", pela Professora Dorothy Montgomery do Hollins College. Iniciando com a escala de um centímetro, discute métodos de medidas de distâncias sucessivamente menores, incluindo o método óptico, eletrônico e o microscópio de campo iônico. A calibração dos instrumentos é discutida. Tempo de projeção: 20 minutos.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projetos de casa
1	1			1	2
2		4, 9*		10	3*, 5, 6*, 7, 8
3	11			11	
4	12, 13, 14	15			
5		16*, 17		16*	
6		18		18	
7	23, 24	19, 20*, 21 22		21, 24	

Seção 1 — A Unidade de Distância

FINALIDADE. Mostrar como os sistemas de unidades são desenvolvidos e, secundàriamente, introduzir as unidades métricas de distância.

ÊNFASE. Trate com brevidade, mormente como um dever de leitura para casa. A maior parte dos alunos já estará familiarizada com as unidades métricas e se acostumará com elas, através do texto e dos problemas. As unidades métricas não requerem realce, neste ponto. Sugestões para uma possível discussão rápida em classe são dadas abaixo.

DESENVOLVIMENTO. Dê exemplos de medidas de comprimento, pela contagem de unidades-padrão em um intervalo. Exemplo: colocando uma régua várias vêzes, extremidade com extremidade, até ter atravessado todo o comprimento de uma mesa. Mencione outros métodos de medida, tal como o de usar uma medida de fita (que é, essencialmente, uma série de réguas já postas, extremidade com extremidade, por conveniência), dar passos, e medir um espaço com os braços estendidos.

Para introduzir a idéia de que, na medida de distância, qualquer unidade conveniente pode ser usada como padrão, você poderá propor uma nova unidade de distância. Tomando como modêlo o ano-luz usado em medidas astronômicas, você poderia introduzir o "segundo-som" como a distância que o som percorre num segundo. Não dê importância à conversão de segundo-som em outras unidades, mas tente (o mais profundamente possível) trabalhar com êle diretamente. Por exemplo, "Ouvimos frequentemente o trovão de um relâmpago, quando o local do raio está afastado de nós de 15 segundos-som. Quando estiver tão próximo como à distância de 1 segundo-som, será muito estrondoso!" Os Problemas 1 e 2 (o Problema 2 é um projeto para casa) são apropriados, nessa altura.

Ao discutir o sistema métrico, destaque a facilidade de trabalhar com a notação decimal, ao invés de qualquer "correção" absoluta do sistema métrico. Você poderia, também, salientar que as pessoas que trabalham com as unidades Inglêsas usam freqüentemente um sistema decimal, tomando o pé ou a milha como uma unidade e, depois, falam de frações decimais de uma milha. "Há três milhas e sete décimos de nossa casa até a biblioteca". Ninguém pensaria em converter esta medida em milhas e pés.

Dê mais importância, particularmente, à consistência dos prefixos do sistema métrico (quilo, centi, e mili). O metro é nossa unidade-padrão de comprimento escolhida, e outras medidas métricas de comprimento são simplesmente convenientes sub-múltiplos ou múltiplos do metro.

COMENTÁRIO. Alguém pode perguntar como a distância do Equador aos polos foi medida no século XVIII, em têrmos de "linhas de base examinadas". A técnica é gràficamente ilustrada, no filme "Measuring Large Distances" e envolve a medida de uma porção de um meridiano entre duas latitudes conhecidas, como é discutida no Guia do Professor para a Seção 2. O comprimento do meridiano, para uma diferença de um grau em latitude, é 1/90 do comprimento de um quadrante (o comprimento correspondente a um grau aumenta um pouco com a latitude, devido à forma não esférica da Terra). Os gregos mediram muito bem o tamanho da Terra, por meio dêsse método.

Seção 2 — Medindo Grandes Distâncias — Triangulação.

FINALIDADE. Mostrar que extensões enormes, na escala das medidas de distância, podem ser efetuadas, através do uso de simples técnicas geométricas.

CONTEÚDO. a. A intersecção das linhas de visada, para um objeto distante das extremidades de uma "linha de base", determina a posição do objeto.

b. Resolvendo o triângulo formado pelas duas linhas de visada e a linha de base, podemos determinar a distância até o objeto. Isso pode ser feito gràficamente, construindo um triângulo semelhante, numa escala reduzida, ou por trigonometria.

c. Os métodos baseados na triangulação têm sido usados, para medir distâncias até planêtas e mesmo até algumas das estrêlas mais próximas.

d. As ordens de grandeza de distâncias, determinadas através de várias técnicas que estendem os sentidos, são discutidas ràpidamente.

ÊNFASE. A idéia básica da triangulação é engenhosa, mas bem simples. Apesar de ser a triangulação um tópico importante e interessante, pode ser tratada sucintamente. Ao laboratório pode ser atribuído o principal encargo para o entendimento dêsse assunto. A Experiência I-2 é apropriada, nessa altura. CCL 3, 5 e 9 serão úteis.

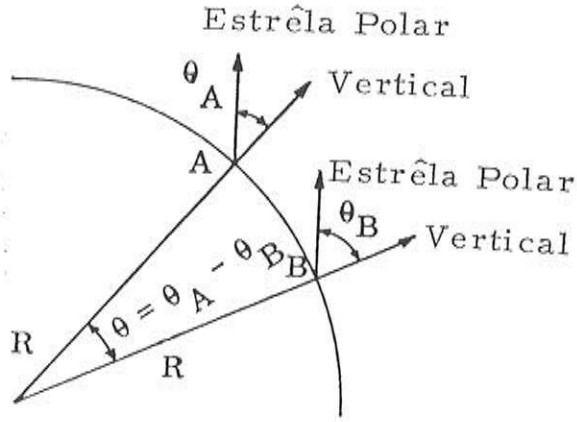
DESENVOLVIMENTO. A seguinte experiência simples, feita em classe como uma experiência pré-laboratório, pode ajudar no entendimento da triangulação: Peça à sua classe para medir uma distância de alguns metros, usando uma linha de base conveniente, como uma régua de um metro ou o comprimento de uma mesa. As duas linhas de visada podem ser marcadas diretamente, numa fôlha de papel de tamanho normal, movendo o papel até cada ponto de visada e marcando, naturalmente, cada linha, quando um dos lados da fôlha é paralelo à linha de base. Isto fornece, diretamente, um triângulo semelhante ao triângulo formado pela linha de base e as duas linhas de visada, mas de tamanho menor. Usando a proporcionalidade entre os lados correspondentes dos triângulos semelhantes, a distância pode ser determinada fàcilmente. A distância deve ser conferida por medida direta, com uma trena ou uma fita. Alfinêtes podem ser usados para melhorar a precisão das linhas de visada traçadas no papel.

COMENTÁRIO. Há muitas aplicações das idéias básicas de triangulação; algumas são mencionadas no texto e outras ocorrerão aos alunos de sua classe. Os comentários que se seguem não são entendidos como apresentação em classe, mas para ajudar a responder perguntas que possam ser levantadas.

O método da determinação do tamanho da Terra, mencionado no Guia do Professor para a Seção 1, é essencialmente um método de triangulação. Aqui, a linha de base medida é um arco de círculo ao longo do meridiano e a distância a ser medida é o raio da Terra. O ângulo subentendido no círculo da Terra pelo arco é determinado pela observação da mudança na latitude. A e B são dois pontos da superfície da Terra no mesmo meridiano, isto é, A está exatamente ao norte de B. $90 - \theta_A$ é a latitude de A. Podemos determinar o raio da Terra, fazendo um desenho em escala ou lembrando que o comprimento do arco de um círculo é proporcional ao ângulo subentendido:

$$\frac{AB}{2\,\pi\,R} = \frac{\theta}{360^\circ}$$

$$\text{Portanto, } R = \frac{360}{\theta} \times \frac{AB}{2\,\pi}.$$



° ° °

Um bom aluno pode tentar conferir a distância da estrêla de Barnard, mencionada na legenda da Figura 3-5, a partir da observação do seu movimento aparente. Isso não é possível, uma vez que a distância requerida (distância focal) do telescópio não é dada; a dimensão de 60 centímetros, mencionada na legenda, refere-se ao diâmetro do espelho do telescópio. Para atingir-se a distância condicionada, a distância focal deve ser de 6 metros. Usando triângulos semelhantes (veja Figura 3-4), temos:

$l = 6$ metros

$s = 0{,}03$ mm $= 3 \times 10^{-5}$ metros.

$b =$ duas vêzes a distância do Sol à Terra $= 3 \times 10^{11}$ metros.

$$d = \frac{l}{s} b = \frac{6 \text{ metros}}{3 \times 10^{-5} \text{ metros}} \times 3 \times 10^{11}$$

$$\text{metros} = 6 \times 10^{16} \text{ metros.}$$

Alguns alunos poderiam pensar a respeito da possibilidade da estrêla não estar imóvel, relativamente ao Sol, e que isto possa interferir na medida da distância. Êste não é um problema real, desde que é fácil separar o efeito devido ao movimento da Terra (relativo ao Sol) e o efeito devido ao movimento da estrêla (relativo ao Sol). O primeiro efeito resulta em um movimento de vai e vem, com um período de um ano, enquanto que a parte que vem do movimento da estrêla é, essencialmente, um movimento uniforme e retilíneo. Os dois efeitos são mostrados razoàvelmente, na Figura 3-5.

° ° °

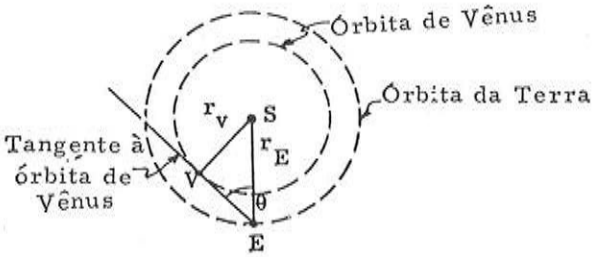
A questão levantada no fim da legenda da Figura 3-7 é, simplesmente, um convite geral ao aluno para ver se essa pergunta tem alguma consistência para êle. Respostas precisas não devem ser esperadas. Os astrônomos usam uma variedade de métodos para calcular distâncias grandes demais para serem obtidas pela triangulação. A maioria dos métodos está baseada na quantidade de luz recebida de uma estrêla, e na estimativa grosseira da quantidade total de luz emitida pela estrêla (luminosidade própria). A luminosidade própria pode ser estimada, com a ajuda de uma relação empírica entre a luminosidade própria e algumas outras quantidades observáveis, por exemplo, a côr da luz emitida ou o período de uma estrêla variável. Tais relações foram estabelecidas através de observações de estrêlas próximas, cuja distância é conhecida por métodos mais diretos. Alguns dos métodos são discutidos no filme "Measuring Large Distances".

SUPLEMENTO. Alguns alunos podem fazer perguntas relativas ao modo como as distâncias astronômicas, registradas na Tabela 1, foram medidas. Apesar de ser um assunto interessante, você quererá evitar discuti-lo em classe, porque levaria muito tempo. Respostas parciais a algumas das mais óbvias perguntas são dadas abaixo.

(1) Ainda que a maioria das distâncias interplanetárias possam ser medidas fàcilmente por triangulação, usando o diâmetro da Terra como linha de base, outras técnicas são às vêzes empregadas, para dar maior exatidão. Observações do movimento dos planêtas, relativamente ao Sol e às estrêlas, tornam possível construir um mapa em escala do sistema solar, estabelecendo a *razão* de várias distâncias dentro do sistema solar. Como um exemplo, o ângulo máximo entre Vênus e o Sol fixa, essencialmente, a razão do raio da órbita de Vênus para o raio da órbita da Terra. Para simplicidade, suponha que ambas as órbitas sejam circulares, com o Sol no centro, e que as duas órbitas estejam no mesmo plano. Quando o

ângulo entre Vênus e o Sol fôr máximo, o Sol, Vênus e a Terra estarão nos vértices de um ângulo reto. O ângulo θ tem cêrca de 46°; do desenho em escala ou por trigonometria, encontramos a razão

$$\frac{r_v}{r_t} = 0{,}72.$$



De uma maneira semelhante, porém mais complexa, razões podem ser determinadas, para planêtas que têm raios orbitais maiores do que o da Terra. Para achar as distâncias reais, outra equação que relacione o raio da órbita terrestre com o de um outro planêta é necessária. A real diferença entre êstes dois raios, digamos, a distância entre Marte e a Terra, na maior aproximação, pode ser calculada por medidas de paralaxe (triangulação), usando dois pontos bem separados na seperfície da Terra como linha de base. Como uma alternativa, observar a posição do planêta, ao entardecer e de novo, ao amanhecer, fornece uma linha de base aproximadamente igual ao diâmetro da Terra, devido à rotação desta em tôrno do seu próprio eixo. Na prática, as melhores medidas têm sido as da distância a um planêta menor (por exemplo, Eros) que passa mais perto da Terra do que Vênus ou Marte. Recentemente, a distância a Vênus foi medida, determinando-se o tempo de percurso das ondas de rádio que se refletem na superfície de Vênus. Se alguns dos seus alunos estiverem interessados no estudo dêste assunto, com maiores detalhes, uma boa fonte de informação pode ser encontrada na "Astronomy" de William Lee Kennon, Ginn and Company, 1948 (páginas 199 — 206 e 247 — 257).

(2) O comprimento da sombra da Terra poderia ser determinado a partir do diâmetro da sombra na posição da Lua e a distância da Lua à Terra.



Pelos triângulos semelhantes: $\frac{D_T}{s} = \frac{b}{s - l}$

que pode ser resolvido para dar $s = \frac{D_T \times l}{D_T - b}$

O diâmetro, b, da sombra da Terra, na posição da Lua, pode ser determinado pela observação do tempo requerido para a Lua atravessar a sombra, durante um eclipse lunar. Por exemplo, pode-se observar que a Lua se move por uma distância igual a seu próprio diâmetro, em cêrca de 3 500 segundos, mas leva aproximadamente 9 200 segundos para atravessar a sombra da Terra.

Isto significa que b é igual a $\frac{9{,}2 \times 10^3}{3{,}5 \times 10^3}$ vêzes o diâmetro da Lua. O diâmetro da Lua é cêrca de $3{,}48 \times 10^6$ metros (veja CCL 6).

Isso dá $b = \frac{9{,}2}{3{,}5} \times 3{,}48 \times 10^6$ metros

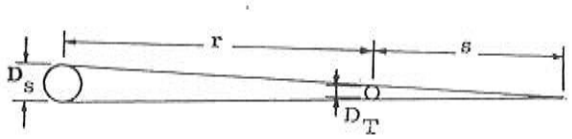
$= 9{,}2 \times 10^6$ metros.

Com $D_T = 12{,}7 \times 10^6$ metros e $l = 3{,}84 \times 10^8$ metros, temos:

$$s = \frac{12{,}7 \times 10^6 \text{ metros}}{(12{,}7\text{-}9{,}2) \times 10^6 \text{ metros}} \times 3{,}84 \times 10^8 \text{ metros}$$

$= 14 \times 10^8$ metros $= 1{,}4 \times 10^9$ metros.

Alternativamente, podemos calcular o comprimento da sombra, baseados no diâmetro do Sol, no diâmetro da Terra e na distância do Sol à Terra.



Pelos triângulos semelhantes, temos: $\frac{D_S}{r+s} = \frac{D_T}{s}$;

resolvendo, encontramos $s = \frac{rD_T}{D_S - D_T} = \frac{r}{D_S} \times \frac{D_T}{1 - \frac{D_T}{D_S}}$

Sabemos a razão $\frac{D_S}{r}$ pela medida do ângulo subentendido pelo disco do Sol até a Terra (veja CCL 6). Temos $\frac{D_S}{r} = 9{,}3 \times 10^{-3}$

O diâmetro da Terra é $D_T = 12{,}7 \times 10^6$ metros. Assim, calculamos:

$$s = \frac{1}{9{,}3 \times 10^{-3}} \times \frac{12{,}7 \times 10^6}{1 - \frac{D_T}{D_S}} = \frac{1{,}4 \times 10^9 \text{ metros.}}{1 - \frac{D_T}{D_S}}.$$

Comparando os dois resultados, vemos que o diâmetro da Terra deve ser bem pequeno, em comparação ao diâmetro do Sol. Medidas muito precisas seriam necessárias para dar mesmo uma estimativa grosseira do raio real (o diâmetro do Sol é cêrca de 110 vêzes o da Terra).

(3) Como está indicada na Tabela 1, a distância máxima que pode ser medida por triangulação, usando o diâmetro da órbita da Terra como linha de base, é cêrca de 10^{18} metros. Êste máximo é estabelecido pelo limite da capacidade de um telescópio em distinguir entre dois pequenos ângulos (resolução angular). O diâmetro da órbita da Terra é cêrca de 3×10^{11} metros. Isto implica uma resolução angular de aproximadamente $\frac{3 \times 10^{11}}{10^{18}} = 3 \times 10^{-7}$.

Isto está próximo do poder de resolução do maior telescópio. A resolução angular máxima não pode exceder a razão do comprimento da onda de luz e a abertura do telescópio. Para luz visível, o comprimento de onda é de cêrca de 5×10^{-7} metros, e o diâmetro do maior telescópio é cêrca de 5 metros. Isto dá uma resolução em ângulo que não pode exceder, aproximadamente, 10^{-7}. Outras limitações, como por exemplo, a refração irregular através da atmosfera, reduzem um pouco o poder de resolução. Note que esta limitação nos permite medir distâncias, sòmente até estrêlas que são relativamente nossas vizinhas próximas. 10^{18} metros está a cêrca de 10^2 anos-luz (1 ano-luz $\approx 10^{16}$); o diâmetro de nossa galáxia é cêrca de 10^5 anos-luz.

Seção 3 — Pequenas Distâncias

CONTEÚDO. Vários métodos ou dispositivos podem ser usados, para capacitar-nos a determinar o tamanho de uma pequena distância, partindo da medida de uma maior.

ÊNFASE. A principal ênfase aqui deve ser para mostrar aos alunos como e quão longe a medida pode ser estendida, em direção do muito pequeno. Nesse ponto, no laboratório, o aluno pode chegar a 10^{-5} metros com o micrômetro óptico. Na experiência de monocamada (I-8) em relação com o Capítulo 7, chegará a 10^{-9} metros. Antes de terminar o curso, o aluno estará familiarizado com as técnicas, para descer às dimensões subatômicas.

Esta seção deve ser tratada com brevidade, uma vez que a maioria das idéias envolvidas são semelhantes às usadas na seção precedente. Se você tiver tempo, a construção e calibração do micrômetro óptico (Experiência I-3) será apropriada, nesse ponto. Se fizer a experiência, não deve introduzir o micrômetro ou palmer, por ora, visto que pode tirar o interêsse dos alunos, na construção e calibração dos seus próprios aparelhos.

COMENTÁRIOS. Discutir, agora, como as distâncias registradas na Tabela 3 são medidas seria avançar demais no assunto. Você pode esclarecer que esta tabela é feita, para mostrar aos alunos para onde vão, e não como chegar lá.

Em todos os exemplos que escolher, tente chamar a atenção para o fato de que construímos um aparelho ou um método para *estender* os resultados de medida direta. Como é mostrado no texto, você pode pegar uma centena de fôlhas de papel, ao invés de uma única, para colocar a medida a determinar, dentro da escala em que podemos medi-la diretamente.

Os alunos podem observar que, na Figura 3-11(b) da página 47, um cabelo tem cêrca de 8×10^{-5} metros de diâmetro, enquanto que, no fim da segunda coluna da página 51, um cabelo foi considerado como tendo 3×10^{-5} metros de diâmetro. Deixe os alunos decidirem isso no laboratório, com o micrômetro óptico. (A grossura varia, consideràvelmente).

Seção 4 — As Dimensões do Espaço

FINALIDADE. Tornar mais explícitas as relações físicas intuitivas entre comprimentos, áreas e volumes, isto é, entre uma, duas e três dimensões.

ÊNFASE. Trate com brevidade, principalmente como leitura para casa.

COMENTÁRIOS. O fato de necessitarmos de três números específicos, para a localização de um ponto no espaço, é aparente para a maioria dos alunos. A localização será certamente aparente, se você pode fazê-la com três números; alguns dêles talvez não tenham considerado a possibilidade de tentar fazê-la com menos de três. Três coordenadas são necessárias para isso, de qualquer modo.

Quando você move uma linha, a fim de "varrer" uma superfície, deve movê-la perpendicularmente a si mesma (ou, ao menos, parcialmente; você não pode deslizá-la, ao longo do seu comprimento). Do mesmo modo, você move a superfície, parcialmente perpendicular a si própria, para gerar um volume. Isto é até onde você pode ir. Como mostra o texto, sòmente acontece isso, porque você consegue um outro volume quando move o sólido original. Entretanto, alunos com sofisticação matemática podem mostrar que a dificuldade está em não podermos mover um sólido, perpendicularmente a si mesmo. Estamos condicionados a um caso semelhante, ao deslocar uma linha ao longo de sua própria direção, ou uma superfície ao longo de si mesma, onde uma outra linha ou superfície, respectivamente, é obtida.

Tente mostrar que trabalhamos, em Física, com quantidades sem dimensões, como o número π, e ainda com quantidades de uma ou mais dimensões. Uma quantidade sem dimensão é medida por um número puro. Uma quantidade de uma dimensão, como a distância ou o intervalo de tempo, é medida por um número *com unidade*. Uma quantidade bidimensional, tal como uma área, pode ser descrita em têrmos de duas quantidades monodimensionais, tais como duas distâncias (por exemplo, o comprimento e a largura de um retângulo). Uma quantidade tridimensional, tal como um volume, pode por sua vez, ser descrita por três quantidades monodimensionais (três lados de um cubo), ou por uma quantidade monodimensional e uma quantidade bidimensional (a área da base e a altura de um cilindro). Os alunos podem mostrar que, mesmo em nosso mundo cotidiano, toma-se quatro quantidades monodimensionais, três distâncias e uma medida de tempo, para especificar o estado de um sistema particular que estiver variando com o tempo. (Êste conceito é fundamental, na teoria da relatividade, e trouxe especulação extensa e intensa a respeito da "quarta dimensão", na mente do público, no tempo em que Einstein publicou a sua teoria).

Seção 5 — Medindo Superfícies e Volumes

FINALIDADE. Mostrar que a medida de áreas e volumes é, simplesmente, uma extensão do processo de contar unidades.

ÊNFASE. Trate com brevidade.

COMENTÁRIO. Definimos a área de um quadrado e o volume de um cubo, usando as equações da forma, $A = s^2$ e $V = s^3$, respec-

tivamente. Para determinar a área e o volume de um corpo irregular, contamos (ou calculamos) o número de quadrados unitários ou cubos que caberão na figura dada. Enquanto êste assunto sugere uma matemática um tanto avançada e importante, tal como o cálculo integral, é suficiente deixá-lo aqui, como uma vaga referência.

Alguns dos Problemas, do 12 ao 17 no fim do capítulo, podem ser apropriadamente usados como tarefa para casa ou discussão em classe. Êsses problemas darão aos alunos certa prática, com a medida de área e volume. Esta é uma boa oportunidade para salientar uma vantagem do sistema métrico sôbre o sistema Inglês. No sistema métrico, escolhemos, como *a* unidade de volume, o volume de um cubo que tiver a aresta de um metro: a unidade de volume é construída da forma mais simples possível, a partir da unidade de comprimento. Êste não é o caso para a maioria das unidades comuns do sistema Inglês. Realmente, você dará isto como tarefa para casa, pedindo à sua classe que calcule o comprimento da aresta de um cubo, que tem o volume de um bushel (35,238 litros). Êles chegarão à uma conclusão, se não obtiverem a resposta.

Seção 6 — Sôbre as Limitações das Medidas

Seção 7 — Algarismos Significativos

FINALIDADE. Salientar algumas das limitações nas medidas e introduzir o uso de algarismos significativos, na apresentação dos resultados das medidas.

CONTEÚDO. a. As medidas físicas não são exatas.

b. As medidas indiretas dependem de hipóteses. O reconhecimento e teste destas hipóteses é uma parte importante da medida.

c. A precisão de uma medida pode ser expressa pelo número de algarismos significativos, usados na apresentação do resultado.

d. Nas operações aritméticas com quantidades medidas, deve-se levar em conta as incertezas dos dados originais.

ÊNFASE. Os vários exemplos do texto devem ser suficientes, neste ponto, como uma introdução às limitações das medidas.

Ainda que aos algarismos significativos se deva dar grande importância, não se pode pensar que solucionam o problema, uma vez que os algarismos significativos estão longe de ser uma resposta completamente satisfatória, para os problemas de êrros e suas representações. Para ir além dessas considerações, deveríamos introduzir os êrros fracionários. Isto é desnecessário, num primeiro curso.

Muitos alunos necessitarão ser lembrados, durante mêses, a fim de adquirirem o hábito de prestar atenção nos algarismos significativos. Praticar, neste ponto, não será de tanta ajuda, como demonstrar o uso apropriado, em problemas discutidos em classe e, especialmente, no laboratório, quando os alunos estão trabalhando com suas próprias medidas.

COMENTÁRIOS. As idéias relativas aos algarismos significativos são apresentadas no texto, através de exemplos, evitando-se quaisquer regras difíceis e rígidas. É interessante manter essa atitude. O aluno deve reconhecer: (1) Qualquer número, obtido pela medida, é incerto até certo grau. (2) Quando quantidades são calculadas, de tais números, os resultados numéricos são também incertos, até um certo grau. Ao efetuar a operação aritmética com os resultados da medida, calculamos a incerteza na resposta, perguntando: Se mudarmos o resultado medido pelo êrro possível, de quanto varia o resultado calculado? Se os alunos se habituarem a fazer esta pergunta, haverá pouca dificuldade na obtenção de uma resposta apropriada.

Será bom evitar regras difíceis e rígidas, bem como, cuidadosamente, refrear-se para não ir além de um simples uso do bom senso, ao responder perguntas que possam surgir, relacionadas com os algarismos significativos. Na maioria dos casos onde duas respostas de "bom senso" à mesma pergunta parecem coexistir, a diferença entre essas respostas será sem importância. Tal exemplo é dado no Problema 19. Neste problema, ambas as respostas estão corretas. A diferença entre as duas respostas (12,76 e 12,77 metros) não é significativa, uma vez que o último algarismo é incerto, em ambos os casos.

Os Problemas de 19 a 24 tratam dos algarismos significativos. Uma discussão em classe, talvez, de dois dêstes (por exemplo, 21 e 24) seria suficiente, para apresentar a maioria das idéias envolvidas.

* * *

Pode ser necessário salientar, explìcitamente, que os êrros no resultado da medida de limitações naturais e instrumentais não estão relacionados com o sistema de número decimal. Assim, escrever um número para um número dado de algarismos significativos *não* implica em que o último algarismo dado é conhecido, com uma exatidão de ± 1; por exemplo, se estabelecermos que uma certa distância tem 3,523 metros, isto não significa necessàriamente $3{,}523 \pm 0{,}001$ metros. A afirmativa simplesmente significa que nossa melhor estimativa do último número é 3, e que *não* sabemos *coisa alguma* acêrca do algarismo seguinte. Se a incerteza numa medida particular é conhecida, por exemplo, pelas várias medidas independentes da mesma quantidade, estabelecemos convencionalmente a incerteza, juntamente com os resultados, por exemplo, $3{,}523 \pm 0{,}007$ metros. Não se pode esperar que os alunos adotem tal anotação, neste ponto, desde que não sabem como estimar êrros.

* * *

Em Física, trabalhamos com quantidades exatas, tanto quanto com quantidades medidas. Quantidades exatas são aquelas definidas pela lei ou pela Matemática. Por exemplo, há exatamente 2,54 centímetros em uma polegada, pela lei. Entretanto, é perfeitamente correto escrever esta quantidade assim: 2,5400000000 ... Semelhantemente, um número como π pode ser escrito com qualquer número de algarismos, uma vez que tem uma definição exata. Poderíamos, naturalmente, "medir" π pela medida do diâmetro e circunferência de um círculo, e determinar π "experimentalmente", da razão entre a circunferência e o diâmetro. Então, o número de algarismos significativos que poderíamos usar, no registro do valor de nosso π "experimental", seria determinado pela precisão das medidas da circunferência e do diâmetro. No entanto, se quisermos saber a circunferência de um círculo, será muito melhor tomar a definição matemática de π e o valor medido do diâmetro. Depois, lògicamente, o valor da "medida" registrada da circunferência não pode ter mais algarismos significativos do que o valor medido do diâmetro. No cálculo, naturalmente, podemos poupar trabalho, usando sòmente um número apropriado de algarismos de π. Observe que, quando multiplicamos ou dividimos uma quantidade medida, como um raio, por uma quantidade exata como π, não mudamos o número de algarismos significativos.

Trabalhe cuidadosamente com a aritmética que trata de quantidades físicas. Mostre que o número de algarismos significativos *nunca* aumenta, como o resultado de uma operação aritmética como a adição, multiplicação ou divisão, mas pode, de fato, ser reduzido por subtração. Demonstre que o número de algarismos significativos, em uma medida, é independente das unidades escolhidas para exprimi-lo. Por exemplo, se o diâmetro de um círculo medido com uma régua é avaliado como 2,55 centímetros, os algarismos são todos significativos, mas o último à direita é um pouco duvidoso, porque vem de uma estimativa de décimos entre as divisões do milímetro, na escala. O número de algarismos significativos não é mudado, pela conversão de unidades e escrevendo-se 0,0255 metros ou 25 500 microns. Os zeros à esquerda, no primeiro caso, e à direita, no segundo caso, servem para localizar a casa decimal e não são contados como algarismos significativos. O número verdadeiro de algarismos significativos pode sempre ser indicado, usando potências de dez para localizar a casa decimal à direita do primeiro algarismo e escrevendo $2{,}55 \times 10^{-2}$ metros ou $2{,}55 \times 10^{4}$ microns. Êste tipo de notação é, às vêzes, chamado notação "científica" e é interessante ser introduzida, neste ponto.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

GERAL. Nestes problemas e em muitos desenvolvimentos dos capítulos seguintes, uma quantidade razoável de operações aritméticas é freqüentemente encontrada. Alguns professôres talvez queiram permanecer algum tempo neste

ponto, a fim de que os alunos pratiquem o uso da régua de cálculo, para simplificar os cálculos de rotina. Ainda que o conhecimento da técnica da régua de cálculo seja geralmente útil e uma ajuda valiosa nos cálculos, o andamento do curso não será prejudicado, se os alunos não estiverem especìficamente treinados nesta técnica.

A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com o nível avaliado de dificuldade e as seções às quais se referem. Estão marcados os que são especialmente indicados para discussão em classe e como projetos para casa. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

Após a tabela, estão as respostas de todos os problemas que requerem uma resposta numérica ou abreviada. As soluções detalhadas são dadas nas páginas 31 a 40.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projetos de casa
1	1			1	2
2		4, 9*		10	3*, 5, 6*, 7, 8
3	11			11	
4	12, 13, 14	15			
5		16*, 17		16*	
6		18		18	
7	23, 24	19, 20*, 21 22		21, 24	

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Veja discussão na página 31.
2. Projeto para casa. Veja discussão na página 32.
3. Projeto para casa. Veja discussão na página 32.
4. 220 metros.
5. Projeto para casa. Veja discussão na página 33.
6. 4×10^3 km.
7. Projeto para casa. Veja discussão na página 35.
8. Projeto para casa.
9. (a) 25 metros.
   (b) Dif. = 1 metro. Êrro 4,0%.
   (c) Dif. = 20 metros.
10. Projeto de classe. Veja discussão na página 36.
11. Veja discussão na página 37.
12. 78 cm^2.
13. 200 cm^2.
14. 780 cm^3.
15. 900 cm^3.
16. O molde e o quadrado conhecido do material do molde são de espessura e composição uniformes.
17. $1,2 \times 10^{-2}$ centímetros por sulco.
18. Veja discussão na página 39.
19. (a) 12,77 metros e 12,76 metros.
    (b) Ambos estão corretos. De qualquer modo, o algarismo que representa os centésimos do metro é duvidoso.
20. (a) $5,4 \times 10^{-3}$.
    (b) $2,3 \times 10^{-1}$.
    (c) 36,7.
    (d) 0,458.

21. (a) 64 cm^3.
    (b) 64 ± 1 cm^3.
    (c) 1/64 (ou 1,6%.)
22. 8,2 cm.
23. 44,0 cm^3.
24. (a) 9,1 horas.
    (b) 0,60.
    (c) 3,5 horas.

COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Escolha uma unidade arbitrária tal como o comprimento da primeira falange do polegar ou o comprimento de uma unha. Faça uma escala, usando esta unidade, ao longo do bordo de uma fôlha de papel. Use esta escala para medir o comprimento e a largura desta página. Determine a relação entre o comprimento e a largura. Quais são as unidades desta relação? Compare a relação que você obteve com as conseguidas por outros, para o mesmo objeto, usando unidades diferentes. Qual é o efeito do uso de unidade diferentes na medida de razões?

Êste problema tem a finalidade de demonstrar que a escolha da unidade, na medida, é arbitrária. Resultados típicos:

Largura do papel 5 1/2 falanges do polegar; comprimento 7 falanges do polegar.

relação entre comprimento e largura 7/5,5 = 1,3 (sem unidades).

(com uma régua) largura 19cm; comprimento 25,5cm.

relação entre comprimento e largura 25,5/19 = 1,3 (sem unidades).

A relação entre o comprimento e a largura é a mesma para qualquer conjunto de unidades, desde que, para medi-los, as unidades sejam as mesmas.

Alguns alunos contestarão em fazer medidas imperfeitas, tal como usar a falange do polegar, quando sabem que podem medir muito melhor, usando réguas. Se as relações calculadas pelo método do polegar e método da régua discordarem, os alunos suprimirão, prontamente, a medida do polegar e manterão a medida feita com a régua. Se a experiência de seus alunos em ciência até o momento é tal, que não aceitem êste exercício, você pode resolvê-lo, pelo menos de duas maneiras diferentes e, ainda, introduzir as idéias mais importantes.

1. Pode pedir à sua classe para fazer uma experiência difícil, perguntando-lhes o que *aconteceria*, se êles calculassem de fato esta relação, usando unidades diferentes de medida. Em princípio, a relação deveria permanecer a mesma. No entanto, os alunos podem achar que, na prática, haveria pequenas variações na relação, devidas a êrros na medida.

2. Pode exercitar a classe com uma competição. A intenção do exercício, como êle é apresentado, é a de que cada aluno desempenhe sòzinho seu papel no jôgo, para ver o que acontece e, talvez, para ver quão exatamente pode fazer tal medida com seu polegar. Pode dar o exercício em classe, antes que os alunos tenham, prèviamente, lido o problema, ou medido uma página com uma régua. Mande cada aluno medir as duas distâncias, *tão precisamente quanto êle possa*, com o seu polegar. Ao fazer isso, êle irá encarar de uma maneira séria, como se procede na maioria dos problemas que encontramos, ao tentar obter uma medida de precisão com bom equipamento. Mande fazer estimativas de décimos do comprimento da falange do polegar, o mais acuradamente possível. Registre os resultados obtidos por cada aluno. Mande os alunos usarem uma régua, a fim de decidir sôbre o vencedor.

Pode também ser interessante mandar um aluno registrar tôdas as leituras e tirar a média delas, para ver se a média aparece (como aparecerá, se você tiver sorte) surpreendentemente perto dos resultados obtidos com uma régua.

Se você fizer êste exercício como padrão, ou se introduzir variações nele, é importante que os alunos verifiquem, aqui, que a razão de duas medidas lineares é um número puro, sem dimensão. Também, ao terminar êste capítulo, os alunos devem estar completamente convictos de que tôdas as medidas são aproximadas.

PROBLEMA 2

Permaneça a uma distância de 75 a 150 metros de um edifício de fachada razoàvelmente lisa e de vários andares (também serve um beco sem saída entre edifícios). Bata palmas fortemente, e escute o eco que é, naturalmente, muito mais fraco que o som original. Bata, então, compassadamente, e ajuste seu ritmo de batidas até não conseguir ouvir o eco, por êle chegar ao mesmo tempo que o som mais alto que está sendo produzido. Peça para alguém contar o número de palmas que você bate em dez segundos. Meça a distância, e calcule a velocidade do som (não esquecendo de dobrar a distância para obter o trajeto percorrido).

Uma resposta entre 270 e 450 metros/segundo é boa.

A menos que o aluno tenha feito a experiência com grande cuidado, o resultado deve ser dado com apenas um algarismo significativo. Supondo conhecida a velocidade do som, êste método torna-se um meio de medir a distância ao prédio.

À distância sugerida, a menos que as condições sejam ideais, (nenhum vento, nenhum ruído estranho, etc) pode ser difícil ouvir o eco de uma batida de palmas. Como uma outra solução, os alunos podem tentar bater numa prancha vertical, com um martelo.

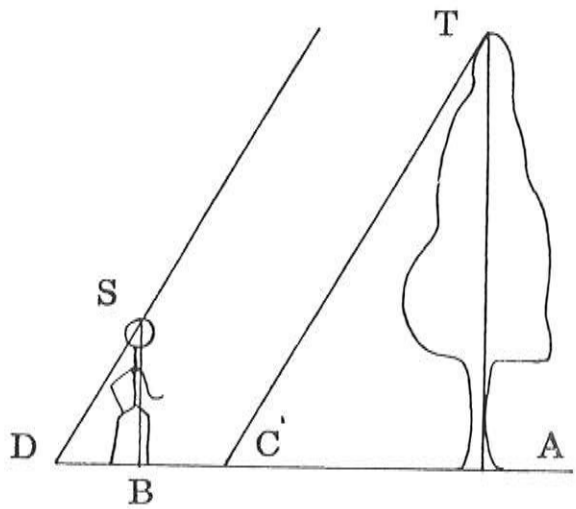
PROBLEMA 3

Determine a altura de uma árvore, ou de um edifício, em um dia ensolarado. Os dados que você necessita são o comprimento de sua sombra e o da árvore, e sua própria altura. Partindo dêstes dados, pode ser encontrada a altura da árvore, usando-se triângulos semelhantes. A posição do Sol modifica seus resultados?

Êste é um exercício no qual o aluno se baseia em sua própria altura. Respostas numéricas, naturalmente, dependem da árvore ou do prédio escolhido. Devemos supor, apenas, que os raios do Sol são paralelos. Logo, os triângulos TAC e SBD são semelhantes, e

$$\frac{\text{altura da árvore (TA)}}{\text{altura do aluno (SB)}} = \frac{\text{sombra da árvore (AC)}}{\text{sombra do aluno (BD)}}.$$

$$\text{Logo, TA} = \frac{(\text{SB}).(\text{AC})}{(\text{BD})}.$$



Por exemplo, se SB = 1,6 metros, AC = 8,5 metros e BD = 0,95 metros; logo, TA = 14 metros. O resultado será o mesmo, para qualquer posição do Sol, desde que os raios de luz, que incidem tanto na árvore como no aluno, sejam paralelos.

No entanto, os alunos podem argumentar que a exatidão dêste método, necessàriamente, diminui quando o Sol vai se aproximando de sua posição, "diretamente sôbre nossa cabeça". Quando o Sol estiver em tal posição, não haverá resultado algum.

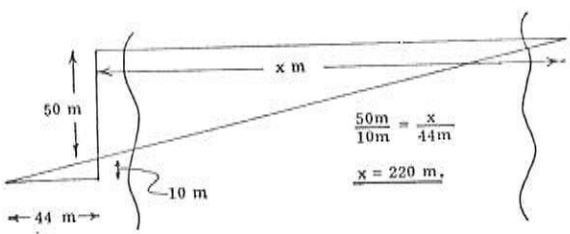
O método seria inconveniente, ao pôr do Sol, devido ao grande comprimento das sombras.

Para classes que não fizerem êste problema experimentalmente, a questão da posição do Sol pode ser usada como base para uma rápida discussão em classe.

PROBLEMA 4

Usando o método de triangulação para medir uma distância, um observador visa um objeto que lhe está diretamente oposto, na outra margem de um rio. Êle finca uma estaca no lugar em que se encontra, e caminha, então, 50 metros paralelamente ao rio, em sentido contrário ao da corrente. Aí êle finca uma segunda estaca. Então, anda 10 metros ainda mais rio acima, e finca uma terceira estaca. Partindo desta estaca, caminha segundo uma reta, afastando-se do rio, até se alinhar com a segunda estaca e o objeto no lado oposto do rio. Êle verifica estar a 44 metros da terceira estaca. Qual é a largura do rio? Veja a Fig. 3-1 do texto para um esquema dêste método.

Êste é um problema de aplicação direta de triangulação. Ainda que os alunos conheçam trigonometria, aprenderão muito, resolvendo problemas com desenhos, traçados cuidadosamente em escala. A solução é dada abaixo.



PROBLEMA 5

É possível determinar sua distância a um marco, medindo dois ângulos e uma linha de base. Escolha como linha de base um lado de um edifício ou um bordo lateral de um campo de futebol de comprimento conhecido. Visando um objeto de cada extremo da linha de base, pode-se determinar o ângulo que cada linha de visada faz com a linha de base, usando-se para isso duas varas e um transferidor. Se êstes resultados fôrem postos em escala de modo a caber em uma fôlha de papel, a distância pode ser medida grosseiramente. A distância pode, também, ser determinada trigonomètricamente, desde que são conhecidos dois ângulos e um lado.

Êste problema de triangulação pode ser resolvido, ou por trigonometria ou pela construção de um desenho em escala. Por exemplo, na Figura (a): AB = 20 metros; $\angle$CAB = = 71,6°; $\angle$CBA = 84,3.°.

Podemos construir a linha DC perpendicular a AB, formando dois ângulos retos. Logo, aplicando a trigonometria,

$$DC = AD \text{ tg } 71{,}6^\circ = DB \text{ tg } 84{,}3.^\circ.$$

Pela tabela trigonométrica, tg 71,6° = 3,01 e tg 84,3.° = 10. Logo,

$$\begin{aligned} DC &= 3{,}01\ AD \\ 10\ (20\text{-}AD) &= 3{,}01\ AD \\ 200 &= 3{,}01\ AD + 10\ AD \\ AD &= 15{,}4\ \text{m.} \\ DC &= 10\ DB \\ &= 10\ (AB - AD) \\ &= 10\ (20 - AD) \end{aligned}$$

Para determinar AC, $\cos 71{,}6^\circ = \dfrac{AD}{AC}$ ou

$$AC = \frac{15{,}4\ \text{m}}{0{,}316} = 48 \text{ metros.}$$

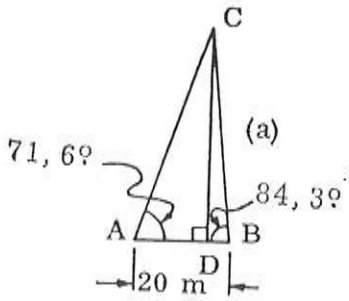
Ou se quisermos CD, CD = AD X tg 71,6° = 15,4 X 3,01 = 46 metros.

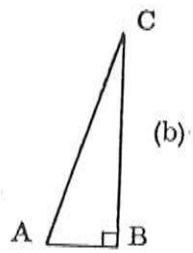
Se êste problema fôr resolvido por um desenho em escala, o transferidor pode ser dispensado. Como os ângulos são observados, êles podem ser registrados diretamente, numa fôlha de papel. Evidencie aqui, especialmente para alunos que conhecem trigonometria, que um cuidadoso desenho em escala é tão bom como um cálculo trigonométrico. Os alunos podem enganar-se, usando trigonometria para obter mais algarismos "significativos", mas um desenho em escala conservará tôda a precisão que obtiverem nas suas medidas básicas, quando medirem os ângulos pela visada. De fato, os cálculos dados acima, na solução do problema, são para mostrar um "caso limite" de precisão. É improvável que, pela visada num transferidor, um aluno possa justificar uma leitura tal como 71,6°. A precisão de dois algarismos é tudo o que deve, normalmente, ser esperado ou aceito.

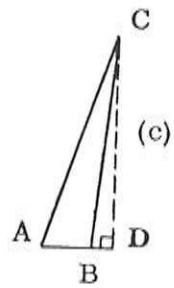
Se fôr possível, o aluno deve encontrar um ponto na linha de base, de maneira que a

linha que o liga ao objeto forme um ângulo reto com a base, (BC na Figura (b)). Isso simplificará grandemente os cálculos, desde que AC será igual a AB/cos ∠BAC, e CB = X tg ∠BAC.

A Figura (c) ilustra uma terceira relação possível entre a linha de base e a distância, (AC), a ser medida. Construindo DC e DB, formam-se novamente dois ângulos retos e a solução do problema é semelhante ao de (a).

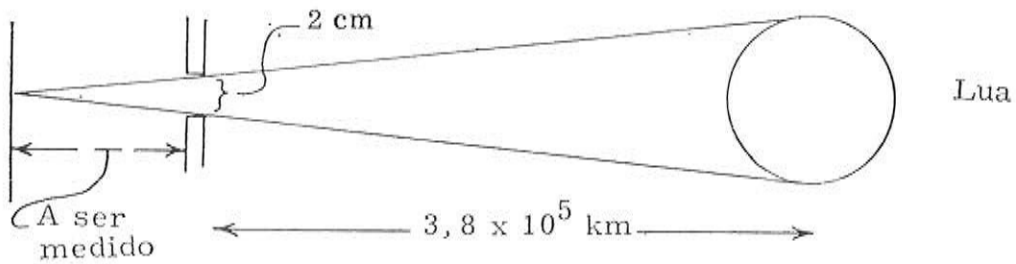






PROBLEMA 6

Qual é o diâmetro da Lua? Supondo que a Lua está a 3,8 × 10^5 km da Terra, você pode determinar seu diâmetro pelo seguinte método. Prenda, numa vidraça, duas tiras de fita adesiva opaca, distanciadas de 2 cm. Perfure um cartão com um alfinête e, então, observe a Lua através do orifício e entre as duas tiras. Afaste-se da janela, até que a Lua preencha exatamente o espaço entre as duas tiras. Meça a distância do cartão à janela. Usando a geometria de triângulos semelhantes, calcule o diâmetro da Lua. NÃO tente usar êste método para determinar o diâmetro do Sol. O brilho do Sol será prejudicial à vista. Pode êste método ser usado para determinar o tamanho de uma estrêla?



Usando triângulos semelhantes:

$$\frac{2\text{ cm}}{\text{distância do cartão à janela}} = \frac{\text{d (diâmetro da Lua)}}{3{,}8 \times 10^5\text{ km}}.$$

O aluno deve encontrar que a distância ao cartão é da ordem de 10^2 cm. Se medir cuidadosamente, êle obterá um valor de, aproximadamente, 2 metros e, portanto:

$$\frac{\text{d km}}{3{,}8 \times 10^5\text{ km}} = \frac{2\text{ cm}}{2 \times 10^2\text{ cm}}, \text{ e d} = 4 \times 10^3\text{ km}.$$

A distância da estrêla à janela é tão grande, em comparação ao diâmetro da estrêla, que raios de tôda a parte da estrêla são pràticamente paralelos, para permitir o uso da triangulação a fim de encontrar o diâmetro.

PROBLEMA 7

Cubra um ôlho com sua mão, e tente avaliar distâncias com apenas um ôlho. Observe que a maioria dos animais caçadores e aves de rapina apresentam uma única acomodação dos olhos, que lhes permite avaliar a distância do bote sôbre a sua prêsa. Considere a dificuldade de quase tôdas das muitas tarefas que executamos, se fôssemos privados desta percepção de profundidade.

Ainda que as pessoas com visão normal geralmente usem a paralaxe para avaliar distâncias, as que têm visão num só ôlho possuem ainda alguma percepção de profundidade. Isso pode ser conseguido através de sensação da atividade muscular requerida, para focalizar a imagem em um pequeno ponto sôbre a retina. Há também outras causas para a percepção de distância.

PROBLEMA 8

Uma câmara fotográfica com uma só objetiva não pode pôr em evidência distâncias relativas, a não ser que a fotografia que ela tira mostre a profundidade de espaço que separa os objetos. Mostre como isto poderia ser usado para fazer uma câmara "mentir". Tire uma fotografia de objetos situados sôbre uma mesa, de uma posição ligeiramente abaixo de seu bordo. Observe que objetos semelhantes parecem ser de diferente tamanho, dependendo de sua posição sôbre a mesa. Efeitos como êste são usados para dar a ilusão de que uma pessoa está no interior de uma garrafa, ou é maior que uma árvore.

Um projeto para casa, para os fotógrafos amadores.

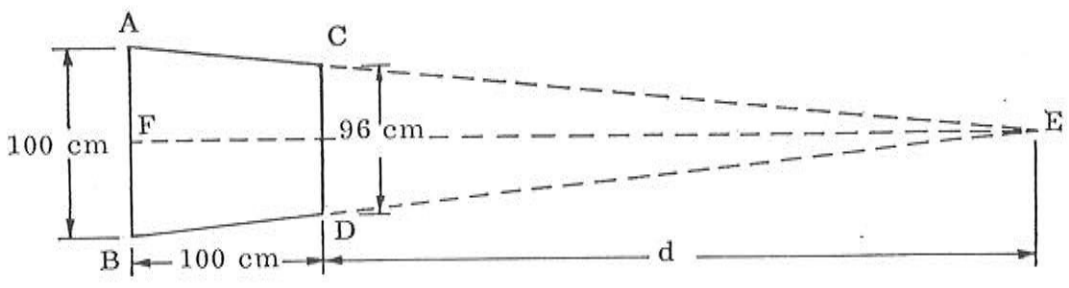
PROBLEMA 9

(a) Pode-se improvisar um telêmetro simples, usando duas réguas de metro para estabelecer linhas de visada ao objeto. Os desvios dessas linhas de visada em relação às posições paralelas, constituem uma medida da proximidade do objeto visado. Se as réguas formam ângulos iguais com sua linha de base, e estão separadas de um metro na extremidade próxima e de 96 centímetros no extremo afastado do observador, qual é a distância ao objeto visado?

(b) Se as réguas não são suficientemente retas para dar uma leitura precisa nas separações, resultará um êrro na avaliação da distância. Que diferença resultaria na distância avaliada, se a medida na parte anterior tivesse sido 96,2 ao invés de 96,0 cm, quando as partes posteriores das réguas permaneceram separadas de 1 metro? Expresse êste êrro em porcentagem.

(c) Situando as réguas em posição mais próxima da paralela, a falha na visada correta das réguas produz um êrro muito maior na avaliação da distância. Compare as distâncias quando as partes anteriores das réguas estão afastadas de 99,0 e 99,2 cm, enquanto as posteriores permanecem a um metro.

É um excelente exercício de triangulação — pode ser dado como uma atividade em classe.



a) Dos triângulos semelhantes no diagrama acima:

$$\frac{d}{96\text{ cm}} = \frac{100\text{ cm} + d}{100\text{ cm}};\ 100\,d = 9\,600 + 96\,d$$

$d = 9\,600/4 = 2\,400$ cm $= 24$ metros.

A distância, EF, é 24 m + 1 m = 25 m.

b) Dos cálculos acima, vemos que, se a medida mais afastada do observador e paralela à linha de base fôr 96,2 cm, então $d = 9\,620/3{,}8 = 25$ metros e a distância, EF, seria 26 metros. Assim, a diferença das distâncias estimadas seria de 1 *metro*.

$$\%\ \text{êrro} = \frac{(26 - 25)\text{ metros}}{25\text{ metros}} \times 100 = 4{,}0\%.$$

c) Quando CD = 99 cm: $d = \frac{9\,900}{1} =$

$= 9\,900$ cm ou 99 m e o alcance é 100 m.

Quando CD = 99,2 cm: $d = \frac{9\,920}{0{,}8} =$

$= 12\,400$ cm e o alcance é 120 m.

Neste caso, uma diferença de 0,2 cm, na medida mais afastada, produz uma diferença, na determinação do alcance, de *20 metros*. É óbvio que, enquanto a distância cresce, o êrro resultante da medida de *CD* também aumenta. Observe que, ao subtrair 99,2 de 100, como nossa resposta (0,8) só tem um algarismo significativo, o êrro possível é cêrca de 10%, de maneira que está justificada a resposta com dois algarismos significativos.

PROBLEMA 10

Construção, em escala, de um modêlo do sistema solar: Uma bola de voleibol, representando o Sol e colocada perto de uma extremidade de um campo de futebol, dará uma escala na qual um centímetro representará aproximadamente 6×10^4 quilômetros. Em tal escala, a Terra terá apenas um pouço mais de 1,5 milímetros de diâmetro, e estará a 23 metros do Sol. O distante Netuno estará afastado de quase 800 metros, e seu diâmetro será pouco maior que 0,5 centímetro. Em nosso modêlo, que tamanho terão os outros planêtas e seus satélites? Por que fator devem ser reduzidas tôdas as dimensões, se êste modêlo em escala deve caber fàcilmente em seu campo de futebol? Que objeto poderia você usar para representar a Terra nesta nova escala?

É um possível projeto para classe. Os alunos ficam surprêsos ao ver que os "modelos em escala" do sistema solar, em museus, estão freqüentemente longe da escala verdadeira!

A tabela seguinte contém os dados necessários para a construção do modêlo em escala. Distâncias e tamanhos dos planêtas também são dados.

Planêtas	Distância em quilômetros do Sol	Distância em escala 1 cm ≡ 10^5km cm	m	Diâmetro real em quilômetros	Diâmetro em centímetros (escala)
Mercúrio	58.10^6	580	5,8	$4{,}8.10^3$	0,05
Vênus	108.10^6	1 080	10,8	$12{,}4.10^3$	0,12
Terra	150.10^6	1 500	15,0	$12{,}7.10^3$	0,13
Marte	228.10^6	2 280	22,8	$6{,}8.10^3$	0,07
Júpiter	778.10^6	7 780	77,8	142.10^3	0,14
Saturno	$1\,430.10^6$	14 300	143,0	121.10^3	0,12
Urânio	$2\,870.10^6$	28 700	287,0	50.10^3	0,05
Netuno	$4\,500.10^6$	45 000	450,0	53.10^3	0,05
Plutão	$5\,900.10^6$	59 000	590,0	—	—

Usando uma escala de 1 cm = 10^5 quilômetros, Plutão estaria a cêrca de 590 metros do Sol. Como um campo de futebol tem 100 metros de comprimento, esta escala teria de ser reduzida a um fator de 6, se o modêlo tiver que caber no campo. Nesta nova escala, o diâmetro da Terra teria cêrca de 0,02 cm — aproximadamente, o diâmetro de um cabelo.

PROBLEMA 11

Determine a espessura das fôlhas de um de seus livros, medindo a espessura de 200 páginas (100 fôlhas). Por que é sugerido que você use 100 fôlhas? Que hipóteses são feitas nesta medida?

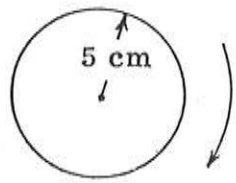
A finalidade dêste problema é mostrar como é possível medir pequenas distâncias, com instrumentos rudimentares. Um livro comum pode dar uma medida de 0,9 cm para a espessura de 100 fôlhas, resultando uma espessura média para cada fôlha de 0,009 cm. Considerando o êrro ao medir a espessura (devido à imprecisão na leitura da régua), sendo talvez 0,05 cm, o êrro na espessura de cada fôlha é 0,05 cm/100, ou 0,0005 cm, cêrca de 6% da espessura real. Se tivéssemos tomado sòmente dez fôlhas, o êrro em medida teria sido 0,05/10 cm, ou 0,005 cm — um êrro maior do que a metade da distância medida. A hipótese mais importante, feita nessa medida, é a de que as fôlhas do livro tenham uma espessura uniforme. De qualquer modo, a resposta obtida é uma média.

Assegure-se de que êste exemplo de um método para medir a espessura de uma simples fôlha de papel receba a atenção dos alunos, mandando fazer êste exercício em classe (referências prévias a êste método são feitas no capítulo) ou no trabalho de laboratório.

PROBLEMA 12

Uma reta de 5,0 cm de comprimento gira em um plano, ao redor de um de seus extremos. Qual é a área varrida por êste movimento?

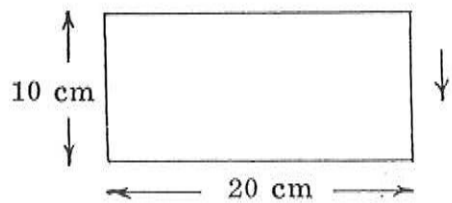
A linha varre a área de um círculo, com um raio de 5,0 cm. Aplicando, $A = \pi r^2$, $A = 3{,}14 \times 25\ cm^2 = 78\ cm^2$.



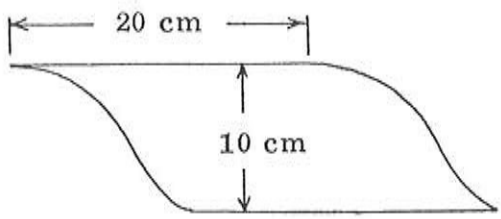
PROBLEMA 13

Uma reta de 20 cm de comprimento é movida para uma nova posição paralela, e a 10 cm de sua posição original. Qual é a área da superfície abrangida na movimentação da reta?

A linha varre a área de um retângulo, com as dimensões de 20 cm × 10 cm.
Área = 20 cm × 10 cm = $200\ cm^2$.



Alguns alunos podem sofismar, com o enunciado dêste problema. O enunciado não diz claramente que devemos gerar um retângulo, como foi considerado acima. A nova posição poderia ser paralela à posição inicial, apesar do deslocamento processar-se com oscilações e curvas. Relembrando: "Uma reta de 20 cm de comprimento é movida para uma nova posição paralela..." Isto ainda não requer que a reta varra um retângulo. Como uma nova tentativa para resolver essa questão, você pode supor que, através de seu percurso, o segmento de reta permaneça num só plano. Neste caso, você ainda está permitindo uma área a ser varrida, como é mostrada abaixo.

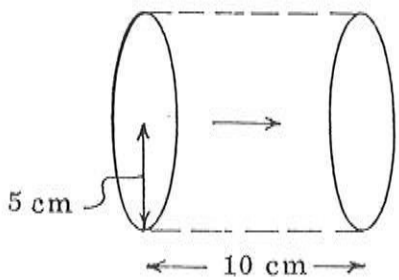


Provàvelmente, a maioria dos seus alunos não está familiarizada com o fato de que, em tais casos, a área *seja* 200 cm². A condição é a de que a reta permaneça num plano e se mova paralelamente à sua própria direção, e que as duas distâncias sejam medidas como está indicado, e não "ao longo de uma curva".

PROBLEMA 14

Um círculo de raio 5,0 cm se move ao longo de seu eixo até uma nova posição, paralela ao plano original. Se êle foi deslocado de 10 cm, qual o volume gerado por êste movimento?

O círculo gera um cilindro de raio 5 cm e altura de 10 cm.



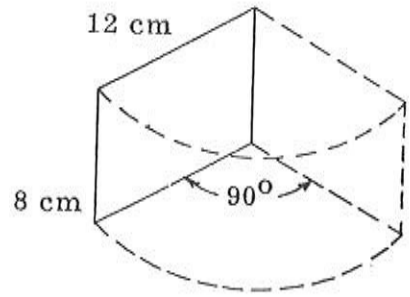
Volume do cilindro $= \pi r^2 h$
$= 3{,}14 \times (5{,}0\text{ cm})^2 \times 10\text{ cm}$
$= 785 = 780\ cm^3$.

PROBLEMA 15

Um pedaço de cartão, de dimensões 12 cm por 8,0 cm, gira de um ângulo de 90°, ao redor do bordo de 8,0 cm. Que volume foi varrido por êste movimento?

O pedaço de cartão varre um volume de um quarto de um cilindro, com um comprimento (ou altura) de 8,0 cm e um raio de 12 cm.

$$\text{Vol.} = \frac{\pi r^2 h}{4} = \frac{3{,}14 \times (12\text{ cm})^2 \times 8{,}0\text{ cm}}{4} = 900\ cm^3$$



PROBLEMA 16

Foi mencionado neste capítulo um método indireto para determinar a área de uma superfície irregular. Que é presumido neste método?

O método dado é o de pesar "um molde de papel, cortado para caber perfeitamente na superfície. Compara-se, em seguida, o pêso do molde cortado com o pêso de um quadrado de área conhecida do mesmo material, para determinar a área".

Uma hipótese é a de que o molde de papel e o quadrado de área conhecida sejam de composição e espessura uniformes.

PROBLEMA 17

Um disco LP de 12 polegadas que toca durante 25 minutos a 33 1/3 r.p.m., tem 10 centímetros de superfície sulcada ao longo do raio. Qual é a distância média entre os sulcos?

Número total = 25 min X 33 1/3 sulcos/min = 833 sulcos.

$$\text{Distância entre os sulcos} = \frac{10\text{ centímetros}}{833\text{ sulcos}} = 1{,}2 \times 10^{-2}\text{ cm por sulco.}$$

Se os alunos conhecem algo a respeito dos sulcos de um disco LP, informe-lhes de que estamos pensando num disco não gravado, (sòmente com sulcos normais), onde os referidos sulcos não se alargam. A palavra "média" no exercício inclui êsse fato, mas você poderia simplificar o problema dos alunos, se lhes disser que os sulcos são uniformes. Você deve

lembrar à classe o fato de que, ao desenvolver êste cálculo, estamos considerando que a longa espiral pode ser substituída por um grupo equivalente de círculos concêntricos.

PROBLEMA 18

Uma pessoa conta haver visto um "disco voador" de 50 metros de comprimento, a uma altura de 1,5 quilômetros, e voando a uma velocidade avaliada em 3 000 quilômetros por hora. Discuta a precisão desta observação.

Êste problema requer que o aluno exercite sua percepção da inter-relação entre "medidas". Considere que o observador poderia chegar a uma conclusão, se *conhecesse* uma ou outra de suas estimativas.

Se êle soubesse a altitude, talvez fôsse capaz de avaliar o tamanho real a partir do tamanho "aparente". Da altitude e do campo angular de observação, percorrido em um dado tempo, êle poderia também avaliar a velocidade.

Se êle soubesse o tamanho real, poderia avaliar a altitude, baseando-se no tamanho "aparente", e, novamente, calcular a velocidade, usando a altura e o campo angular percorrido em um dado tempo.

Se conhecer apenas a velocidade, êle não pode concluir nada de específico a respeito da altura ou do tamanho.

Como nosso observador provàvelmente não viu discos voadores "de perto", de modo a conhecer o seu tamanho real ou capacidade de velocidade, suas estimativas do tamanho e da velocidade dependem da exatidão de seu cálculo de altitude. Naturalmente, se êle tivesse visto um avião a jato (cujo tamanho poderia conhecer), numa batalha com o disco voador, cujo comprimento parecesse ter cêrca de três vêzes o comprimento do jato, poderia concluir que o disco tivesse cêrca de 70 metros de comprimento. Mas isso é ir um pouco além do que foi relatado.

Como êle determinou a altitude? Não sabendo o tamanho, necessitaria, pelo menos, de nuvens de uma altura conhecida como referência. Um bom medidor de alcance ou um radar seria preferível. Deve-se concluir que a precisão do relato é altamente duvidosa.

Como um teste da honestidade da observação, poderíamos perguntar-lhe durante quanto tempo êle observou o objeto. Voando num curso reto de 2 000 metros a 3 200 quilômetros/hora, um objeto seria observado de horizonte a horizonte, durante um tempo de 5 a 6 minutos.

PROBLEMA 19

Dois estudantes fizeram as seguintes medidas de comprimento no laboratório, e quiseram achar sua soma — 3,52m, 4,213m, e 5,034m. Um estudante insistiu que deveriam, primeiramente, arredondar para o centésimo mais próximo de um metro e, então, somar, ao passo que o outro estudante argumentou que deveriam somar diretamente as medidas e, então, arredondar sua soma.

(a) Tente ambos os métodos e compare os resultados.

(b) Qual dos estudantes estava certo?

a)

5,034 m	3,52 m
4,213 m	4,21 m
3,52 m	5,03 m
12,767 = 12,77 m	12,76 m

b) Não há razão para preferir um ou o outro método. Em qualquer dos casos, o algarismo que representa o centésimo do metro é duvidoso.

Há algumas situações, no entanto, em que o aluno que somou primeiro e, depois arredondou, é o que obtém a melhor resposta. Suponha que uma centena de medidas fôsse feita de *segmentos sucessivos* de uma longa linha reta. Uma centena dessas medidas, feitas com uma boa régua, dá, cada uma, 2,714 m. A centésima primeira medida, feita com uma régua grosseira, dá 2,71 m. Lògicamente, seria errado desprezar os 40 centímetros, representados pelo arredondamento efetuado 100 vêzes, isto é, 271,400 + 2,71 = 274,11 m. Se os números fôssem arredondados antes de somar, o resultado seria: 271,00 + 2,71 = 273,71 m. A diferença de 0,4 metros entre os dois resultados é bem maior que a incerteza (± 0,005 m) na única medida grosseira.

PROBLEMA 20

Resolva os seguintes problemas, tomando na devida consideração os algarismos significativos.

(a) $\dfrac{1{,}4 \times 10^3}{2{,}6 \times 10^5} = ?$

(b) $3{,}7\ (6{,}27 \times 10^{-2}) = ?$

(c) $46{,}7 - 10{,}04 = ?$

(d) $\dfrac{8{,}34 \times 0{,}659}{12{,}03} = ?$

a) $\dfrac{1{,}4 \times 10^3}{2{,}6 \times 10^5} = 0{,}54 \times 10^{-2} = 5{,}4 \times 10^{-3}$.

b) $3{,}7\ (6{,}27 \times 10^{-2}) = 23 \times 10^{-2} = 2{,}3 \times 10^{-1}$.

c) $46{,}7 - 10{,}04 = 36{,}7$

d) $8{,}34 \times 0{,}659 = 5{,}50$. $\dfrac{5{,}50}{12{,}0} = 0{,}458$.

PROBLEMA 21

Um estudante mede um bloco de madeira, e registra os seguintes resultados: comprimento = 6,3 cm, largura = 12,1 cm, e altura = 0,84 cm.

(a) Qual é o volume dêste bloco?

(b) Suponha que as medidas de comprimento e largura sejam corretas; entretanto, você pode ver que a medida da altura pode apresentar um afastamento de 0,01 cm, para mais ou para menos. Como isto modificaria sua resposta para o volume?

(c) Que fração do volume total isto representa?

a) $V = 6{,}3 \times 12{,}1 \times 0{,}84\ cm^3$. $6{,}3 \times 0{,}84 = 5{,}3\ cm^2$. $5{,}3 \times 12 = 64\ cm^3$.

b) $V' = 6{,}3 \times 12{,}1 \times 0{,}83 = 63\ cm^3$.
$V'' = 6{,}3 \times 12{,}1 \times 0{,}85 = 65\ cm^3$.

Assim, a incerteza, aumentada na altura, introduz um aumento na incerteza do volume. A resposta dada seria ainda 64 cm^3, mas, visto que em a) a resposta implicava $V = 64 \pm 0{,}5\ cm^3$, a nova resposta seria escrita como $64 \pm 1\ cm^3$.

c) O êrro é 1/64 ou 1,6% do volume total.

PROBLEMA 22

Se um pedaço circular de lata tem um raio que mede 2,6 cm, qual é sua circunferência?

$C = \pi D = 3{,}14 \times 2{,}6 = 8{,}164 = 8{,}2$ cm.

PROBLEMA 23

Uma bôlsa contém 25 bolinhas idênticas. Um estudante mediu uma delas, resultando para seu volume 1,76 cm^3. Que valor avaliaria êle para o volume total das bolas?

$V = 1{,}76 \times 25 = 44{,}0\ cm^3$. Aqui, o número 25 é exato. Não há êrro na contagem. Logo, a resposta está apropriadamente expressa com três algarismos significativos.

PROBLEMA 24

Um motorista de ônibus registrou os seguintes tempos para trechos de seu percurso:

Estação A à Estação B	1,63 h
Estação B à Estação C	4,7 h
Estação C à Estação D	0,755h
Estação D à Estação E	2,00 h

(a) Quanto tempo levou para dirigir da Estação A à Estação E?

(b) Que parte do total representa o tempo entre as Estações B e D?

(c) De quanto é maior o tempo necessário para ir da Estação A à Estação C, que o empregado para ir da Estação C à Estação E?

a) 1,63
4,7
0,755
2,00
9,085 = 9,1 horas.

b) 4,7
0,755
5,455 = 5,5 horas.

$\dfrac{5{,}5}{9{,}1} = 0{,}60 =$ 6/10 do percurso.

c) 1,63 + 4,7 = 6,33 = 6,3 horas.
0,755 + 2,00 = 2,755 = 2,76 horas.

6,3 − 2,8 = 3,5 horas a mais.

CAPÍTULO 4

FUNÇÕES E ESCALAS

Através dêste curso, teremos necessidade de nos expressar, por meio de relações matemáticas. Algumas técnicas para êsse fim são introduzidas, convenientemente, neste capítulo. Várias aplicações importantes são também incluídas, tanto para introduzir relações que serão usadas mais tarde, como para aumentar o interêsse. No entanto, as formalidades matemáticas levarão algum tempo para serem entendidas, particularmente, se esta é a primeira apresentação feita aos alunos. A prática, durante os trabalhos posteriores no curso, será necessária, a fim de que os alunos se tornem capazes no emprêgo dessas idéias.

RESUMO DO CAPÍTULO

Seções de 1 a 3. Uma simples relação entre duas grandezas é expressa pela proporção direta. Há diferentes maneiras de transmitir a mesma informação, por meio de uma equação que envolva só primeiras potências ou por um gráfico retilíneo. A variação do pêso de uma dada substância, com o seu volume, é apresentada como um exemplo de proporção direta. As leis de segunda e terceira potências e os diferentes modos de expressá-las são considerados, em exemplos particulares com áreas e volumes.

Os riscos de inferir resultados para casos não conhecidos por medidas, a interpolação e a extrapolação, são discutidos.

Como uma aplicação destas idéias e como exemplo ulterior, a lei do inverso do quadrado para a intensidade da luz, é deduzida e aplicada ao problema de medir as distâncias às estrêlas.

Seção 4. Pela consideração do efeito de uma mudança de escala sôbre várias características de estruturas físicas e biológicas, as leis de potências são combinadas para obter nova informação interessante sôbre as limitações do tamanho das coisas.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 4

As relações entre grandezas físicas e as várias maneiras, em que estas relações podem ser formuladas e expressas, são os principais objetivos do capítulo. A maior parte do assunto pode ser familiar para os alunos, através de suas aulas de Matemática, caso em que a principal tarefa é relacionar o que sabem com as medidas e observações físicas. Sòmente os tipos mais simples de relações são discutidos e ilustrados aqui. Não é a finalidade do capítulo ensinar gráficos complicados e suas interpretações, ou aprofundar-se na medida de distâncias interestelares ou na resistência dos materiais. Trate todos os exemplos como *introduções* a relações físicas. O restante do curso é dedicado, sobretudo, a ampliar exatamente êsse assunto.

Mesmo os alunos que já estudaram gráficos em Matemática, freqüentemente, não estão capacitados no uso dêsses gráficos, para representar grandezas ou fenômenos do mundo real. Tomaremos como base os gráficos nos Capítulos 5 e 6 e em outros assuntos posteriores. Agora é um bom momento para começar a mostrar as técnicas e aplicações dos gráficos.

As seções de 1 a 3 podem ser dadas como leitura para casa, antes de serem discutidas em classe. Se sua classe tiver uma boa base em Matemática, você poderá desenvolver o assunto destas seções ràpidamente. Nesse caso, uma extensa discussão da Seção 4 pode tornar-se original e interessante para os seus alunos.

Entretanto, se êles necessitarem desenvolver seus conhecimentos de Matemática para o curso, dedique a maior parte do tempo disponível de aula às três primeiras seções. A Seção 4, se necessário, pode ser tratada quase totalmente como uma tarefa de leitura. O filme "Change of Scale" sintetiza sucintamente a parte mais importante do assunto da Seção 4. Com a Experiência I-4, você terá uma oportunidade de ajudar individualmente cada aluno, quando fôr necessário.

A tabela seguinte sugere possíveis planejamentos para êste capítulo, consistentes com o planejamento global da seção introdutória para a Parte 1.

	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
Tópico	Período de aula	Período de lab.	Exp.	Período de aula	Período de lab.	Exp.
sec. 1, 2, 3	4	1	I-4	3	1	I-4
sec. 4	2	0	-	1	0	-

MATERIAIS REFERENTES AO CAPÍTULO

Laboratório. Experiência I-4 — *Análise de uma Experiência.* Esta experiência apresenta dados para os alunos fazerem os gráficos e a análise. É entendida como uma experiência e não como um problema para casa, a fim de dar aos alunos a oportunidade de analisar as relações matemáticas, envolvidas sob a sua orientação. Há várias extensões optativas para acomodar os alunos com diferentes bases em Matemática. O melhor momento para esta experiência é durante o final de seu trabalho de classe, no Capítulo 4. Veja as Notas de Laboratório sôbre a Experiência 1-4, para sugestões.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com o suposto nível de dificuldade e as seções às quais se referem. Estão marcados os que são especialmente indicados para discussão em classe. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*). As respostas dos problemas são dadas no CCL: respostas abreviadas nas páginas 48-49, comentários e soluções detalhadas nas páginas 49-60.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	discussão em classe
1	1, 2*, 3	4*	5*, 6	2*, 5*, 6
2	8	9*, 10*	7*	7*, 9*, 10*
3	11*	14	12, 13	13, 14
4	15*	16, 17, 18* 21, 22*	19, 20*	15*, 16, 18* 20*, 22

Filme. "Change of Scale", pelo Professor R. W. Williams do Massachusetts Institute of Technology. Êste filme evidencia o assunto da Seção 4, com exposições efetivas que mostram que a mudança do tamanho dos objetos necessita de uma mudança de estrutura. Suportes

especialmente construídos são usados para ilustrar as regras matemáticas de escala. O filme conclui com aplicações práticas de escala, em modelos de navios e portos, e na criação de efeitos especiais no movimento de filmes. Tempo de projeção: 23 minutos.

Seção 1 — Relações Matemáticas

FINALIDADE. Introduzir e ilustrar de que modo as leis físicas são formuladas: proporções, equações (funções), tabelas e gráficos.

CONTEÚDO a. *Proporção direta* é uma relação particularmente simples, entre grandezas físicas medidas. Pode ser representada pela notação simbólica tal como $M \propto V$ (M é proporcional a V); por uma equação $M = kV$, que dá a relação numérica; por uma tabela que dá o valor de M para certos valôres escolhidos ou medidos de V; e por um gráfico retilíneo

b. Áreas e volumes são usados como exemplos de *leis de segunda e terceira potências*, respectivamente. As equações, tabelas e gráficos dessas leis de potência são discutidos.

c. O têrmo "função" é introduzido para incluir qualquer dependência de uma grandeza, medida em relação a outra.

ÊNFASE. Êste assunto será usado na maior parte do estudo quantitativo que aparece durante o curso. É muito importante que os alunos dominem completamente as várias maneiras de expressar as relações proporcionalidades, equações, tabelas e gráficos — e apreciem que êstes são, simplesmente, modos alternativos de descrever a mesma informação. Você pode achar que uma parte considerável dêsse material é familiar aos alunos, através de suas aulas de álgebra e geometria; êles podem estar cientes de que uma relação entre dois desconhecidos x e y, $y = f(x)$, pode também ser representada por uma equação, uma tabela ou um gráfico. O trabalho importante que resta é o de relacionar incógnitas ou escalas num gráfico, com grandezas físicas medidas.

A finalidade desta seção *não* é a de tornar os alunos completamente familiarizados com gráficos complicados e suas interpretações, mas, simplesmente, apresentar-lhes as leis mais simples de primeira, segunda e terceira potências. Casos mais complicados surgirão, naturalmente nos últimos capítulos, e podem ser discutidos quando ocorrerem.

DESENVOLVIMENTO. — RELAÇÕES DE PRIMEIRA POTÊNCIA. Essas idéias são melhor introduzidas, pela consideração de um simples problema físico. Os Problemas 1 e 2 são exemplos apropriados, ou você poderia usar um problema tal como determinar a relação entre a altura do líquido num recipiente e o volume do líquido. Medidas-padrão de líquido podem ser usadas para encher uma variedade de recipientes, e a altura do líquido pode ser medida com uma régua. Faça tabelas dos dados, registrando o volume do líquido em medidas-padrão, altura do líquido e a relação da altura pelo volume. Faça gráficos da altura como a ordenada (coordenada vertical), contra o volume como a abcissa (coordenada horizontal). Proceda do mesmo modo, usando recipientes de várias formas.

Os alunos verão que um gráfico retilíneo resulta, tôda vez que a terceira coluna da tabela (razão da altura pelo volume) mostrar essencialmente valôres constantes, isto ocorrendo para qualquer recipiente de secção transversal constante. De fato, poderiam deduzir que a inclinação da linha (razão da coordenada Y pela coordenada X) é idêntica à terceira coluna da tabela, e é, simplesmente, o recíproco da área da secção transversal do recipiente (se a altura zero corresponder ao volume zero).

Para cada caso, dê a fórmula da equação representando a variável dependente (altura), como uma função da variável independente (volume). Mostre que a linearidade ainda é válida, mesmo que o zero da altura seja deslocado para cima ou para baixo (isto é, a equação $y = kx + b$ é uma relação linear que se torna uma proporção direta entre x e y para o caso especial de $b = 0$).

Você pode incluir experiências com recipientes de área de secção transversal variável, de maneira que os alunos possam observar que os resultados não dão numa reta, para tais casos e que não podem ser expressos como proporcionalidades diretas.

RELAÇÕES DE SEGUNDA E TERCEIRA POTÊNCIAS. Os pontos principais a salientar

aqui são os meios pelos quais variam a área e o volume, bem como o aspecto e comportamento de equações e gráficos de segunda e terceira potências. Os alunos devem notar que o gráfico de uma relação de segunda potência frequentemente pode ser representado por uma linha reta, colocando-se o *quadrado* de uma das variáveis num dos eixos, contra a *primeira potência* da outra variável.

A variação das áreas e volumes de figuras regulares será, provàvelmente, familiar aos alunos, graças a seus conhecimentos anteriores. Algum tempo será necessário para convencê-los de que a escala é a mesma para uma figura de *qualquer* forma, desde que as dimensões lineares variem do mesmo modo. A tentativa mais convincente é, provàvelmente, a apresentada no texto e ilustrada na Figura 4-2, de subdividir uma figura irregular em muitas figuras regulares (exceto os pequenos pedaços nos bordos), cada uma das quais varia de modo conhecido. Para volumes, você poderia considerar o método análogo à construção de formas distintas de pequenos blocos de construir, como os de brinquedo de criança, dobrando tôdas as dimensões lineares, mas isso talvez seja desnecessário.

Para a prática com gráficos, as sugestões na legenda da Figura 4-4 são aconselhadas, e podem ser aplicadas também a gráficos que variam com a terceira potência, Figura 4-5. Ajustando as escalas verticais dêsses gráficos para torná-los apropriados aos casos de um círculo e uma esfera, respectivamente, daremos realce às conclusões sôbre escala, sendo uma boa prática de escolha da escala.

O Problema 6 tornará clara a variação, em escala, de *tôdas* as dimensões de um corpo. Os Problemas 7 e 10 fornecem boas ilustrações gerais do assunto.

Comentários sôbre funções: Em Matemática, se $y = f(x)$ (y é uma função de x), logo, para qualquer valor de x, existe um valor para y. Relações de potências, $y = x^n$, são funções particularmente simples. Qualquer *medida* de duas grandezas fisicamente correlatas, tal como, ao medir uma delas obtemos uma única resposta para a outra, *define* uma relação funcional entre elas. O procedimento de analisar e tabelar os dados é, simplesmente, um modo de descobrir se esta relação funcional é uma lei de potência simples ou algo mais complicado. É muita bondade da natureza que algumas leis da Física sejam relações simples de potências, todavia isso nem sempre acontece. O Problema 9 do CCL é um bom exemplo de experiência simples que envolve uma função mais complicada.

Seção 2 — Interpolação e Extrapolação

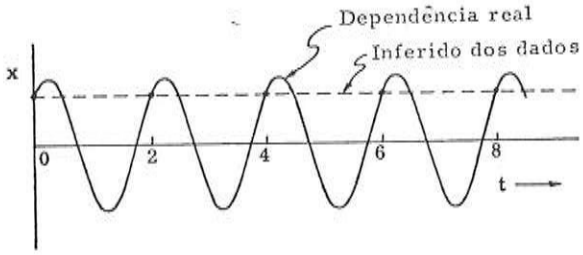
FINALIDADE. Salientar possíveis dificuldades na interpolação ou extrapolação, nos resultados de uma experiência.

CONTEÚDO a. A interpolação sòmente tem significado, se a dependência descrita pelos dados medidos é conhecida, no campo da Física, como sendo contínua.

b. A extrapolação supõe que a dependência descrita pelos dados persiste, além da escala examinada. Isso pode ou não ser correto (e, por isso, útil). Ela depende da experiência em particular.

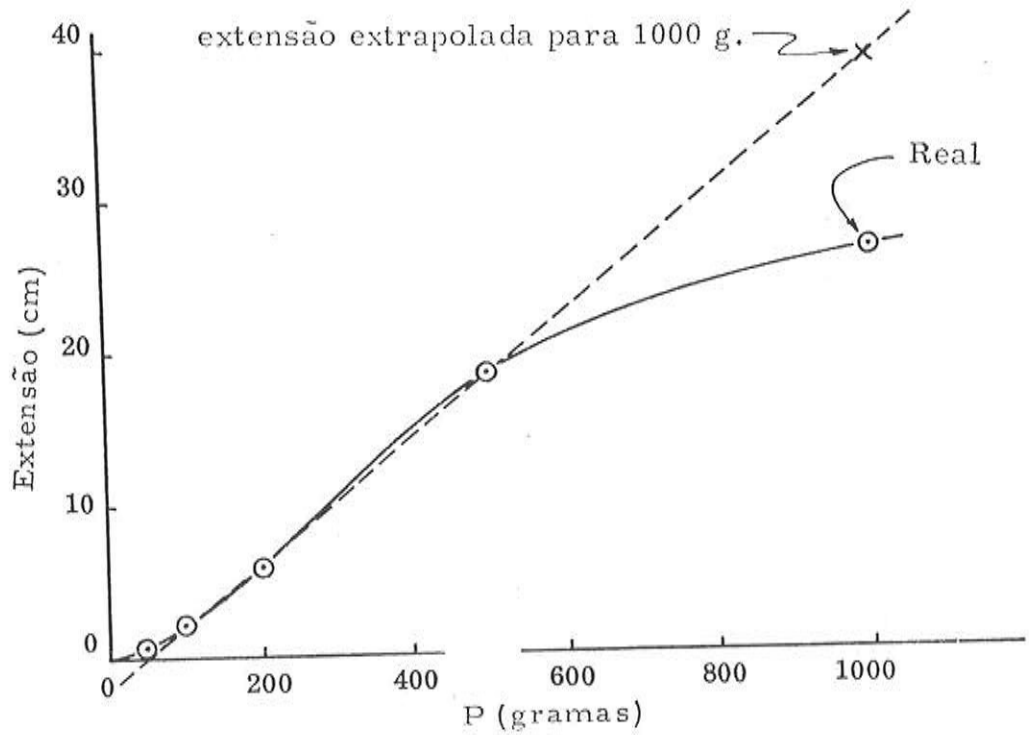
ÊNFASE. Êste assunto apresenta uma importante aplicação da seção anterior, mas apesar disso, é razoável e fàcilmente aceitável Não é necessário despender muito tempo nesta seção.

DESENVOLVIMENTO. Os exemplos escolhidos para ilustrar o material da Seção 1 envolvem relações essencialmente geométricas. É claro que as dependências obtidas são contínuas e regulares, e a relação entre as grandezas baseia-se na curva contínua, para todos os valôres intermediários. A única maneira dos alunos levarem a sério a advertência feita a êles é considerar um exemplo, onde a interpolação *não* dá certo. Um exemplo possível é o seguinte: considere o pêndulo de um relógio de parede que faz uma oscilação completa, em cada dois segundos. Suponha que você observa sua posição, x, a intervalos de 2 segundos; x será o mesmo para cada medida. Dado êste conjunto de pontos e, *não conhecendo a experiência,* poder-se-ia tentar desenhar uma linha reta horizontal através dos pontos, e dizer que, para todos os valôres intermediários de t, x é constante. Neste caso, isto seria òbviamente inexato.



A função real é a curva mostrada, como se poderia descobrir, se se fizesse observações nos tempos intermediários. Os alunos devem apreender a idéia, sem uma discussão detalhada da forma real da curva, e não se deveria despender muito tempo nisso. Para resumir, pode-se dizer que a validez da interpolação depende da experiência, particularmente considerada. Se a física da situação estiver por demais complicada para uma predição acêrca da regularidade da dependência, o único modo de descobrir é repetir a experiência para os valôres intermediários.

O texto contém exemplos de casos, em que a *extrapolação* de dados conhecidos dá e não dá certo. Os alunos provàvelmente compreenderão, suficientemente bem, o caso de uma aeronave que ultrapassa a barreira do som, mas uma discussão detalhada dêste e de outros exemplos é, evidentemente, desnecessária. Como um exemplo bastante simples, você poderia examinar experimentalmente a elasticidade de uma tira de borracha. Construa o gráfico da deformação, em função do pêso suspenso nela, mantendo os pêsos suficientemente pequenos, para que a tira se comporte elàsticamente. Você obterá uma reta. Pode, em seguida, tentar *predizer* a deformação que você esperaria para, digamos, duas vêzes o pêso máximo usado prèviamente. Você faz isso por extrapolação da dependência, aproximadamente retilínea, já obtida. Agora, aplique duas vêzes o pêso máximo já usado.



Se tivesse escolhido valôres convenientes, você encontraria uma deformação consideràvelmente menor que a prevista. (Veja a figura). A verdade é que a extrapolação não deu certo, nesse

caso. Procure usar uma borracha nova, sem uso. Você não obterá uma reta exata, exceto para pequenas deformações. O Problema 8 fornece um exemplo alternativo dos riscos da extrapolação, mas o efeito pode não ser igual ao da tira de borracha.

Seção 3 — A Relação do Inverso do Quadrado

FINALIDADE. Ilustrar os métodos e idéias da Seção 1, considerando a emissão da luz de uma fonte pontual que introduz a relação do inverso do quadrado.

CONTEÚDO. a. Pela geometria, supondo que a luz se propaga em linha reta, $I \propto \frac{1}{d^2}$ (I a intensidade da luz, d a distância da fonte pontual).

b. Usando esta relação, as distâncias relativas a duas lâmpadas idênticas podem ser determinadas pela medida da intensidade *relativa*.

c. Êste método é empregado para medir distâncias até as estrêlas.

d. A relação do inverso do quadrado sòmente será válida, se a luz se propagar em linha reta e, se não houver material absorvente em seu caminho.

ÊNFASE. A relação do inverso do quadrado é uma lei física interessante que todos deveriam conhecer, mas não é essencial para o desenvolvimento do restante da Parte 1. (É tratada mais completamente na Parte 2, Capítulo 15, e usada extensivamente, nas Partes 3 e 4). Deve-se despender algum tempo aqui, com a lei do inverso do quadrado e a propagação da luz, tanto pelo seu interêsse intrínseco como pela sua aplicação astronômica, e não se pode permitir que seja um assunto mal compreendido. Um tratamento rápido é o suficiente.

COMENTÁRIO. Do mesmo modo que com as relações de área e volume, da Seção 1, a "prova" da relação do inverso do quadrado para a intensidade da luz é geométrica. Qualquer medida física mensurável, emitida de uma fonte e *que se propaga em linha reta*, obedecerá à lei do inverso do quadrado. A suposição *física* necessária é, portanto, de que a luz se propaga numa linha reta. Isto é estabelecido no texto e os alunos provàvelmente aceitarão, sem perguntas. Não dê importância a êsse fato; a evidência da propagação retilínea é dada na Parte 2, Capítulo 12, e não seria oportuna aqui Mencionamos isto, sòmente para indicar onde foi introduzida a *suposição física*.

Como foi citado no texto da página 63, você não deve entrar numa discussão sôbre a natureza da luz ou da técnica de medir a intensidade da luz. Entretanto, seria bem oportuno um aviso. Quando um aluno olha para uma fileira de lâmpadas na rua, não "vê" um bom exemplo da relação do inverso do quadrado. Felizmente para nós, nossos olhos não "vêem" uma intensidade proporcional à intensidade real da luz. Se se olhar através de um filtro que transmite sòmente a metade da quantidade de luz que incide sôbre êle, a intensidade da luz parece diminuir apenas um pouco. O fato de percebermos um grande intervalo de variação na intensidade da luz, como sendo pequenas variações (juntamente com a habilidade dos olhos para mudar a quantidade de luz que penetra, pela contração ou dilatação do diafragma da íris), permite-nos ver, razoàvelmente bem, tanto numa noite de luar como sob a luz intensa do meio-dia.

Talvez seja necessário acentuar que, enquanto a relação do inverso do quadrado pode ser "provada" pela geometria, a validade desta "lei", quando aplicada à propagação da luz e outras situações físicas, pode ser estabelecida sòmente pela *experiência*. Na verdade, o fato de que a luz realmente obedece à relação do inverso do quadrado pode ser usado como verificação de que ela deve viajar em linha reta.

Seção 4 — Escalas — A Física de Lilliput

FINALIDADE. Mostrar aplicações das relações de primeira, segunda e terceira potências, numa introdução à escala, e mostrar o papel da mesma na investigação científica.

CONTEÚDO. Estruturas cujas dimensões são proporcionais, mas bem diferentes em tama-

nho, têm comportamento fisicamente muito diferente:

a. A resistência de membros estruturais (ossos e tendões, vigas, etc.) depende de suas áreas seccionais, isto é, de L^2, onde L caracteriza a dimensão linear. O pêso que pode ser suportado pela estrutura depende do seu volume, isto é, de L^3. Juntas, estas duas relações (resistência $\propto L^2$ e pêso $\propto L^3$) estabelecem, por exemplo, um limite superior no tamanho de criaturas vivas. Animais de tamanhos diferentes (escalas diferentes) devem ter proporções diferentes, a fim de manter uma razão adequada entre sua resistência e seu pêso.

b. A área superficial é proporcional a L^2. Logo, características biológicas e físicas, que são afetadas pelas inter-relações entre a área superficial (L^2) e o volume (L^3), são alteradas, notadamente por mudanças em escala. Exemplos: O pêso da película de água aderente à superfície de um corpo é desprezível comparado ao pêso do corpo (volume) para o homem, mas não para uma môsca. A necessidade de alimentação de um pequeno animal é proporcionalmente muito maior, em relação a seu volume, do que para um animal maior.

c. Como qualquer sistema em escala maior, a carga será conseqüentemente maior que a resistência da estrutura. Assim, construções convencionais não podem ser aumentadas em escalas sem limite, as montanhas são aproximadamente sólidas ou quase, e os planêtas tendem a ser esféricos.

d. Nas investigações físicas, é freqüentemente útil examinar como o comportamento de um sistema muda, quando suas dimensões são aumentadas ou diminuídas em escala. Um estudo de sistemas, construídos em escalas não usuais, revela quase sempre relações físicas inesperadas.

ÊNFASE. Apesar do estudo da escala ser fascinante para a maioria das pessoas e a consideração apropriada aos fatôres, na mudança de escalas, ser uma parte importante para muitas investigações físicas, será prudente limitar as aulas dentro do nível apresentado no texto. Neste ponto, queremos simplesmente implantar as idéias. Ainda que existam muitos outros exemplos interessantes de mudanças de escalas, na Biologia e na Física, os alunos podem ir longe demais neste assunto. Durante o desenvolvimento do curso, você poderá mostrar muitas mudanças de escala, no laboratório e nas experiências descritas no texto.

DESENVOLVIMENTO. Princípios de escalas são apresentados, clara e autenticamente no filme "Change of Scale". O filme inclui várias ilustrações interessantes de escala, que seriam difíceis de apresentar numa sala de aula. Após os alunos lerem a seção, uma discussão preliminar, seguida pelo filme, será provàvelmente o melhor modo de apresentar esta seção. A discussão preliminar necessita, sòmente, dos seguintes pontos:

(a) O comportamento e aparência de uma estrutura ou sistema é determinado para uma grande extensão, pela inter-relação de um número de características físicas, tal como o pêso, resistência, energia necessária, perda de calor, etc.

(b) Quando se aumenta ou diminui as dimensões lineares de uma estrutura, as características físicas sofrem mudanças, de acôrdo com as diferentes potências das dimensões. A relação, mudada entre estas características, altera o comportamento da estrutura.

(c) Os efeitos, na mudança de escala, resultam num limite do tamanho (máximo e mínimo) de qualquer estrutura.

Talvez você queira construir uma tabela de quadrados e cubos, para mostrar aos alunos o efeito gradual nas mudanças de escala:

Se o comprimento da aresta do cubo em metros é L	logo sua área total em metros quadrados é $6 \times L^2$,	e seu volume em metros cúbicos é L^3.
1	6	1
2	24	8
3	54	27
4	96	64
5	150	125
6	216	216
10	600	1 000
50	15 000	125 000

Note quão ràpidamente os números, para o volume, alcançam e ultrapassam o número para a área total, e que os números para a área total aumentam muito mais ràpidamente do que as dimensões lineares.

Pode-se então passar o filme, em seguida. Leis físicas e efeitos desconhecidos aos alunos

são mostrados no filme, mas apresentados plausìvelmente (tensão superficial, movimento harmônico simples, por exemplo). Alguns dêstes exemplos serão tratados mais tarde, no decorrer do curso. Procure evitar uma discussão detalhada dos exemplos — sòmente o filme já é suficiente aqui.

Talvez você queira recomendar aos alunos interessados seis páginas do ensaio brilhante com êste título: "On Being the Right Size", por J. B. S. Haldane. Isto é encontrado no Volume II do *World of Mathematics*.[1] Pode também sugerir que êles examinem, com espírito crítico (do ponto de vista dos físicos), os filmes de monstros, representando criaturas de charcos remotos e do espaço sideral. Êsses filmes violam muitas das leis naturais, discutidas nesta seção. O Problema 19 do CCL é um ponto de partida para essa discussão.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com seu nível estimado de dificuldade e as seções a que se referem. Alguns dos primeiros problemas introduzem fatôres simples de mudanças de escalas, como uma iniciação ao trabalho sôbre escalas, da Seção 4. Estão indicados os problemas que são especialmente recomendados para discussão em classe. Os que são particularmente indicados estão marcados com um asterisco (*).

Respostas de todos os problemas, que necessitam de uma resposta numérica ou abreviada, são dadas depois da tabela. As soluções estão nas páginas 49-60.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em Classe
1	1, 2*, 3	4*	5*, 6	2*, 5*, 6
2	8	9*, 10*	7*	7*, 9*, 10*
3	11*	14	12, 13	13, 14
4	15*	16, 17, 18* 21, 22*	19, 20*	15*, 16, 18* 20*, 22

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. 200 fôlhas: 16 mm; 300 fôlhas: 24 mm; 600 fôlhas: 48 mm.
2. (a) Veja gráfico na página 50.
   (b) Os pontos *não podem* ser unidos por uma linha contínua.
3. A aumentou de um fator 4.
4. Veja discussão na página 50.
5. (a) 1,0 m
   (b) 1,41 m.
6. $3^{1/3} = 1{,}44$.
7. (a) Veja tabela na solução detalhada.
   (b) Veja gráfico na página 52.
   (c) h = 40 m; D = 22,5 km.
   h = 70 m; D ≈ 30 km.
   (d) Construa o gráfico de D em função de $\sqrt{h}$ ou D^2 contra h.
8. (a) Sim.
   (b) Veja discussão na página 52.
9. (a) Veja gráfico na página 54.
   (b) Veja gráfico e discussão na página 54.
   (c) 0,69 atmosferas.
10. (a) Veja gráfico na página 55.
    (b) Sim, para grandes valôres de h.
    (c) 0,32 atmosferas.
    (d) 3×10^{-6} atmosferas. Não com êstes dados.
11. A 20 cm de uma lâmpada e a 40 cm de uma outra.
12. 18.

1. James R. Newman, editor. "On Being the Right Size", World of Mathematics, Vol. II, Simon e Schuster, New York (novembro, 1956).

13. (a) 2,56.
    (b) $(2,56)^2 = 6,55$.
14. 22 metros.
15. (a) Aumentou 8 vêzes.
    (b) Diminuiu de um fator 2.
16. (a) 1,26 ou (a) 1,41.
    (b) 2 (b) 2,83.
    Veja discussão na página 58.
17. 1,59 metros numa aresta.
18. Veja discussão na página 59.
19. 3×10^2. Isto se compara favoràvelmente com a razão da necessidade de alimento estabelecida.
20. Veja discussão na página 59.
21. (a) 0,224 cm.
    (b) 1,12 cm.
22. Colunas com 630 cm de diâmetro. O tanque conterá 1 000 vêzes mais quantidade de água.

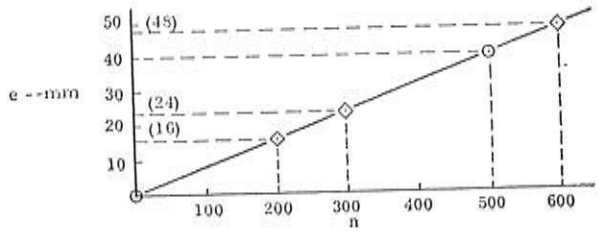
COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

A espessura total de 500 fôlhas de um tipo especial de papel é 40 mm. Admitindo que elas têm espessura uniforme, faça um gráfico representando a espessura total em função do número de fôlhas. Determine, por meio de seu gráfico, a espessura de 200 fôlhas. De 300 fôlhas. De 600 fôlhas.

Êste problema é melhor aproveitado, como um simples exercício gráfico. No entanto, é provàvelmente esperar demais que os alunos não verifiquem suas respostas por aritmética.

A maioria dos alunos verá, intuitivamente que a espessura, e, será proporcional ao número de fôlhas, n, ($e \propto n$). O gráfico de e contra n é, portanto, uma reta passando pela origem (zero fôlha tem espessura zero). Demos um outro ponto: $n = 500$ corresponde a $e =$ 40mm. A reta é determinada por meio dêsses dois pontos.



A espessura, para 200, 300 e 600 fôlhas, pode então ser encontrada.

PROBLEMA 2

Um livro deve ter um total de 600 páginas.

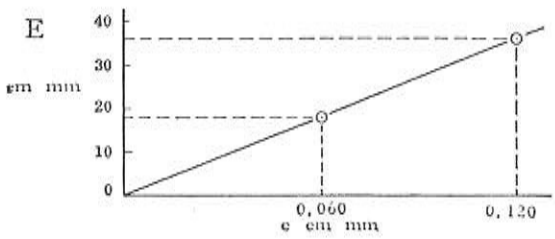
(a) Faça um gráfico representativo da espessura do livro em função da espessura de cada fôlha de papel (1 fôlha vale 2 páginas), presumindo que o papel é disponível em *qualquer* espessura compreendida entre 0,060m e 0,120mm.

(b) Na realidade, o papel só é disponível em certas espessuras específicas. Se supomos que as espessuras são múltiplos de 0,005mm entre êstes dois limites, podemos unir os pontos de nosso gráfico por uma linha contínua? Por quê?

A Parte (a) deve ser tratada como um problema de solução gráfica. A Parte (b) é ilustração de um caso em que a interpolação não é válida.

a) Sabemos que a espessura de 300 fôlhas idênticas de papel será proporcional à espessura de uma fôlha, de maneira que o gráfico da espessura total, E, contra a espessura de uma fôlha, e, será uma reta. Realmente, podemos ver, de imediato, que $E = 300$ e. O gráfico pode ser traçado, unindo dois pontos: $e =$ 0,060 mm, $E = 18$ mm; $e = 0,120$ mm, $E = 36$ mm. A espessura E, para qualquer valor intermediário de e, pode então ser obtida no gráfico.

Para alunos que não tiveram muita experiência no uso de gráficos, a escolha da escala pode apresentar algumas dificuldades. E e e têm ambas unidades de mm, e alguns alunos pensarão que as escalas vertical e horizontal devem ser as mesmas. Mostre-lhes que E e e são



quantidades *diferentes*: uma é a espessura total, a outra é a espessura de uma fôlha. Apesar de *acontecer* de terem as mesmas unidades, a escala para cada uma pode ser escolhida arbitràriamente, e *independentemente*.

b) Com a relação E = 300 e, supõe-se que e pode ter *qualquer* valor, e que o valor correspondente de E é determinado pela equação ou pelo gráfico. Neste problema, a situação física restringe *e* aos valôres 0,060 mm, 0,065 mm, 0,070 mm, etc... Os valôres intermediários de *e*, numa reta que une êsses pontos, correspondem a situações físicas (espessura) que não existem. Nesse caso, é *incorreto* unir os pontos por uma reta.

PROBLEMA 3

A área da superfície total de um paralelepípedo retângulo é a soma das áreas das 6 faces. Se cada dimensão de um dado paralelepípedo retângulo fôr duplicada, qual será o efeito sôbre a área da superfície total?

Êste problema fornece um exemplo preliminar fácil de como a mudança de escalas, nas dimensões lineares, afeta as áreas.

Não é necessário fazer um cálculo detalhado. Cada face do sólido é um retângulo, sendo cada lado o dôbro do comprimento original. A área de *cada* face é, assim, aumentada por um fator 4 ($=2^2$). Portanto, a área total é *aumentada de um fator 4.*

PROBLEMA 4

Faça cuidadosamente um gráfico da área de um quadrado em função do lado para comprimentos compreendidos entre 1 e 10. (Isto pode ser usado como uma tabela de raízes quadradas na resolução de outros problemas).

Êste problema exercita a construção de gráficos, permite a visualização do gráfico da lei de segunda potência, e fornece uma oportunidade para discutir problemas relativos à potência de dez, quando se extrai a raiz quadrada.

Os alunos devem usar tôda a fôlha do papel de gráfico, escolher escalas para isso e traçar um gráfico cuidadoso.

O gráfico pode ser usado para encontrar o quadrado de qualquer número, simplesmente expressando o número como o produto de um número entre 1 e 10, multiplicado pela potência apropriada de 10, observando que $(10^n)^2 = 10^{2n}$, para qualquer valor de n, positivo ou negativo.

Ao determinar a raiz quadrada de um número, é mais conveniente exprimir o número em potência de dez, usando uma potência par de 10, desde que $\sqrt{10^n} = 10^{n/2}$, que será simples, se n fôr par. Logo, para achar $\sqrt{7\,500}$, poderíamos escrever

$$\sqrt{7\,500} = \sqrt{75 \times 10^2} = 10\ \sqrt{75} = 87$$

ou

$$\sqrt{7\,500} = \sqrt{0{,}75 \times 10^4} = 100\ \sqrt{0{,}75} = 87.$$

Do mesmo modo,

$$\sqrt{750} = \sqrt{7{,}5 \times 10^2} = 10\ \sqrt{7{,}5} = 27.$$

Será útil exercitar os alunos com potências negativas de dez. Por exemplo, peça-lhes para achar a raiz quadrada de 0,75 e 0,075.

Após os alunos terem praticado, usando um gráfico de quadrados, uma atividade interessante, em classe, será fazê-los deixar de lado os gráficos e usar seus conhecimentos de potências de dez e a lembrança dos gráficos para fazer estimativas grosseiras de quadrados e raízes quadradas.

PROBLEMA 5

O volume de um cilindro é oito vêzes maior que o de outro semelhante.

(a) Se a circunferência da base do menor vale 0,5 m, qual é a circunferência da base do cilindro maior?

(b) Se outro cilindro, cujo volume é também oito vêzes maior, tem a mesma altura do cilindro menor, qual é o comprimento da circunferência de sua base?

O volume de um cilindro é igual à área da base, A, vêzes a altura, h.

$$V = Ah.$$

a) Os cilindros (1) e (2) (o cilindro 1 é o maior) são semelhantes, isto é, tôdas as dimensões *lineares* correspondentes estão na mesma proporção. Se r_1 e r_2 fôrem os raios, e h_1 e h_2 as alturas,

$$h_1 = ah_2$$

(a é uma constante de proporcionalidade).

$$r_1 = ar_2$$

Como $A = \pi r^2$, $A_1 = \pi r_1^2 = \pi a^2 r_2^2 = a^2 A_2$

logo, $V_1 = A_1\ h_1 = a^2 A_2 \times ah_2 = a^3 V_2$

Por outro lado, $V_1 = 8\,V_2$, logo, $a^3 = 8$ e $a = 2$

A circunferência C da base é igual a $2\pi r$, logo, $C_1 = 2\pi r_1 = 2\pi a r_2 = aC_2$.

Portanto, $C_1 = 2C_2$. Não precisamos demonstrar isto explìcitamente: desde que a circunferência é uma dimensão *linear*, deve também ser aumentada de um fator $a = 2$. A circunferência do cilindro maior é, portanto, $0{,}5 \times 2 = 1{,}0\ m$.

b) Agora, os cilindros são de mesma altura. Suponha que o raio aumenta de um fator b.

$$h_1 = h_2$$
$$A_1 = b^2 A_2$$
$$V_1 = A_1\ h_1 = b^2 A_2 \times h_2 = b^2 V_2.$$

Como $V_1 = 8\,V_2$,

$$b^2 = 8$$
$$b = 2\sqrt{2} \approx 2{,}83.$$

A circunferência do cilindro maior é $0{,}5 \times 2{,}83 = 1{,}41\ m$.

PROBLEMA 6

Uma esfera metálica ôca tem parede de espessura igual a 2cm. Se você aumenta tanto o diâmetro como a espessura desta esfera, de modo que o volume total seja três vêzes o volume total original, qual será a espessura da parede da nova esfera?

Para solucionar êste problema, devemos supor que o diâmetro externo, a espessura e tôdas as outras propriedades lineares da esfera sejam aumentadas, em escala, *pelo mesmo fator*. Suponha que êsse fator seja *a*.

O novo diâmetro d′ é *a* vêzes o primitivo, d. O volume V′ depende do volume original, como se segue:

$$V' = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d'}{2}\right)^3 = a^3\,\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = a^3\,V$$

Uma vez que $V' = 3V$, obtemos $a^3 = 3$, e $a = 3^{1/3} = 1{,}44$. A nova espessura será *1,44 vêzes a primitiva.*

Alguns alunos podem pensar que, como a espessura aumenta, o diâmetro interno não muda. Talvez necessite desenhar uma secção transversal no quadro-negro, para convencê-los de que *tôdas* as dimensões lineares variam pelo mesmo fator.

PROBLEMA 7

O alcance de uma estação de televisão é função da altura da antena. O alcance é dado pela fórmula $D = 3{,}56\sqrt{h}$, onde D é o alcance em quilômetros, e h é a altura da antena em metros.

(a) Calcule o alcance para alturas de antena de 10 metros, 20 m, 30m e 50 m.

(b) Faça um gráfico do alcance em função da altura da antena.

(c) Pode você determinar, pelo gráfico, o alcance de uma antena cuja altura é 40 m? 70 m?

(d) Como representaria você os dados para obter um gráfico retilíneo?

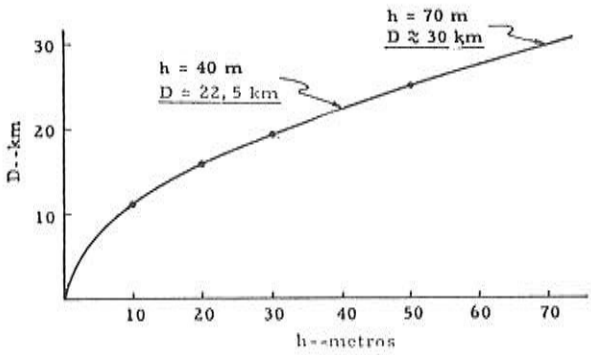
Este interessante problema prático envolve a obtenção de tabelas e gráficos, a partir de uma dada equação. Os alunos, que tiverem o cuidado de levar em consideração os algarismos significativos, podem sentir dificuldades e dúvidas. A questão dos algarismos significativos deveria ser observada de um ponto de vista prático: na parte a), as alturas são dadas como 10, 20, ... metros mas, ao construir uma antena, você pode provàvelmente ajustar sua altura com um êrro menor que 10 cm. Então, suponha que sejam 10,0; 20,0 ... e dê os valôres de $\sqrt{h}$ e D, de acôrdo com essas alturas. (A precisão da fórmula depende, sensìvelmente, da suposição de que a superfície da Terra seja a de uma esfera perfeita. Variações locais do terreno podem ocasionar uma grande diferença,

como você deve ter achado, quando levantou a sua própria antena de televisão.).

a) Os valôres pedidos são dados na seguinte tabela:

Altura em m	10	20	30	50
$\sqrt{h}$	3,16	4,47	5,48	7,07
Alcance em km	11,3	15,9	19,5	25,2

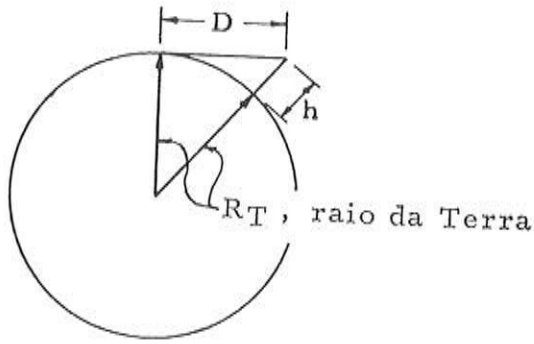
b) e c) O gráfico é regular. Para torná-lo interessante, peça aos alunos para traçá-lo, usando sòmente os dados acima e decidindo como êle varia de 30 a 50 metros e acima de 50 m. Seus valôres interpolados a 40 km, e seus valôres extrapolados a 70 km, podem ser verificados, usando a equação.



d) Alguns alunos talvez tenham observado que a curva obtida se parece com a curva da lei de segunda potência, se girarmos o gráfico 90°. Isto é perfeitamente certo: como $D = 3{,}56\sqrt{h}$, $D^2 = (3{,}56)^2\ h$, logo, se construirmos o gráfico com h no eixo vertical e D no horizontal, conseguiremos o gráfico da lei de segunda potência (uma parábola). Isso nos dá uma pista de como construir um gráfico, de modo a obter uma reta. Podemos *ou construir D contra* $\sqrt{h}$ *ou* D^2 *contra h.* Em ambos os casos, o gráfico da lei de segunda potência do Problema 4 é útil, para obter $\sqrt{h}$ de h ou D de D^2. Podemos, então, determinar D para qualquer h, a partir dos gráficos.

Nota: a relação $D = 3{,}56\sqrt{h}$ pode ser deduzida geomètricamente, supondo-se que h seja muito menor que o raio da Terra. Pelo teorema de Pitágoras,

$$D^2 + R_T^2 = (h + R_T)^2 = h^2 + 2h\,R_T + R_T^2,$$



e, se desprezarmos o têrmo h^2, por ser pequeno em relação a $2h\,R_T$, obteremos

$$D^2 \approx 2R_T\,h.$$

Introduzindo $R_T = 6\,400$ km, obtemos a relação dada no texto. Alguns de seus alunos mais curiosos talvez queiram conhecer essa dedução aproximada.

PROBLEMA 8

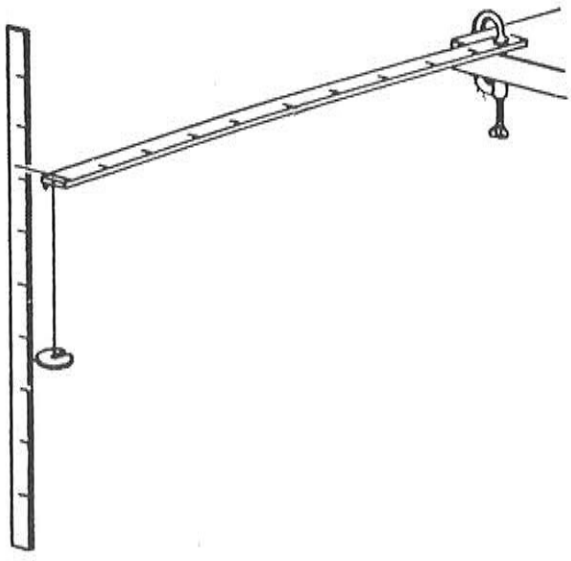
Os materiais sólidos resistem à aplicação de fôrças que tentem distorcê-los. Fixe uma régua de metro em uma mesa e pendure vários pesos conhecidos em sua extremidade. Meça o valor da deflexão em cada caso, e faça um gráfico dêstes valôres em função do pêso correspondente.

(a) Seu gráfico sugere que a deflexão é diretamente proporcional aos pesos aplicados?

(b) É válida esta relação para pesos extremamente pequenos? Pesos extremamente grandes?

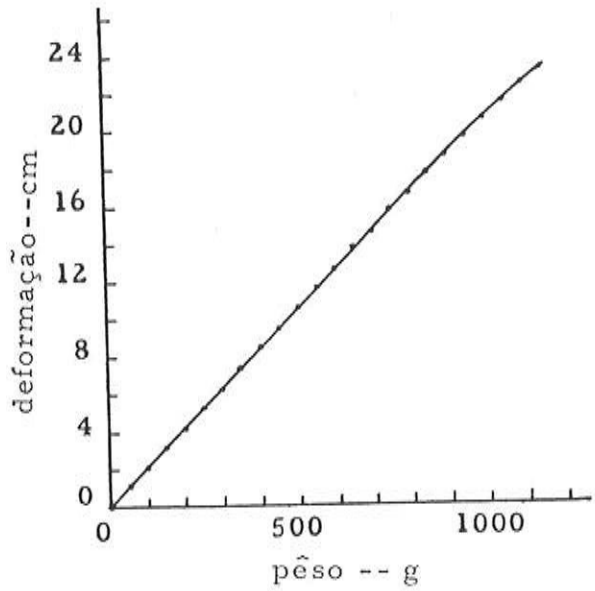
Uma régua de madeira foi atarraxada a uma mesa, como se mostra abaixo, com 95 cm além da borda da mesa. A medida que os pesos eram suspensos num barbante amarrado à extremidade da régua, as distâncias do piso da sala à extremidade da régua foram medidas. A tabela e o gráfico abaixo mostram os resultados dessas medidas. Precaução. — Nossa régua partiu-se, com uma carga de 1 200 g, sem dar mostras de que isso ia acontecer.

Pêso (g)	Posição Vertical (cm)	Deformação (cm)
0	76,6	0
50	75,5	1,1
100	74,5	2,1
150	73,4	3,2
200	72,4	4,2
250	71,3	5,3
300	70,3	6,3
350	69,2	7,4
400	68,1	8,5
450	67,1	9,5
500	66,0	10,6
550	65,0	11,6
600	64,0	12,6
650	62,9	13,7
700	61,0	14,6
750	60,9	15,7
800	60,0	16,6
850	59,0	17,6
900	58,0	18,6
950	57,0	19,6
1 000	56,1	20,5
1 050	55,2	21,4
1 100	54,3	22,3
1 150	53,4	23,2



a) O gráfico da deformação em função do pêso é quase uma reta, logo, parece que a deformação é diretamente proporcional aos pesos aplicados.

b) Como o gráfico mostra uma relação linear na extremidade inferior, pode-se presumir que



seja possível interpolar para deformações de pesos muito pequenos. Entretanto, para pesos de 1, 2 ou mesmo 5 gramas, um método de medir, mais preciso do que o mostrado, seria necessário, visto que êsses pesos produzem deformações muito pequenas. Entre 600g e 1 000g, o deslocamento aumentou numa razão menor, que para pesos menores. Nas últimas leituras, de 1 000g a 1 150g, uma razão de deformação um pouco menor foi notada, e com 1 200g, a régua partiu-se.

Observa-se que, se se pudesse determinar com precisão a posição da extremidade da régua, a relação de proporcionalidade valeria para pesos pequenos e não para grandes pesos.

PROBLEMA 9

(a) A temperatura na qual um líquido ferve depende da pressão do ar que atua sôbre sua superfície. Faça um gráfico das pressões e das correspondentes temperaturas de ebulição da água, a partir dos dados da tabela seguinte:

(Uma atmosfera é a pressão exercida pelo ar ao nível do mar).

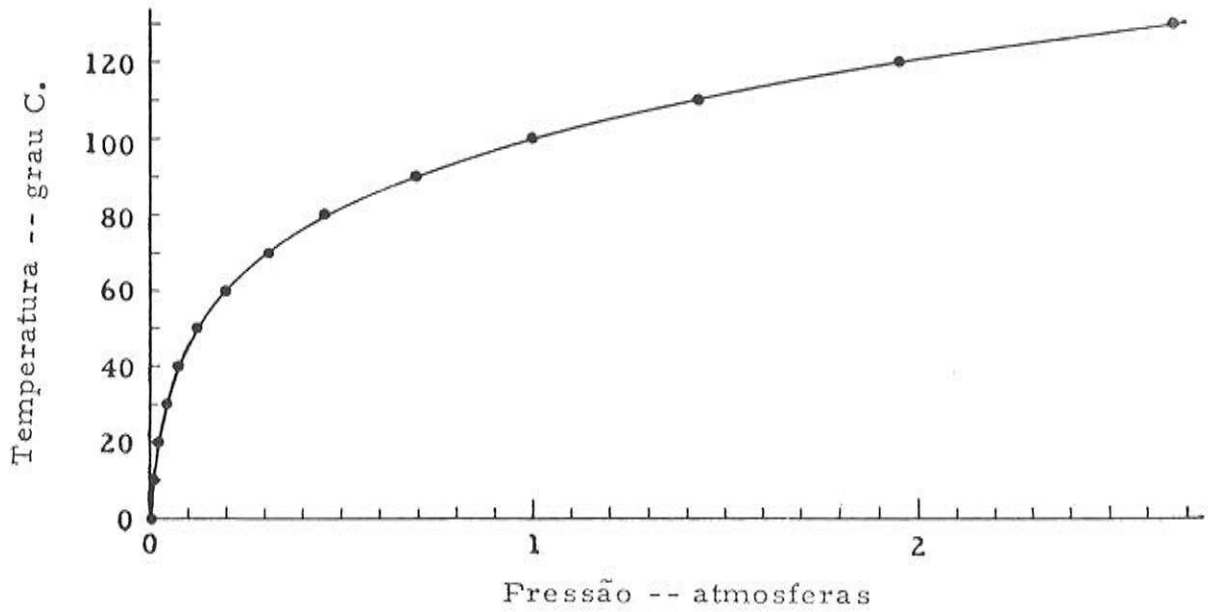
TEMP.	PRESSÃO (atmosferas)	TEMP. (°C)	PRESSÃO (atmosferas)
0	$6{,}05 \times 10^{-3}$	70	$3{,}12\ 10^{-1}$
10	$1{,}21\ 10^{-2}$	80	$4{,}67\ 10^{-1}$
20	$2{,}30\ 10^{-2}$	90	$6{,}92\ 10^{-1}$
30	$4{,}20\ 10^{-2}$	100	1,00
40	$7{,}30\ 10^{-2}$	110	1,43
50	$1{,}22\ 10^{-1}$	120	1,96
60	$1{,}97\ 10^{-1}$	130	2,67

(b) Observe que seu gráfico não apresenta claramente os dados correspondentes às pressões baixas. Faça um gráfico especial para temperaturas abaixo de 60°. Que observa?

(c) O amido nas batatas não se converterá na forma comestível em temperaturas inferiores a 90°C. Qual é a mais baixa pressão na qual as batatas podem ser cozidas por fervura, em panelas abertas?

Este problema fornece experiência de gráficos, com uma lei nova e não usual.

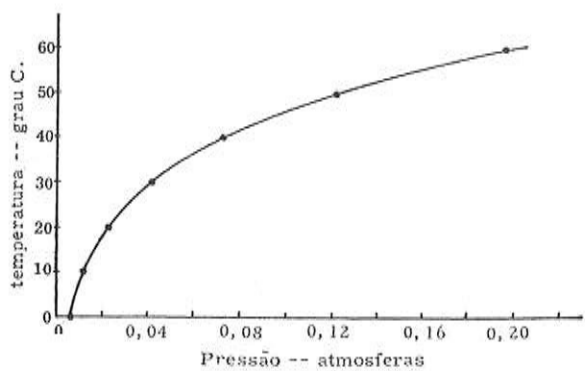
a) Traçando o gráfico da pressão atmosférica contra a temperatura, os pontos de baixa-temperatura correspondem a pressões tão pequenas, que aparecem como zero no gráfico. Portanto, na parte b), é necessário fazer um outro gráfico, para a região de baixa-temperatura.



b) A característica interessante dos dois gráficos é que são bastante semelhantes: de um modo geral, a forma da curva é ainda a mesma, apesar de estarmos, agora, usando sòmente a metade inferior da escala da temperatura.

c) A resposta pode ser dada, olhando-se para a tabela, sem referência ao gráfico. A água ferve a 90°C (isto é, você não pode aquecer a água a temperaturas mais elevadas do que 90°, numa panela aberta), quando a pressão atmosférica é cêrca de *0,69 atmosferas.*

Se o Problema 10 fôr feito, juntamente com êste problema, os resultados dos dois podem



ser combinados, para deduzir a temperatura de ebulição da água a várias alturas acima do nível do mar, informação importante para ocasionais escaladores de montanhas.

Observação sôbre uma forma melhor de construir o gráfico:

Com os dados em que a quantidade dependente varia regularmente, mas muito ràpidamente, é às vêzes útil colocar, no gráfico, o logaritmo da quantidade que varia ràpidamente. (Isso pode também ser conseguido, usando-se o papel mono-logaritmo.) Com os dados dêste problema, um gráfico de $\log_{10} P$ contra T é muito regular, não como uma reta. A interpolação sôbre todo o alcance de T é agora executável.

PROBLEMA 10

A pressão da atmosfera decresce com o aumento de altitude. Ao nível do mar a pressão é de uma atmosfera e aproximadamente a 5 500 metros, a pressão é de 0,5 atmosfera. Ela continua se reduzindo à cêrca da metade para cada aumento de 5 500 metros até à altitude de 16 000 m.

(a) Faça um gráfico da pressão P em atmosferas em função da altitude A em metros.

b) Melhora-se esta representação, traçando o gráfico de 1/P?

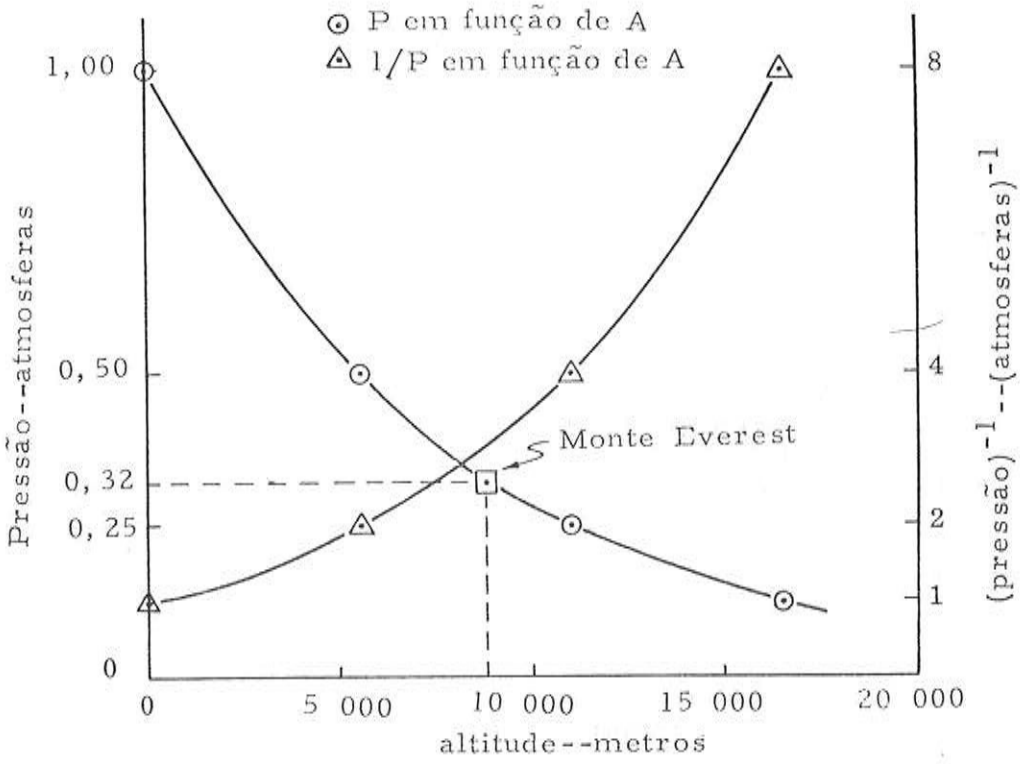
(c) Qual é a pressão no tôpo do monte Everest (8 800 metros)?

(d) Qual é a pressão em atmosferas a uma altitude de 100 quilômetros?
Acredita você em sua resposta?

Êste problema ajudará os alunos a ver que a tradução de informações físicas, em um gráfico, auxilia na visualização da situação física.

O problema pode ser combinado com o Problema 9, para a obtenção de novas informações interessantes.

a)



b) Usamos a mesma escala horizontal para 1/P versus A. As duas curvas são muito semelhantes; uma complementa a outra em pequenas altitudes, onde a curva de P versus A é de fácil leitura e a curva de 1/P versus A é reduzida e difícil de se ler. Para grandes altitudes, o inverso é verdadeiro. Logo, *há* alguma utilidade em traçar 1/P versus A, para mostrar o comportamento em tôda a região de A.

c) Pelo gráfico de P, a pressão no cume do Monte Everest é de 0,32 atmosferas. (A mesma informação pode ser obtida do gráfico 1/P.)

d) Não aumentamos o eixo horizontal, para incluir 100 km=100 000 m. Se a dependência estabelecida persistisse até essa altitude, a pressão seria $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{100\,000}{5\,500}} \approx 3 \times 10^{-6}$ atmosferas. Seria impossível ler isto de um gráfico, tal como o que traçamos. Com efeito, a dependência, dada como merecedora de confiança, vai apenas até 16 km de altitude, e fomos bem além dêsse ponto. O resultado não merece confiança.

Conexão com o Problema 9:

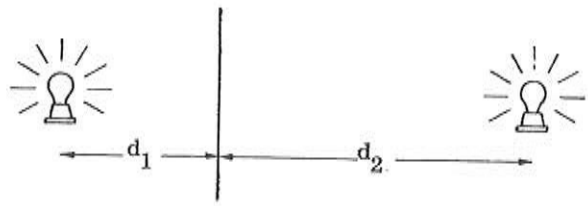
No Problema 9, encontramos a temperatura de ebulição da água como uma função da pressão atmosférica. Aqui, temos a pressão atmosférica como uma função da altitude. Utilizando êsses dois gráficos, podemos dar a temperatura de ebulição da água, em *função da altitude*. De fato, um gráfico de T versus A pode ser traçado. Parece variar muito mais lentamente do que qualquer das curvas de T versus P, ou P versus A. Isso sucede, porque P é a quantidade que varia ràpidamente, em cada caso, e a eliminamos aqui.

Note que, como no Problema 9, uma construção gráfica de log P versus A será muito mais regular do que as curvas que traçamos. De fato, é uma reta, nesse caso.

PROBLEMA 11

Se duas lâmpadas idênticas estão distanciadas de 60 cm, onde deveria ser colocada uma tela, entre elas, para que a intensidade de iluminação em um lado da tela seja quatro vêzes a do outro lado?

As lâmpadas são idênticas, logo, $I = \frac{k}{d^2}$ para cada lâmpada, com a mesma constante de proporcionalidade. Temos

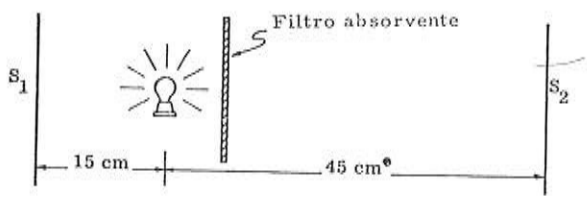


que $I_1 = 4\ I_2$, isto é, $\frac{k}{d_1^2} = 4\,\frac{k}{d_2^2}$

Logo, $d_1^2 = \frac{1}{4}\,d_2^2$, $d_1 = \frac{1}{2}\,d_2$. Como a distância total $d_1 + d_2$ deve ser 60 cm, temos $d_1 = 20$ cm, $d_2 = 40$ cm.

PROBLEMA 12

Coloca-se uma pequena fonte de luz entre dois anteparos brancos paralelos (A_1 e A_2). Ela está a 15 cm de A_1 e a 45 cm de A_2. Um filtro absorvente, que permite a passagem de metade da luz que sôbre êle incide, é colocado entre a fonte de luz e A_2. Qual é a razão entre as intensidades da luz que incide em A_1 e A_2?



Suponha que a lei da intensidade para a lâmpada, sem filtro, seja

$$I = \frac{k}{d^2}.$$

Isto é o que implica para a iluminação de A_1. Para A_2, sòmente a metade da intensidade passa pelo filtro. Portanto, para A_2, a lei da intensidade é

$$I_2 = \frac{1}{2}\,\frac{k}{d^2}.$$

Logo, $I_1 = \dfrac{k}{(15)^2}$, $I_2 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{k}{(45)^2}$,

e $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{2 \times (45)^2}{(15)^2} = 18.$

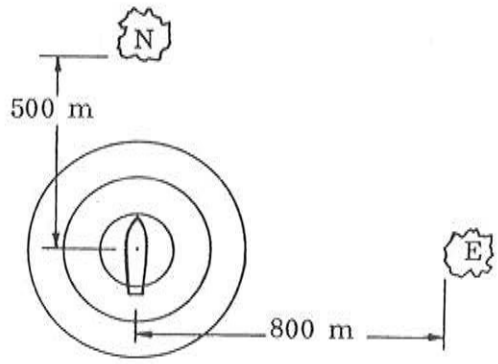
Êste é, simplesmente, um modo formal de dizer: Baseando-se apenas na distância, a razão das distâncias sendo 3:1, a razão de intensidade seria $3^2{:}1 = 9{:}1$. Mas, uma vez que a intensidade, na tela mais distante, é reduzida a 1/2 pelo filtro, a razão é 18:1.

PROBLEMA 13

Um navio emite um sinal de sonar (um curto pulso de som que se irradia uniformemente em tôdas as direções). Existem dois icebergs quase idênticos nas vizinhanças. Um está a 500 m ao norte, e o outro a 800 m ao leste. Refletindo êste sinal para o navio, cada iceberg age como uma nova fonte sonora.

(a) Qual é a razão entre a intensidade do som recebido no iceberg mais próximo e a recebida no iceberg mais distante?

(b) Qual é a razão entre a intensidade do eco recebido no navio, procedente do iceberg próximo para o do distante?



Êste é um problema um tanto difícil, na aplicação da lei do inverso do quadrado. (Sabemos que o pulso do sonar se irradia em tôdas as direções e, desde que, presumìvelmente, se propagará em linha reta, temos que aplicar a lei do inverso do quadrado).

a) Como $I \propto \dfrac{1}{d^2}$, a intensidade do som, ouvido por um urso polar, estando no iceberg N, é $\left(\dfrac{800}{500}\right)^2 = 2{,}56$ mais intenso do que o som ouvido por seu primo, no iceberg E.

b) O pulso do sonar será refletido de cada iceberg e, por serem aproximadamente idênticos, presumimos que a mesma proporção de intensidade, incidente em cada iceberg, é refletida. O pulso, refletido de N, tem, assim, 2,56 vêzes a intensidade do pulso de E. Cada pulso diminuirá em intensidade, de acôrdo com a lei $1/d^2$, ao irradiar-se de cada iceberg. Se I_N e I_E são as intensidades dêsses pulsos refletidos, e sendo as distâncias d_N e d_E de cada iceberg,

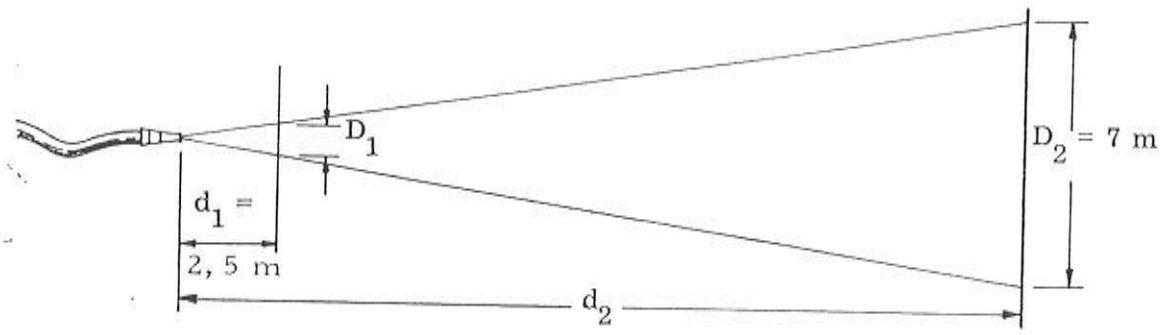
$$\frac{I_N}{I_E} = 2{,}56\,\frac{d_E^2}{d_N^2} = (2{,}56)^2 = 6{,}55.$$

O eco do iceberg mais próximo será, então, 6,55 vêzes mais intenso do que o mais afastado. Para montes de gêlo de igual capacidade de reflexão, a intensidade do pulso refletido varia como $1/d^4$, uma lei do inverso da quarta potência. Esta rápida dependência, na distância, é uma propriedade muito útil dêsse tipo de dispositivo.

PROBLEMA 14

Um bombeiro sustenta uma mangueira de alta pressão a 2,5 m do ponto central da parede de um edifício, e observa que pode molhar uma área circular de 0,5 metro quadrado da parede. Se o prédio tem 7 metros de largura, a que distância deve êle se colocar, do edifício, de forma a molhar tôda a sua extensão?

Suponha que a água divirja, em linha reta, da extremidade da mangueira.



Os diâmetros das áreas cobertas serão proporcionais às suas distâncias do bico da mangueira: $\frac{D_1}{D_2} = \frac{d_1}{d_2}$. Pede-se para determinar d_2. Temos D_2 e d_1 diretamente, mas, ao invés de D_1, temos a área do círculo para o qual D_1 é o diâmetro. Para determinar D_1 da área, $A = \pi(D_1/2)^2$, ou $D_1 = \sqrt{4A/\pi} = \sqrt{2/3{,}14} = 0{,}8$ metros.

Logo, $\frac{D_1}{D_2} = \frac{d_1}{d_2}$, $\frac{0{,}8}{7} = \frac{2{,}5}{d_2}$ e $d_2 = 22$ m.

O bombeiro deve se colocar a *22 metros* do prédio.

PROBLEMA 15

Se sua altura e tôdas as suas outras dimensões fôssem duplicadas, por que fator seriam alterados?

(a) seu pêso?

(b) a capacidade dos ossos de suas pernas de sustentar seu pêso?

a) O pêso aumenta proporcionalmente ao volume, e, se as dimensões lineares de um corpo fôrem aumentadas por um fator 2, o volume aumenta por um fator $2^3 = 8$. Um aluno com 3,20 m ou 3,50 m de altura pesaria cêrca de 550 kg!

b) A área da secção dos ossos da perna aumentaria de um fator $2^2 = 4$. A resistência de suas pernas aumentaria de um fator 8. Assim, a razão da resistência para o pêso seria *reduzida à metade*. Isto seria inconveniente, mas não impossível (um homem pode carregar seu próprio pêso, nas costas).

PROBLEMA 16

Os ossos das patas de um animal são duas vêzes mais fortes que as de outro estritamente relacionado e de forma semelhante.

(a) Que esperaria você para a razão entre as alturas dêstes animais?

(b) Que esperaria você para a razão entre seus pesos?

A resposta dêste problema dependerá de como os alunos interpretam "de forma semelhante". Se esta expressão fôr interpretada, significando que os dois animais são exata e geomètricamente semelhantes (tôdas as dimensões lineares na mesma proporção), valerá a resposta n.º 1. Se fôr interpretada como o é freqüentemente, de maneira usual, significando "bem parecido", a resposta 2 é coerente.

Resposta n.º 1. Nesta resposta, presumimos que a expressão "de forma semelhante" significa que *tôdas* as dimensões lineares diferem de um mesmo fator. Embora os dois animais sejam geomètricamente semelhantes, o animal menor teria uma maior relação entre a resistência e o pêso.

a) Como as resistências dos ossos dos animais diferem por um fator 2, a área da secção transversal dos ossos deve diferir, também, de um fator 2. Logo, tôdas as dimensões lineares difeririam por um fator $\sqrt{2} = 1{,}41$. Portanto, as alturas dos animais difeririam de um fator *1,41*.

b) Os pesos dos animais difeririam por um fator $(\sqrt{2})^3 = 2{,}83$.

Resposta n.º 2. Como sabemos que as resistências dos ossos dos animais diferem por um fator 2, poderíamos presumir que esta diferença também representa a diferença em pêso (ou volume), entre os dois animais. Nesse caso, os dois animais não seriam geomètricamente semelhantes, mas teriam a mesma razão da resistência pelo pêso.

a) Se seus volumes diferem por um fator 2, suas alturas (e tôdas as dimensões lineares, exceto aquelas que estão relacionadas com a área de secção dos ossos que são dadas como diferindo por um fator $\sqrt{2}$), diferem por um fator $\sqrt[3]{2} = 1{,}26$.

b) Os pesos dos animais difeririam por um fator 2.

PROBLEMA 17

Uma coluna quadrada de 15 cm por 15 cm mal pode sustentar um cubo de 1,0 m de aresta. Que tamanho deverá ter um cubo para ser sustentado por uma coluna de 30 cm por 30 cm, feita do mesmo material?

Se as dimensões lineares da coluna fôrem dobradas, a área da secção e sua resistência serão aumentadas de um fator 4. O pêso do cubo suportado pode, assim, ser aumentado de um fator 4. Isso significa que a dimensão linear da carga (um cubo) pode ser aumentada de um fator $4^{1/3} = 1{,}59$. Logo, um cubo de lado 1,59 pode ser suportado pela coluna de 30 cm.

PROBLEMA 18

Um colibri precisa se alimentar freqüentemente e, mesmo assim, deve ingerir um alimento sob forma altamente concentrada, tal como o açúcar. Que lhe diz o conceito de escala sôbre o tamanho de um colibri?

O alimento capacita um corpo a realizar trabalho, como, por exemplo, mover-se e, aos animais de sangue quente também fornece calor, para manter a temperatura do corpo num valor fixo. A necessidade de alimento para se movimentar será grosseiramente proporcional ao pêso do animal, a necessidade de alimento para produzir calor será proporcional à área superficial do animal. Se nos é dado que um animal necessita de uma grande quantidade de alimento, em proporção ao seu pêso, deduzimos que a relação de sua área superficial para seu volume é grande, isto é, que é um animal muito pequeno. Os colibris são animais *pequenos*.

PROBLEMA 19

Segundo o jardim zoológico, um elefante de massa $4{,}0 \times 10^3$ kg consome $3{,}4 \times 10^2$ vêzes mais alimento que uma cobaia de massa 0,70 kg. Ambos são animais de sangue quente, herbívoros, e de forma semelhante. Determine a razão entre as áreas de suas superfícies, que é aproximadamente igual à razão entre seus desprendimentos de calor, e compare-a com a razão conhecida entre os alimentos consumidos.

Se os alunos ainda não observaram, pode-se lembrar da suposição que deve ser feita aqui: De que a densidade de um elefante e a de uma cobaia são quase as mesmas. Como a densidade não foi ainda discutida, você pode salientar que devemos admitir que o pêso, por unidade de volume, é quase o mesmo para elefantes e para cobaias (1 cm^3 do elefante pesa o mesmo que 1 cm^3 de uma cobaia). Considerando que seus volumes guardam a mesma proporção de suas massas:

$$4 \times 10^3 \text{ kg}/0{,}70 \text{ kg} \approx 5{,}7 \times 10^3$$

A razão de suas dimensões lineares seria $\sqrt[3]{5{,}7 \times 10^3} \approx 18$. A razão de suas áreas superficiais seria $18^2 \approx 3 \times 10^2$. Isto se compara, favoràvelmente, com a razão estabelecida de suas alimentações: $3{,}4 \times 10^2$.

PROBLEMA 20

Os filmes de terror apresentam, às vêzes, uma criatura parecida com uma aranha, suficientemente grande para devorar um ser humano. É possível tal criatura? Por que?

Podemos supor que uma aranha, com o tamanho de um homem, seja suficientemente grande para devorar um ser humano. Tomando uma aranha tendo cêrca de 2 cm de comprimento e um homem com 180 cm, a terrível criatura necessitaria uma razão de aproximadamente 100: 1 de aumento. Isto aumentaria o pêso da criatura, por um fator de $100^3 = 10^6$ (pêso $\propto L^3$). A área de secção da estrutura do

esqueleto ou do suporte seria aumentada, por um fator de $100^2 = 10^4$ (resistência $\propto L^2$). Assim, a estrutura do esqueleto corresponderia ao suporte de sòmente 1/100 do pêso. Qualquer ajuste, na área seccional transversal, para aumentar a resistência do suporte, transformaria a aranha em uma outra, de proporções bem diferentes.

Poder-se-ia argumentar que o tamanho seria alcançado, usando espaço de ar e finas escoras tubulares, para suporte extra. Tal criatura seria demasiadamente frágil, para devorar um homem!

Os alunos poderiam ficar perturbados e em dúvida, pelo fato de não estarmos tratando de ossos sólidos, mas de um invertebrado — a carcaça de um inseto. Mas, se tôdas as dimensões dos animais fôrem aumentadas na escala, por um fator 100, tanto a *espessura* da carcaça como sua *circunferência* aumentarão de um fator 100. Como a área seccional transversal do material que forma um tubo é igual à espessura X circunferência, aumentando essas dimensões 100 vêzes, aumentará a área seccional transversal (a resistência), pelo quadrado do fator de aumento.

Talvez seja interessante levar êste exemplo um pouco mais além. Para nossa aranha de 2 cm, poderíamos supor que, num dado ponto de sua perna, o diâmetro é 0,5 mm, e a espessura da carcaça (quitina) é 0,05 mm. Para uma estrutura tubular, a área de secção transversal da perna da aranha, neste ponto particular, seria $A \approx \pi\, d_E \frac{}{7} = \pi \times 0{,}5 \times 0{,}05 = 0{,}025\pi$ mm^2. Se nossa aranha tiver sua escala aumentada por um fator 100, o volume e o pêso serão aumentados de um fator $100^3 = 10^6$. Logo, para que nossa aranha aumentada em escala tenha a mesma razão entre a resistência e o pêso de nossa aranha "normal", a área da secção transversal, num ponto comparável da perna, tem de ser $10^6 \times 0{,}025$ mm^2 $= 2{,}5 \times 10^4$ mm^2. Mas, para manter nossa grande aranha na escala, o diâmetro da perna, no ponto citado, será sòmente $100 \times 0{,}5$ mm $= 50$ mm. Mesmo que a perna nesse ponto fôsse sólida, de maneira a fornecer máxima resistência, não deixando nenhum lugar para músculo e outros tecidos, sua área de secção transversal seria

$$\begin{aligned} A &= \pi\, r^2 \\ &= \pi \times (25 \text{ mm})^2 \\ &\approx 2 \times 10^3 \text{ mm}^2. \end{aligned}$$

Isto fica muito aquém dos $2{,}5 \times 10^4$ mm^2 necessários para fornecer a resistência à nossa aranha de escala aumentada. Devemos concluir que uma aranha que foi aumentada por um fator 100, teria que se parecer mais com um filhote de elefante, do que com uma aranha.

PROBLEMA 21

Suspende-se uma esfera de ferro por um arame de 0,1 cm de diâmetro, que tem resistência justamente suficiente para sustentá-la. Qual deve ser o diâmetro do arame necessário para sustentar uma esfera semelhante de ferro de

(a) cinco vêzes o volume original?

(b) cinco vêzes o diâmetro original?

a) Se o volume fôr aumentado cinco vêzes, o pêso será aumentado por êste mesmo fator. A resistência do arame é proporcional à sua área, isto é, a seu (diâmetro)^2. Por isso, o diâmetro deve ser aumentado de um fator $5^{1/2} = 2{,}24$. Deve ser, portanto *0,224 cm.*

b) Se o diâmetro da esfera fôr aumentado 5 vêzes, seu pêso será aumentado por um fator 5^3. O diâmerto do arame deve, portanto, ser aumentado por um fator $(5^3)^{1/2} = 11{,}2$. Deve ter, portanto, um diâmetro de *1,12 cm.*

PROBLEMA 22

Um tanque retangular de água é sustentado acima do chão por quatro pilares de 5 metros de comprimento, cujos diâmetros medem 20 cm. Se o tanque fôsse dez vêzes mais comprido, largo e profundo, que diâmetro seria necessário para os pilares? Quanta água a mais conteria o tanque?

O pêso do tanque será aumentado pelo cubo do fator, pelo qual as dimensões lineares são aumentadas, isto é, por 10^3. A área da secção reta dos pilares deve ser aumentada por um fator 10^3, para suportar êsse aumento de pêso. Seus diâmetros devem ser aumentados por um fator $10^{3/2} = 31{,}6$. Devem ter, agora, *630 cm* de diâmetro.

O tanque, agora, conterá 10^3 vêzes mais água.

Note que a resistência não depende da *altura* dos pilares. Depende sòmente da área de secção transversal.

CAPÍTULO 5

MOVIMENTO AO LONGO DE UMA TRAJETÓRIA

As idéias de medida de tempo e distância, desenvolvidas nos Capítulos 2 e 3, são aplicadas nos Capítulos 5 e 6 para a descrição do movimento. No Capítulo 5, o estudo de Cinemática é limitado ao movimento ao longo de uma trajetória; e os conceitos são relativos ao movimento unidimensional simples. No Capítulo 6, essas idéias são extensivas ao movimento no espaço tridimensional, através da introdução dos vetores.

No entender do curso, a Cinemática é introduzida neste ponto, porque é natural deixar que haja um período de "amadurecimento", antes de se estudar Dinâmica, na Parte 3, e interromper uma seqüência um tanto longa e formal de um assunto, se a Cinemática e a Dinâmica fôrem tratadas seguidamente. Alguns conceitos introduzidos aqui serão usados na Parte 2, e essa matéria será revista, no começo da Parte 3.

Ao desenvolver os conceitos fundamentais da Cinemática, nos Capítulos 5 e 6, a trigonometria e o cálculo não são considerados como sendo parte do conhecimento anterior do aluno; por isso, o desenvolvimento baseia-se, fortemente, em construções gráficas. Além de fornecer um meio de calcular várias situações do movimento, a representação gráfica tem uma vantagem maior sôbre os métodos analíticos, ao fornecer um "quadro" do que está realmente acontecendo em problemas de Cinemática. Nesta altura, os alunos podem resolver os problemas gràficamente, o que costumeiramente seria difícil para alunos principiantes em cálculos.

A análise gráfica deve ser feita com uma aproximação *quantitativa*. Os alunos devem ser solicitados a construir gráficos acurados e a fazer medidas precisas das inclinações de retas e de áreas sob curvas. Suas habilidades, para relacionar álgebra e gráficos, devem crescer durante o desenvolvimento dos capítulos, mas não se pode esperar que todos os alunos se familiarizem com métodos puramente algébricos, através do primeiro contato com êles.

RESUMO DO CAPÍTULO

Os dois principais tópicos dêste capítulo são a velocidade e a aceleração, ambas definidas para o movimento unidimensional. Começamos com o conceito de velocidade, supondo que seja uma noção natural para o aluno. A distância percorrida é dada pela área sob o gráfico da velocidade versus tempo, e a velocidade é dada pela inclinação do gráfico da distância versus tempo. A aceleração é definida em têrmos de mudanças de velocidade, e é mostrada como sendo a inclinação do gráfico da velocidade-tempo. Didàticamente, as nove seções dêste capítulo podem ser agrupadas convenientemente, como se seguem:

Seções 1 e 2. As primeiras seções do capítulo analisam a noção básica de que a distância é igual ao produto da velocidade pelo tempo, e introduzem a idéia de um gráfico da velocidade em função do tempo como um registro útil para um percurso. A distância percorrida durante o trajeto é dada pela área, sob a curva velocidade-tempo, tanto para velocidade constante como para variável.

Seções de 3 a 5. Construções gráficas são extensivas ao gráfico distância-tempo, e a velocidade instantânea é mostrada como sendo a inclinação da curva distância-tempo. A velocidade é uma grandeza com sinal (positivo ou negativo) que indica a direção ao longo do trajeto. Tanto a velocidade constante como a variável são discutidas.

Seções 6 e 7. A aceleração é introduzida, como a mudança de velocidade que ocorre num dado tempo. A aceleração é mostrada como sendo a inclinação da curva velocidade-tempo. As técnicas da construção gráfica fornecem uma base para a dedução de algumas relações algébricas úteis, a fim de trabalhar com o movimento de aceleração constante.

Seções 8 e 9. A Seção 8 descreve o princípio da medida de distância, pela determinação do tempo de percurso total de um sinal com uma velocidade conhecida. A Seção 9 resume o capítulo.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 5

Os Capítulos 5 e 6 incluem uma enorme quantidade de matéria nova e importante que requer um período maior de aulas, para um desenvolvimento quantitativo completo. Um tempo considerável deve ser reservado à solução dos problemas, tanto em casa como em classe. Por essa razão, o Guia contém alguns problemas suplementares, que podem ser usados como verificação ou discussão em classe. A leitura em casa deve, geralmente, preceder à discussão em classe.

As Seções 1 e 2 constituem uma única tarefa de leitura. As Seções de 3 a 5 também podem ser dadas como leitura para casa, talvez, após terem sido desenvolvidas algumas das idéias dessas seções em classe, durante a discussão das primeiras seções. O estudo da Seção 6 deve preceder à discussão, em classe, da aceleração, mas você talvez deseje discutir com os alunos as fórmulas dadas na Seção 7, antes de marcar esta seção para leitura. Na conclusão do capítulo, mais ou menos dois períodos, gastos em rever e resolver problemas, aumentarão a facilidade dos alunos com as técnicas, tanto gráficas como algébricas, para solucionar problemas de cinemática. O Problema 22 do CCL é particularmente apropriado, visto que nele se aplica métodos de solução, tanto algébricos como gráficos. A Seção 8, se discutida em classe, pode ser dada durante essa revisão. O filme "Straight Line Kinematics" é útil, ao resumir o capítulo (a primeira parte do filme pode ser usada como uma introdução).

A tabela seguinte sugere possíveis planejamentos para êste capítulo, consistentes com o planejamento geral da seção introdutória para a Parte 1. As seções que estiverem entre colchetes [ ] podem ser dadas ràpidamente ou omitidas, em discussão de classe, sem perda de continuidade.

Planejamento de 6 ou 10 semanas para a Parte I

Tópico	Períodos de aula	Períodos de Lab.	Experiência
Sec. 1, 2	2	-	-
Sec. 3, 4, 5	2	1	I-5 (qualquer ocasião após a Seção 3)
Sec. 6, 7	2	-	-
Sec. [8], 9, revisão	2	-	-

MATERIAIS RELATIVOS AO CAPÍTULO 5

Laboratório. Experiência I-5 — *Movimento: Velocidade e Aceleração.* Esta experiência usa o marcador de tempo com a fita, para fornecer dados para a construção dos gráficos de distância, velocidade e aceleração em função do tempo. A experiência contribuirá, notadamente, para dar um sentido concreto às idéias do Capítulo 5. Pode ser executada em qualquer ocasião, após haver completado a Seção 3. Veja as Notas de Laboratório sôbre a Experiência I-5, para sugestões.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com seu grau de dificuldade e as seções às quais se referem. Estão marcados os que são especialmente aconselhados para discussão em classe. Os problemas que são particularmente recomendados estão marcados com um asterisco (*) Os Problemas 16 e 17 contêm o teste dos conceitos fundamentais do capítulo. As respostas dos problemas são dadas nas páginas do CCL: respostas abreviadas nas páginas 75-76; comentários e soluções detalhadas nas páginas 76-94.

Seções	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1	1, 2*, 5*	3*, 4	6	5
2	7a*, b	8*	9*, 17*	7, 9
3	7c, 10, 11			
4, 5	14	12, 13*		12
6	15*		16*, 26, 29*	[16*, 17*], 26, 29
7		18*, 19, 20, 21 22*, 23*, 24*, 25	27	18, 22, 23
9			28	

Filme. "Straight Line Kinematics", pelo Professor Everett Hafner, University of Rochester. Este filme desenvolve as relações entre distância, velocidade e aceleração, medidas de um carro que percorre uma estrada de rodagem. Uma roda, montada atrás do carro, aciona três medidores que indicam os valôres das distâncias, velocidade e aceleração, como funções do tempo, enquanto o carro está sendo acelerado, freiado, ou viajando numa velocidade constante. Após calibrar os instrumentos, coletando os dados, o motorista-professor retorna à sala de aula para a análise dos gráficos. Tempo de projeção: 33 minutos.

O filme pode ser usado, pelo menos, de dois modos. Pode-se fazer um resumo e uma revisão do capítulo, aproveitando o filme. Alternadamente, a primeira parte do filme (até a volta à sala de aula) pode ser usada como uma excelente introdução ao capítulo, tornando real aos alunos a composição de gráficos de distância, velocidade e aceleração em função do tempo. A segunda parte do filme auxilia os alunos, se fôr usada antes de terem discutido, em classe, problemas simples de movimento.

Seção 1 — Velocidade e Distância
Seção 2 — Velocidades Váriáveis

FINALIDADE. Mostrar que a área sob a curva da velocidade em função do tempo, para um percurso, dá a distância percorrida.

CONTEÚDO a. $d = vt$.

b. Gráficos de velocidade em função do tempo.

c. A distância total percorrida pode ser encontrada, pela área sob um gráfico velocidade-tempo.

d. Unidade de "área", num gráfico de velocidade-tempo.

e. Extensão (por limite) de casos de velocidade constante a casos de velocidade contìnuamente variável.

ÊNFASE. Êste assunto é extremamente importante e deve ser desenvolvido completamente, através de discussão em classe, solução de problemas, em classe e como tarefa para

casa. Cêrca de dois períodos de aula serão necessários, inicialmente, e a matéria deve ser revista no fim do capítulo. Na Seção 8, discute-se aplicações práticas (radar e sonar) de algumas das idéias dessas seções; esta seção pode ser estudada nessa altura. Entretanto, você pode juntar a Seção 8 à sua revisão e sumário do capítulo.

Estas duas seções devem ser tratadas como um todo, uma vez que os métodos gráficos são aplicados sòmente a problemas envolvendo velocidades constantes e poderiam parecer, desnecessàriamente, enfadonhos. Os alunos compreenderão que a simples introdução às técnicas gráficas estabelece a base para alguns problemas mais complicados, que não podem ser resolvidos por simples fórmulas.

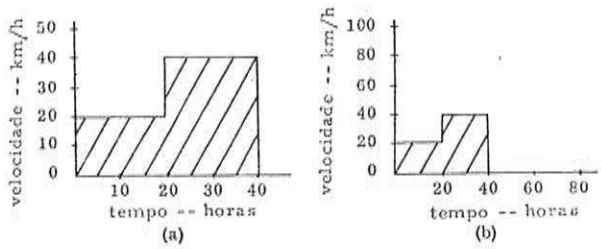
COMENTÁRIOS. Nestas seções, supõe-se que o conceito de velocidade seja familiar aos alunos. Devem ser capazes de calcular que distância um carro percorre em meia hora, se estiver correndo a trinta quilômetros por hora. A equação $d = vt$ é introduzida como uma anotação abreviada, para essa relação familiar.

O aluno que respondesse fàcilmente o problema apresentado, poderia ter dificuldade, se lhe perguntassem qual a distância que o carro percorreu, viajando a vinte metros por segundo, durante 1 800 segundos. Como o texto nesse ponto confia na experiência cotidiana, as unidades mais familiares do sistema Inglês têm sido bastante usadas, mais do que as unidades métricas, geralmente mais empregadas no texto.

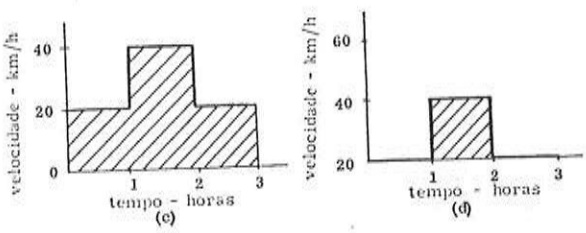
A construção de um gráfico pode tornar-se tão mecânica, que o aluno talvez não verifique o que o gráfico representa, particularmente, se êle estiver traçando o gráfico de uma grandeza, como a velocidade em função do tempo. Algum esfôrço deve ser dispendido para se assegurar de que o aluno compreende que a linha horizontal, na Figura 5-1, *significa* que o carro move-se a uma velocidade constante. Um percurso mais complicado, como o da Tabela I, Figura 5-2, deve ser, também, completamente entendido, principalmente que a *velocidade* está sendo construída em função do tempo e não, por exemplo, distância em função do tempo.

Alguns alunos talvez perguntem como, no percurso do gráfico da Figura 5-2, um carro pode mudar, instantâneamente, de uma velocidade contante à outra. Um carro real, com tôda a aceleração, pode aumentar a velocidade de 30 km/h para 50 km/h, em alguns segundos, e, ainda que o processo não seja certamente descontínuo, o gráfico do movimento pode, realmente, ser semelhante ao mostrado na Figura 5-2. Isto é mostrado, notàvelmente no filme "Straight Line Kinematics". Os alunos podem ver que a "área", sob a porção que sobe ràpidamente (quase vertical) no gráfico, apesar de não ser zero, é desprezível, em comparação com a área sob o restante da curva, de maneira que a idealização é uma suposição que simplifica consideràvelmente. Quando velocidades contìnuamente variáveis são consideradas, esta dificuldade pode ser superada e qualquer valor da velocidade pode ser considerado quantitativamente.

A idéia de que a distância d, o produto da velocidade pelo tempo, vt, pode ser considerada como uma "área" num gráfico de velocidade-tempo, será provàvelmente nova para a maioria dos alunos. Para o caso de velocidade constante, o resultado é quase trivial, mas apesar disso, merece bastante atenção, desde que talvez seja confusa a idéia de que uma área possa ter as unidades de km. Os alunos podem, também, necessitar de auxílio, para entender que as "áreas" em tais gráficos, como nas Figuras (a) e (b) abaixo, são realmente as mesmas; a diferença, na escala dos desenhos, não afeta a distância percorrida no trajeto.



Uma outra questão, que pode apresentar dificuldades, é que a "área" que representa a distância percorrida é a área entre a curva da velocidade e o eixo de velocidade *zero*. Veja as Figuras (c) e (d) abaixo.



As Figuras (c) e (d) são gráficos corretos da velocidade do carro em função do tempo. Pela leitura de qualquer um dos gráficos, pode-se conhecer a velocidade do carro em qualquer instante. No entanto, para encontrar a distância percorrida pela determinação da "área", sòmente a Figura (c) é adequada. É evidente que as duas áreas sombreadas diferem, consideràvelmente.

Introduza a idéia de uma velocidade que varia constantemente com o tempo, como uma natural extensão do trabalho seguinte, em lugar de introduzir algo radicalmente novo. O processo de mostrar que a área, sob qualquer gráfico velocidade-tempo, dá a distância percorrida, "situando" a resposta final entre dois limites, é matemàticamente fundamental e pode-se dar bastante ênfase aqui. Se a noção de limite fôr bem compreendida agora, a seqüência dessa matéria será entendida mais fàcilmente.

O texto emprega um desenvolvimento compreendendo duas partes, para mostrar que a distância percorrida é representada pela "área" sob uma curva velocidade-tempo. A primeira parte é a idéia qualitativa de que qualquer curva pode ser aproximada a um gráfico em forma de degraus, que pode ser trabalhado pelo método da Seção 1. A segunda parte é o procedimento "de limitar", mais formal e rigoroso, que prova realmente as afirmações da Seção 2.

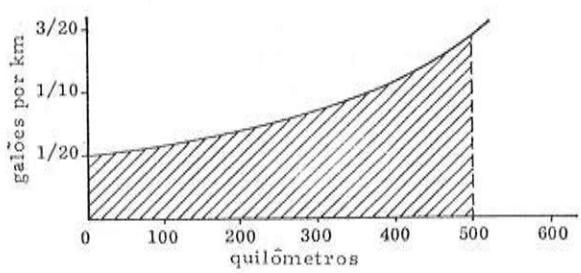
Ilustração freqüente no quadro-negro é, provàvelmente, o melhor modo de apresentar as idéias, nessas seções. Em cada novo exemplo, deve-se pedir aos alunos para descrever o que está acontecendo ao objeto que se move, antes de proceder a uma análise mais detalhada. Lembre aos alunos que êstes gráficos realmente dizem qual a velocidade do carro, em qualquer instante particular.

A Figura 5-3 mostra um carro movendo-se a uma *velocidade que aumenta constantemente*, durante a primeira parte do intervalo de tempo. O caso de aceleração uniforme é particularmente importante, uma vez que descreve a queda dos corpos na superfície da Terra e, ainda, descreve com bastante aproximação, outros movimentos. A "área" envolvida é um trapezóide, e pode ser calculada diretamente.

Alguns casos mais complicados, que precisam ser calculados contando quadrados, devem ser dados. Se as curvas fôrem traçadas cuidadosamente sôbre um papel milimetrado, de maneira que algumas centenas de quadrados sejam incluídos na área entre a curva e o eixo, será possível, com êsse método, grande precisão. Você pode motivar a classe, pedindo respostas corretas, a menos de 3/10 de um por cento.

Ao contar quadrados, ou calcular para obter uma "área" que representa a distância, deve-se sempre tomar cuidado, para dar ênfase às unidades envolvidas; *quilômetros* por *hora* devem ser colocados em função de *horas*, se a área tem a finalidade de representar a distância em quilômetros, etc. Para firmar essas idéias, dê aos alunos um gráfico de velocidade em quilômetros por minuto, em função do tempo em horas. Veja quantos alunos falham ao converter às unidades de tempo coerentes. antes de encontrarem a "área".

A técnica de determinar a distância percorrida, tomando a área sob a curva, é um modo simples de obter resultados que poderiam de outra maneira serem obtidos, sòmente pelo uso de integrais O método de medir áreas é de uso muito mais geral, e não sòmente para o calculo de distância, a partir de um gráfico velocidade-tempo. Como uma simples ilustração, você poderia fazer a seguinte pergunta à classe: Um carro inicia um percurso, usando 1/20 galão de gasolina por quilômetro. Como as velas se sujam, o carro usa mais e mais gasolina por quilômetro, como mostra o gráfico abaixo:

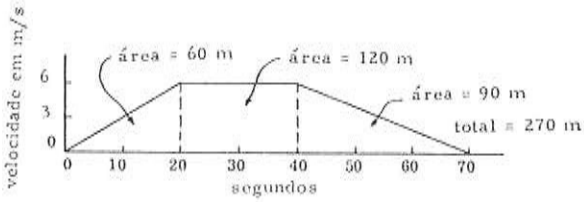


Quantos galões de gasolina foram usados, para percorrer 500 quilômetros? A área sombreada dá a resposta (galões por quilômetro) × (quilômetros) = (galões).

QUESTÕES COMPLEMENTARES. Se você decidir que necessita de problemas extras, para discussão em classe ou testes, o seguinte pode ser útil.

1) Um ciclista percorre um trecho de estrada, em linha reta, durante dois minutos a uma velocidade de 300 metros por minuto, depois continua, por mais três minutos, a 450 m por minuto. Qual a distância percorrida? (1 950 m)

2) Um ciclista, partindo do repouso, acelera uniformemente até uma velocidade de 6,1 m por segundo, em vinte segundos, continua essa velocidade por vinte segundos, em seguida, desacelera uniformemente e pára em trinta segundos. Faça um gráfico velocidade-tempo e determine qual é a sua posição.



3) Pode traçar quase todos os tipos de gráficos velocidade-tempo e pedir aos alunos para determinarem a distância percorrida. Uma variação interessante é a de determinar a distância percorrida entre dois instantes particulares, ao invés de estimar a distância a partir do começo do percurso.

4) Um problema muito mais difícil, que poderia servir como uma introdução à aceleração uniforme (Seção 7), é o seguinte: Um carro acelera uniformemente, a partir do repouso, de maneira que sua velocidade é de 24 metros por segundo, após vinte segundos. Qual a distância percorrida durante os primeiros dez segundos? Quanto tempo leva para percorrer 182 metros?

A primeira pergunta pode ser respondida pelos métodos básicos do capítulo. Após dez segundos, a velocidade do carro é 12 metros por segundo. O gráfico velocidade-tempo é um triângulo, logo, a distância percorrida durante os primeiros dez segundos é $1/2 \times 10$ segundos $\times$ 12 m/s = 60 m. A segunda pergunta é mais difícil. Pode ser apresentada de vários modos Um dêles: construa o gráfico velocidade-tempo e conte quadrados, até que uma área de 182 m seja alcançada. Outro modo: simplesmente, tentar diferentes tempos. Após catorze segundos, a velocidade do carro é 16,8 m/s e percorreu $1/2 \times 16{,}8$ m/s $\times$ 14 seg = 118 m; após dezoito segundos, percorreu 194 m. Uma maneira mais elegante; em cada segundo, o carro aumenta sua velocidade de 1,2 metros por segundo. A distância percorrida em t segundos é, portanto $1/2 \times t \times 1{,}2\ t = 0{,}6\ t^2$. Resultando $0{,}6\ t^2 = 182$ m; $t = \sqrt{303} = 17{,}4$ segundos.

Seção 3 — Gráficos da Distância em Função do Tempo
Seção 4 — Velocidades e Sentidos
Seção 5 — Velocidade Instantânea — A Inclinação da Tangente.

FINALIDADE. Desenvolver um método gráfico para determinar a velocidade, a partir de um gráfico distância-tempo, demonstrando que a velocidade instantânea é dada pela inclinação do gráfico, em qualquer ponto.

CONTEÚDO. a. Construção de um gráfico distância-tempo.

b. Identificação da inclinação do gráfico com a velocidade.

c. Introdução do símbolo "$\triangle$".

d. Velocidade positiva corresponde a uma distância que aumenta a partir de um ponto fixado de referência, velocidade negativa à distância que decresce.

e. Velocidade instantânea é definida como o limite da velocidade média num intervalo de tempo muito pequeno, enquanto o intervalo se torna tão pequeno quanto se queira.

ÊNFASE. Esta é uma matéria muito importante e necessitará, pelo menos, de dois períodos de discussão em classe. A identificação da velocidade com a inclinação da curva é muito mais importante, do que a fórmula. Alguns cuidados aqui permitirão que os alunos não confundam velocidade com aceleração, em trabalhos posteriores.

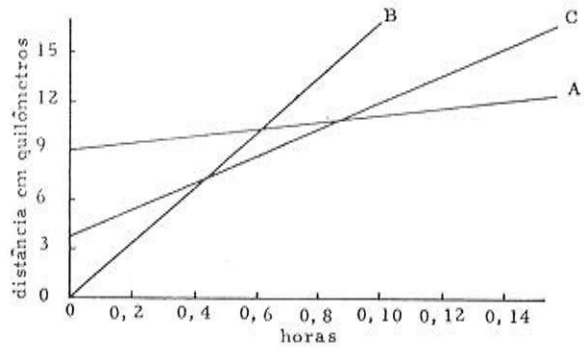
COMENTÁRIO. Até essa altura, pouca atenção tem sido dada à natureza da trajetória. A menos que sejam instruídos de outro modo, os alunos podem pensar nos vários carros, como viajando em *linha reta*. Será fácil afastar esta idéia, traçando um diagrama como o que aparece abaixo, mostrando que a distância *d* não está necessàriamente ao longo de uma reta, mas ao invés disso, é uma distância medida pelos marcos quilométricos, ao longo da rodovia, que pode estar repleta de curvas.



A idéia de marcos quilométricos, como medida de distância, é introduzida para desenvolver o conceito de que a distância pode ser medida em têrmos de um sistema de coordenadas, com uma origem *arbitrária*. A distância, percorrida durante um intervalo de tempo dado, não precisa ser medida a partir de algum zero estabelecido, mas pode ser deduzida da diferença entre dois marcos de *distância*, cada um dos quais é medido a partir de um zero comum. Os alunos podem sugerir que a distância, percorrida durante o intervalo de tempo, pode ser medida pelo indicador de quilometragem do carro (odômetro), como foi feito pelos marcos quilométricos na rodovia. Isto é correto. Entretanto, se estendermos a discussão às posições e movimentos relativos de dois ou mais carros (Quando um dêles ultrapassará o outro? Onde ocorrerá isso? O carro que está atrás alcançará o carro da frente, antes que êste alcance Limeira?), necessitaremos uma única escala de distância para todos os carros. Os odômetros não estão sincronizados. Marcos quilométricos são mais simples.

DESENVOLVIMENTO. A Experiência I-5 deve ser dada em qualquer momento, após completada a Seção 3.

A construção de gráficos distância-tempo deve ser feita mais fàcilmente do que a construção de gráficos velocidade-tempo. Algum cuidado talvez seja necessário, para distinguir entre êsses novos gráficos *distância*-tempo e os anteriores gráficos velocidade-tempo. A melhor maneira de fazer isso é perguntar, com freqüência, o que está acontecendo ao carro, em cada posição representada no gráfico. Um trabalho de classe, intensivo e freqüente com gráficos, é o melhor meio de desenvolver êste assunto. Você pode dar um gráfico no quadro-negro, como o mostrado abaixo, que será ponto de partida para perguntas sôbre



o que está acontecendo no gráfico:

Quem está viajando mais depressa? (B).

Estão todos os três, em algum momento, no mesmo ponto da estrada? (Não).

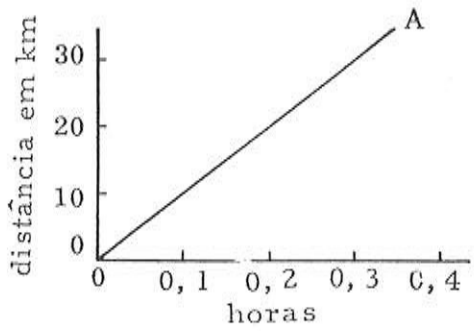
Quando B passa por A, onde está C? (cêrca de 1,6 quilômetros atrás).

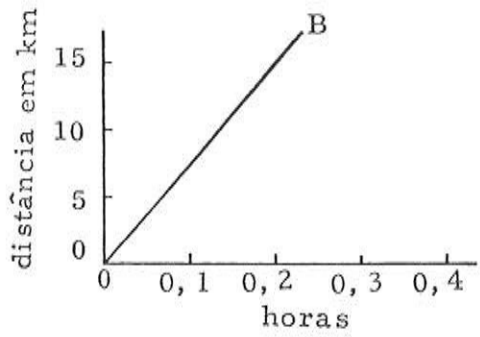
Qual a distância que B percorreu entre os instantes que passou por C e A? (aproximadamente 3,2 quilômetros).

Quais os que estão de bicicletas? (B deve estar de bicicleta, para cobrir 14 quilômetros em 0,8 hora. Como a velocidade de C é um pouco mais de oito quilômetros por hora, êle necessita, pelo menos, correr. Uma vez que a velocidade de A é cêrca de 2,4 quilômetros por hora, deve estar andando).

Após a classe ter trabalhado com gráficos distância-tempo, pode traçar no quadro-negro um gráfico, usando números e nenhuma unidade física (quilômetro ou quilômetro por hora), indicada na escala vertical. Peça a velocidade do carro num dado instante. Alguns alunos responderão baseando-se na configuração primitiva, todavia os mais cautelosos pedirão que você complete o gráfico, dizendo-lhes o que representa a escala vertical.

Algumas classes talvez tenham dificuldades, com gráficos construídos em escalas diferentes, como foi discutido na página 79. Para esclarecer êste ponto, construa dois gráficos, tal como se mostra abaixo, e pergunte que carro vai mais depressa:



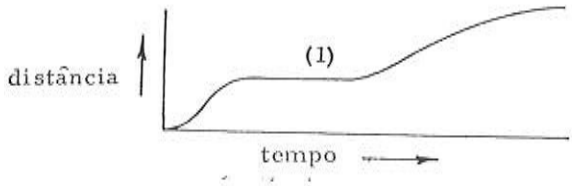


O carro B tem o gráfico "mais inclinado", mas o carro percorre sòmente quinze quilômetros em 0,2 hora, portanto, tem uma velocidade de 75 km/h, ao passo que o carro A percorre 30 quilômetros em 0,3 hora com uma velocidade de 100 km/h.

COMENTÁRIOS. A palavra "velocidade" é freqüentemente usada, para representar o módulo do vetor velocidade e, como tal, é uma quantidade positiva, como a leitura de um velocímetro. No entanto, como a palavra "velocidade" não é introduzida no seu sentido vetorial até o Capítulo 6, a "velocidade" significa, no Capítulo 5, uma "velocidade" unidimensional. Como a velocidade está identificada com a inclinação de um gráfico e, visto que a inclinação pode ser negativa ou positiva, *nossa* "velocidade" é uma quantidade com sinal; portanto, nem sempre positiva. Os alunos deveriam entender que o sinal da velocidade determina a direção ao longo do percurso do objeto que está se movendo. Se a velocidade fôr definida arbitràriamente como positiva, para um movimento em uma direção, a velocidade deve ser negativa, para o movimento na direção oposta.

° ° °

O texto distingue cuidadosamente os casos de velocidade constante e velocidade variável, discutindo a primeira na Seção 3 e 4, e introduzindo a última na Seção 5. Com uma boa classe, alguns professôres podem deixar de lado essa seqüência e apresentar, de início, um gráfico como o que se mostra abaixo, possìvelmente contendo uma região (1) onde o carro está parado. Talvez os alunos possam responder a perguntas, tais como: "Em que instante o carro está se movendo mais depressa? E quando, mais devagar?, etc.



° ° °

A equação $v = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$ mostra a importância das idéias dos marcos quilométricos e relógios. A velocidade é dada como uma *diferença* entre duas distâncias, dividida pela *diferença* entre os dois tempos *correspondentes:* um intervalo de distância dividido por um intervalo de tempo. Observe que, no gráfico distância-tempo, a inclinação representa uma quantidade física, velocidade, e tem *unidades* de distância/tempo.

Se as seções anteriores fôrem entendidas completamente, os alunos não deverão ter dificuldades com as idéias básicas, apresentadas na Seção 5. O percurso da Figura (a) conduz diretamente à Figura (b), e os alunos podem ligar a idéia de tangente à idéia de "vidro de aumento", antes mesmo de uma exposição prévia. Certamente, devem ser capazes de decidir quais os instantes, na Figura (b), em que o carro se movimenta mais depressa ou mais devagar. A fim de decidir entre dois pontos, tais como (1) e (2), êles podem traçar a tangente.

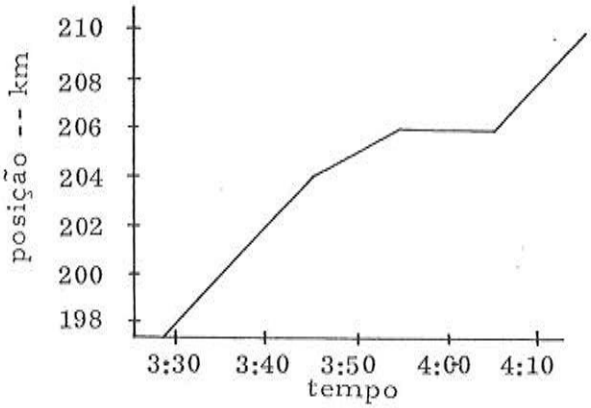


Figura (a)

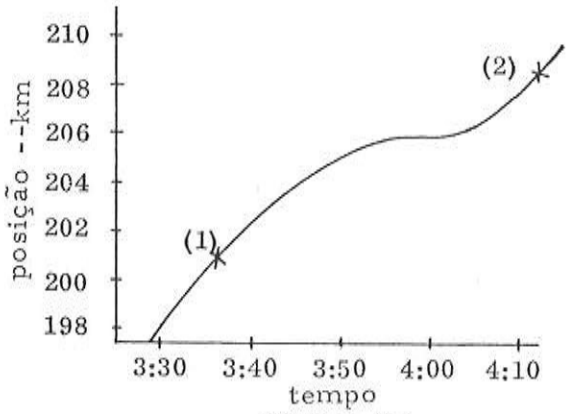


Figura (b)

Uma possível dificuldade com o uso do limite, tal como a técnica do "vidro de aumento", é que os alunos podem pensar que o resultado é sòmente aproximado. O procedimento apresentado é um método apropriado para determinar a inclinação, e pode ser feito com qualquer *grau de precisão desejado* (dentro dos limites do êrro dos dados experimentais). (Para uma dada função matemática, a inclinação *pode* ser encontrada, exatamente, pelos métodos do cálculo analítico).

° ° °

Nesse ponto, a classe terá uma série de úteis e importantes instrumentos gráficos. Os problemas podem ser inventados, o que é bem interessante. Um certo percurso pode ser descrito pela Figura (c).

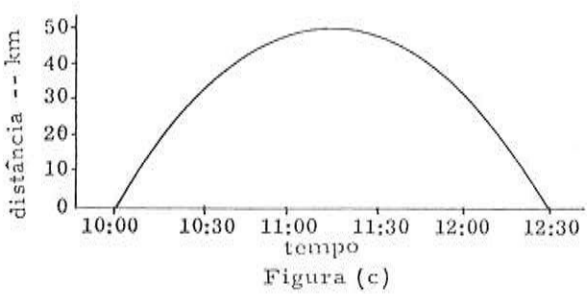


Figura (c)

Este pode ser um percurso de automóvel. Com diferentes escalas de distância e tempo, poderia ser uma pedra jogada ao ar. Pode ser desenhado cuidadosamente, ou sòmente um esboço rápido. (Sem nenhuma mudança brusca na inclinação). Note que a Figura (c) representa uma "ida e volta" no percurso. Medindo as inclinações, os alunos podem construir um gráfico velocidade-tempo, algo como na Figura (d). Depois, contando quadrados, podem medir, digamos, a distância percorrida de 10:00 a 11:00.

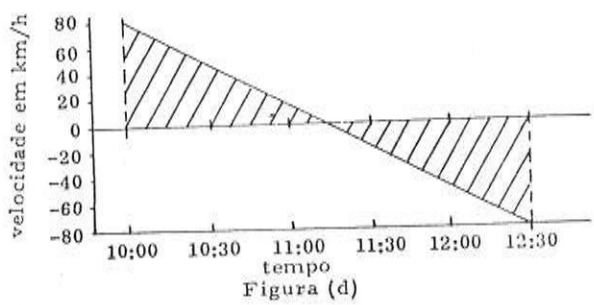


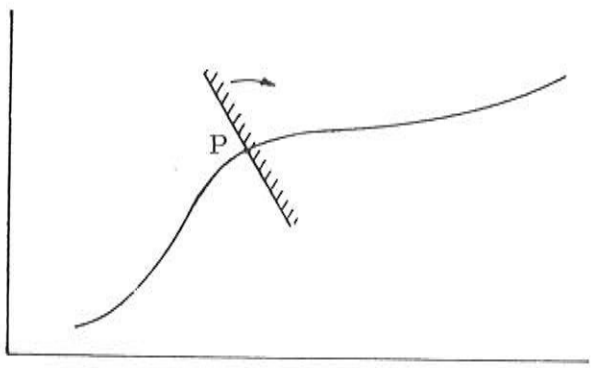
Figura (d)

Isso deve concordar com seus gráficos originais. Se êles perguntarem pela distância até 11:15, a "área" abaixo do eixo deverá ser subtraída, ao invés de somada. Apesar de não mencionados especìficamente no texto, serão provàvelmente discutidos, bem a propósito, alguns casos em que a "área" está abaixo do eixo e, portanto, deve ser subtraída.

° ° °

Um problema, em que algumas classes encontram certa dificuldade, é como traçar uma tangente a uma curva. Deve-se entender que não é pretendida uma construção geométrica exata.

Um método de traçar a tangente, que pode interessar alguns alunos, é o seguinte: (Êsse método define a perpendicular à curva, num dado ponto. Em seguida, a tangente é traçada num ângulo reto à perpendicular). Coloque um espelho plano sôbre o gráfico, aproximadamente perpendicular à curva no ponto P, onde a tangente é desejada. Gire o espelho sôbre P, até que o gráfico e sua imagem formem uma curva suave, contínua. Trace uma linha ao longo do espelho. Essa linha é perpendicular à tangente. A menos que se pretenda maior precisão, a tangente pode ser traçada visualmente.



* * *

Os dois parágrafos finais da Seção 5 introduzem a diferença entre a velocidade média e a velocidade instantânea. No desenvolvimento que segue êste curso, a distinção não é muito importante. Presumimos que uma pessoa saiba que, quando olha para o velocímetro de um carro, está medindo a velocidade num determinado instante em particular, ou velocidade *instantânea;* por outro lado, quando diz que fêz em média 60 quilômetros por hora, num percurso de 600 quilômetros, significa que viajou durante dez horas, provàvelmente só em alguns instantes, exatamente, 60 quilômetros por hora. (Se seus alunos gostam de problemas como êste, pergunte-lhes se, ao fazer em média 60 quilômetros por hora, num percurso de 600 quilômetros, devem viajar a 60 quilômetros, exatamente. A velocidade instantânea é, exatamente, a velocidade média determinada para um intervalo de tempo muito curto, suficientemente tão curto, que quaisquer mudanças na velocidade, durante o intervalo de tempo, são tão pequenas que são desprezíveis.

Uma pergunta clássica sôbre velocidade média é a seguinte: Num percurso de 60 quilômetros, um homem percorre os primeiros 30 quilômetros a 30 quilômetros por hora. Qual a velocidade que deve ter, nos próximos 30 quilômetros, a fim de fazer em média 60 quilômetros por hora, para o percurso? A resposta é, naturalmente, uma velocidade infinita, desde que já se passou a hora necessária para fazer, em média, 60 quilômetros por hora.

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

1) Um carro passa por marcos quilométricos nos tempos indicados e viaja com velocidade constante, entre êles.

(a) Entre que marcos o carro viajou com maior velocidade? De quanto foi a maior velocidade?

(b) Por quanto tempo o carro parou?

(c) Em que marco quilométrico o carro não mudou de velocidade?

(d) Quando o carro começou seu percurso de volta?

(e) Qual foi a velocidade média do percurso de ida? E a de volta?

Marcos Quilométricos	Tempo
0	3:15:04
10	3:30:04
15	3:37:34
15	3:57:34
25	4:07:34
20	4:17:34
10	4:32:34
0	5:02:34

Respostas:

(a) 15-25; 60 km/h

(b) 20 min.

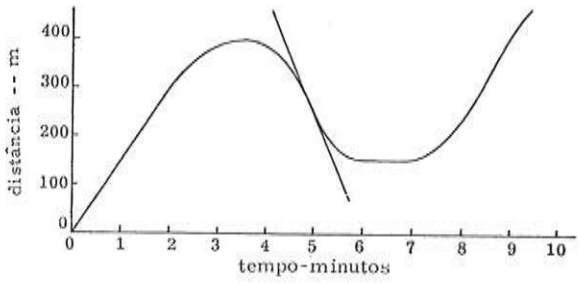
(c) 10 no percurso de ida.

(d) 4:07:34

(e) 28,5km/h; 27,3km/h ou −27,3km/h

Para dar problemas com velocidades contìnuamente variáveis, você deve pràticamente reproduzir o gráfico do problema. As variações são sem limite. Eis um exemplo:

2) Um homem faz um trajeto, de modo que sua posição em diferentes tempos é dada pelo gráfico seguinte:



(a) Entre que instantes suas velocidades foram constantes? Quais foram essas velocidades? [O a 2 minutos, 150 metros/min; 6 a 7 minutos, O metro/min.].

(b) Em que instantes estêve parado? [A 3,6 minutos e entre 6 e 7 minutos].

(c) Em que instante o módulo de sua velocidade foi maior? Qual foi sua velocidade nesse instante? [Aos 5 minutos; — 240 metros/min.]

Seção 6 — Aceleração Ao Longo da Trajetória

FINALIDADE. Introduzir o conceito de aceleração no movimento unidimensional, e mostrar que a aceleração, em qualquer momento, pode ser determinada pela inclinação do gráfico velocidade-tempo para o instante considerado.

ÊNFASE. Uma boa compreensão da aceleração é importante. Esta seção deve ser dada inteiramente, antes de entrar na Seção 7. Se os alunos entenderem as Seções 3,4 e 5, esta seção deverá ser dada mais ràpidamente. Esteja certo de que entenderam a diferença entre "velocidade" e "aceleração", uma vez que estas palavras são freqüentemente confundidas, na conversação usual.

COMENTÁRIO. Muitos alunos estarão um pouco confusos sôbre a natureza da aceleração. Podem confundir a velocidade e a aceleração e usar unidades de velocidade para descrever acelerações. Um carro "veloz" pode também ser capaz de acelerar ràpidamente, mas não necessàriamente. (Os corredores de Interlagos não o fazem). Para esclarecer a distinção entre a velocidade e a aceleração, esta seção usa unidades de tempo misturadas (não coerentes), para descrever a aceleração: quilômetros por hora por segundo. A intenção é que isto focalizará a atenção no fato de que a aceleração está relacionada a quão *ràpidamente* a *velocidade* está variando. Nesta seção, é mais importante o cuidado com as unidades. Você pode referir-se aos comentários sôbre mudança de unidades, de não coerentes a coerentes, citadas na Seção 7, tanto do livro-texto como na do Guia do Professor.

* * *

A transição de uma idéia qualitativa à equação

$$a_t = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\triangle v}{\triangle t},$$

deve ser razoàvelmente fàcil, desde que as situações velocidade-tempo já foram consideradas.

A transição de acelerações constantes a acelerações contìnuamente variáveis está sucinta no livro de texto e talvez necessite ser mais desenvolvida em classe. O processo do "vidro de aumento" provàvelmente deve ser repetido, na sala de aula.

* * *

Os alunos talvez tenham dificuldades com sinais. Qual é a aceleração de um carro que se move com uma velocidade de — 20 km/h para uma velocidade de — 30 km/h, em dez segundos? A resposta é — 1,0 km por hora por segundo. Pode, à primeira vista, parecer paradoxal que um carro esteja ganhando velocidade (como se lê no velocímetro), mas tenha uma aceleração negativa. A velocidade é uma quantidade com sinal. Uma associação, que tem dívidas de $ 100 000,00 num ano e $ 200 000,00 no ano seguinte, *não* está "fazendo" dinheiro.

PRECAUÇÃO. Por causa das relações similares entre a distância e a velocidade e entre a velocidade e a aceleração, alguns alunos desejarão saber se a área, sob uma curva aceleração-tempo, dá a velocidade. Dá, com uma restrição. A área sob a curva aceleração-tempo, *entre dois instantes*, dá a variação da velocidade, *entre êstes dois instantes*. Isto é semelhante ao caso da distância, naturalmente, onde a área sob a curva da velocidade dá a variação

na *coordenada de distância*, mas a mudança na *distância* é justamente a *distância percorrida*, que é um conceito mais natural para certos alunos, do que *mudança* na *velocidade*.

O vetor aceleração, introduzido no próximo capítulo, não está sempre na direção do movimento, isto é, não está necessàriamente na direção ao longo da trajetória. A "aceleração ao longo de uma trajetória", definida nesta seção, é realmente a *componente* do *vetor aceleração*, na *direção* do *movimento*. Note a diferença entre os casos da velocidade e da aceleração: O vetor velocidade sempre aponta ao longo da trajetória, enquanto o vetor aceleração pode não apontar.

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

1) Um carro move-se à velocidade de 56 km/h. Um segundo depois, está com 58 km/h. Qual é sua aceleração, ao longo dêsse trecho? [2 km/h-seg].

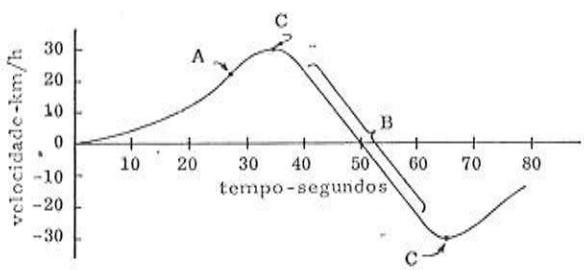
Um carro move-se a 56 km/h. Um segundo depois, está a 54 km/h. Qual é a sua aceleração, ao longo do trajeto? [— 2 km/h-seg].

Se a velocidade de um carro fôsse — 56 km/h e, depois de um segundo, — 58 km/h, qual seria sua aceleração? [— 2 km/h-seg].

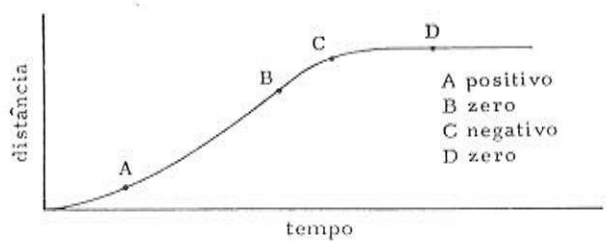
2) Há muitos problemas de aceleração uniforme no CCL. Com pequenas variações, êsses problemas são apropriados para testar a classe.

3) Eis um gráfico velocidade-tempo. Êle mostra o instante em que a aceleração é máxima e positiva, (A); mínima e negativa, (B); zero, (C). Entre que instantes a aceleração é uniforme? Qual é seu valor?

Uniforme entre 40 e 60 segundos, com o valor de $-\frac{50}{20} = -2\frac{1}{2}$ km/h-seg. Esta é também a maior aceleração negativa.



4) Vemos abaixo uma curva distância-tempo. Nos pontos assinalados A, B, C e D, diga se a aceleração é positiva, negativa ou zero.



Seção 7 — Resultados Úteis para o Movimento Com Aceleração Constante Ao Longo da Trajetória

FINALIDADE. Deduzir as equações algébricas para o movimento, quando a aceleração ao longo da trajetória é constante.

CONTEÚDO a. $v_f - v_i = a_t\,(t_f - t_i) = a_t T$.

b) $d = \frac{1}{2}\,(v_f + v_i)\,T$.

c) $v_f^2 = v_i^2 + 2a_t d$.

d) $d = v_i\,(t_f - t_i) + \frac{1}{2}\,a_t\,(t_f - t_i)^2 = v_i T + \frac{1}{2}\,a_t T^2$.

e) Mudanças de unidade.

ÊNFASE. O importante é a compreensão e não a memorização. Use um período inteiro, para assegurar-se de que as deduções foram entendidas.

PRECAUÇÃO. Embora essas "fórmulas" para o movimento com aceleração constante sejam muito úteis, *não* constituem a parte mais importante do capítulo. Muito freqüentemente, os alunos guardam $d = \frac{1}{2}\,at^2$, como uma, entre outras coisas que lembram sôbre Física,

sem saber bem a que casos pode ser aplicada. Como os problemas de aceleração constante são encontrados freqüentemente, a memorização das fórmulas não é prejudicial ao aluno, se essas fórmulas fôrem bem compreendidas.

COMENTÁRIO. Um caso especial das equações acima é aquêle em que o objeto começa do repouso num instante $t = 0$, isto é, $v_i = 0$ e $t_i = 0$. Logo,

$$v_f = a_t t_f = a_t T,$$

$$v_f^2 = 2a_t d,$$

$$d = \frac{1}{2} a_t t_f^2 = \frac{1}{2} a_t T^2$$

Normalmente, é útil dar ênfase ao instante e à velocidade correspondente. Nesse caso, as fórmulas são usualmente escritas, tanto como $t_f - t_i$, como a que aparece acima. Para simplificar, o livro considera o intervalo de tempo $t_f - t_i = T$. Esta pode, freqüentemente, ser a forma mais útil. Ambas são equivalentes.

DESENVOLVIMENTO. As fórmulas são úteis e muito atrativas aos alunos. A fim de evitar o perigo de substituir o entendimento pelas fórmulas, faça os alunos relembrarem as idéias básicas do capítulo, resolvendo alguns problemas do CCL que são, òbviamente, problemas de aceleração constante, por meio de gráficos. O Problema 22 é apropriado para isso. Você pode surpreendê-los e, possìvelmente, a si mesmo, descobrindo quão rápidas são as soluções gráficas e quão fáceis e diretas de serem lembradas.

MUDANÇA DE UNIDADE. A mudança de unidade é algo que atormenta constantemente os físicos principiantes (e adiantados). Há três métodos em uso comum: (a) por dedução, (b) substituição, (c) cancelamento de unidades. Vamos considerar um problema: Qual é a velocidade da Terra, em sua órbita, expressa em metros por segundo?

(a) Um exemplo de "dedução" pode ser:

A Terra move-se a $2\pi \times 93 \times 10^6$ milhas por ano.

Portanto, desloca-se a $2\pi \times 93 \times 10^6 \times 5\,280$ pés por ano,

ou $2\pi \times 93 \times 10^6 \times 5\,280 \times 12$ polegadas por ano,

ou $2\pi \times 93 \times 10^6 \times 5\,280 \times 12 \div 39{,}37$ metros por ano,

$$\text{ou } \frac{2\pi \times 93 \times 5{,}28 \times 10^9 \times 12}{39{,}37 \times 365{,}25} \text{ metros}$$

por dia,

$$\text{ou } \frac{2\pi \times 93 \times 5{,}28 \times 10^9 \times 12}{39{,}37 \times 365{,}25 \times 24} \text{ metros}$$

por hora,

$$\text{ou } \frac{2\pi \times 93 \times 5{,}28 \times 10^9 \times 12}{39{,}37 \times 365{,}25 \times 24 \times 60} \text{ metros}$$

por minuto,

$$\text{ou } \frac{2\pi \times 93 \times 5{,}28 \times 10^9 \times 12}{39{,}37 \times 365{,}25 \times 24 \times 60 \times 60}$$

metros por segundo,

ou $2{,}98 \times 10^4$ metros por segundo ($\approx$ 30 km/seg).

O problema é descobrir quando se deve multiplicar e quando dividir. A decisão é feita intuitivamente, isto é, deve a quantidade ser maior ou menor?

(b) Um exemplo do método de substituição (usado no texto) é:

A Terra desloca-se a $2\pi \times 93 \times 10^6 \frac{\text{milhas}}{\text{ano}}$.

Então, considera-se que esta quantidade física, uma velocidade, é constituída por um número, $2\pi \times 93 \times 10^6$, vêzes a unidade primitiva de velocidade, 1 milha/1 ano:

$$2\pi \times 93 \times 10^6 \times \frac{1 \text{ milha}}{1 \text{ ano}}.$$

Mas, 1 ano = 365,25 dias = $365{,}25 \times 1$ dia
1 dia = 24 horas = 24×1 hora
1 hora = 3 600 segundos = $3\,600 \times 1$ segundo.

A substituição dá 1 ano = $365{,}25 \times 24 \times \times 3\,600 \times 1$ segundo.

Anàlogamente, 1 milha = 5 280 × 12 × 1 polegada.

Mas 1 metro = 39,37 × 1 polegada, ou 1 polegada = $\frac{1}{39,37} \times 1$ metro.

Portanto, 1 milha = $5\,280 \times 12 \times \frac{1}{39,37} \times 1$ metro.

Finalmente, a velocidade da Terra é

$$2\pi \times 93 \times 10^6 \times \frac{5\,280 \times 12 \times \frac{1}{39,37} \times 1}{365,25 \times 24 \times 3\,600 \times 1}$$

$$\frac{\text{metro}}{\text{segundo}} = \frac{2\pi \times 93 \times 10^9 \times 5,28 \times 12}{39,37 \times 365,25 \times 24 \times 3\,600}$$

$\frac{\text{metros}}{\text{segundos}}$.

(c) O terceiro método, cancelamento de unidades, está baseado na idéia de que qualquer quantidade física pode ser multiplicada por 1, sem se alterar. Se 1 metro = 39,37 polegadas, então

$$\frac{39,37 \times 1 \text{ polegada}}{1 \text{ metro}} = \frac{1 \text{ metro}}{39,37 \times 1 \text{ polegada}} = 1.$$

A mudança em unidades é então efetuada, multiplicando várias vêzes por 1:

$$2\pi \times 93 \times 10^6 \times \frac{1 \text{ milha}}{1 \text{ ano}} \times \frac{1 \text{ ano}}{365,25 \times 1 \text{ dia}} \times \frac{1 \text{ dia}}{24 \times 1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ hora}}{3\,600 \times 1 \text{ seg}} \times \frac{5\,280 \times 1 \text{ pé}}{1 \text{ milha}} \times \frac{12 \times 1 \text{ polegada}}{1 \text{ pé}} \times \frac{1 \text{ metro}}{39,37 \times 1 \text{ polegada}}.$$

Finalmente, as unidades iguais são cancela-das, deixando-se $\frac{2\pi \times 93 \times 10^6 \times 5\,280 \times 12}{365,25 \times 24 \times 3\,600 \times 39,37}$ $\frac{\text{metros}}{\text{seg}}$, como antes.

Usualmente, o cálculo é simplificado, escrevendo-se simplesmente

$$2\pi \times 93 \times 10^6 \frac{\text{milhas}}{\text{ano}} \times \frac{1 \text{ ano}}{365,25 \text{ dias}} \times \frac{1 \text{ dia}}{24 \text{ horas}} \times \frac{1 \text{ hora}}{3\,600 \text{ seg}} \times \frac{5\,280 \text{ pés}}{1 \text{ milha}} \times \frac{12 \text{ polegadas}}{1 \text{ pé}} \times \frac{1 \text{ metro}}{39,37 \text{ polegadas}}, \text{ etc.}$$

Cada método tem suas vantagens e desvantagens. "Dedução" é o método mais rápido para um problema simples, porém mais sujeito a êrro. Um aluno deveria certamente ser capaz de fazer problemas fáceis, dêste modo, antes de se preocupar com outros métodos. A "Substituição" está menos sujeita a êrro, e dá uma boa idéia do que está acontecendo. O "Cancelamento de unidades" é um processo um tanto formal, mas está menos sujeito a êrro e, provàvelmente, mais rápido para um problema complicado.

Deve-se dispender, inevitàvelmente, algum tempo na conversão de unidades e, talvez agora, seja uma boa ocasião para isso.

Seção 8 — Medida de Distância com a Velocidade: Radar e Sonar

FINALIDADE. Fornecer uma ilustração da técnica de medir a distância, medindo o tempo de um sinal, que vai até um objeto e depois volta para o observador.

CONTEÚDO a. Medir a distância, pelo intervalo de tempo que leva um sinal de velocidade conhecida, para percorrer essa distância.

b. Aplicação dêste princípio, pelos morcêgos e pelos operadores de radar!

ÊNFASE. Um assunto interessante, aparte. Trate-o com brevidade. Pode ser usado como uma parte de seu capítulo sumário ou como uma extensão das Seções 1 e 2.

COMENTÁRIO. Esta seção é compreendida como uma simples tarefa de leitura para casa,

embora possa ser usada como base para problemas interessantes, sôbre movimento uniforme simples. Por exemplo: Quanto tempo leva um sinal de rádio ($v = 3 \times 10^8$ metros/seg) para ir até a Lua ($d = 3{,}8 \times 10^8$ metros) e voltar?

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com o nível de dificuldade de cada um e as seções a que se referem. Estão indicados os que foram especialmente elaborados para discussão em classe. Os problemas particularmente recomendados estão marcados com um asterisco (*).

Os Problemas 16 e 17 testam os conceitos básicos do capítulo.

Respostas de todos os problemas, que requerem uma resposta abreviada ou numérica, são dadas após a tabela. Soluções detalhadas estão nas páginas 76-94.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1	1, 2*, 5*	3*, 4	6	5
2	7a*, b	8*	9*, 17*	7, 9
3	7c, 10, 11			
4, 5	14	12, 13*		12
6	15*		16*, 26, 29*	[16*, 17*], 26, 29
7		18*, 19, 20, 21 22*, 23*, 24*, 25	27	18, 22, 23
9			28	

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. 6,6 m/seg.
2. 1 hora.
3. Percurso de 400 km: 80/9 h.
   Percurso de 480 km: 78/9 h.
4. (a) Veja gráfico na página 77.
   (b) Cadillac.
5. (a) 2 km.
   (b) 30,0 km.
   (c) Veja gráfico na página 77.
   (d) 0,3 h.
   (e) Veja solução na página 77.
6. (a) Veja gráfico na página 78.
   (b) 17 VT.
   (c) 5/2 T.
   (d) 23/8 T.
   (e) 34/15 V.
7. (a) 16,2 m/s; 21,5 m/s.
   (b) 41,4 m.
   (c) 2,4 m/s^2.
8. (4,53 ± 0,04) km.
9. (a) 2/300 = 0,0067 h.
   (b) 2/15 = 0,13 km.
   (c) B, de 0,10 km.
   (d) 0,015 h.
   (e) 0,6 km.
10. (a) 60 km/h.
    (b) 2/3 (sem unidades).
    (c) 15 km/litro.
    (d) -2 kg/semana.
11. Veja gráfico na página 82.
12. (a) 0,45 h.
    (b) Cêrca de 75 km/h.
    (c) Cêrca de 8 km/h.
    (d) 27 km/h.

13. (a) Veja gráfico na página 83.
(b) Entre os marcos 52 e 62.
(c) 29,6 km/h ou — 29,6 km/h.
(d) 56 ou -56 km/h.
(e) Entre os marcos 66 e 68.

14. 60 km/h.

15. 6,7 km/h/s.

16. Veja solução na página 84.

17. Veja gráfico na página 85.

18. (a) 10 m/s.
(b) 25 m.
(c) 5 m/s.
(d) 400 m.

19. 9,8 m/s.

20. (a) 300 cm/s².
(b) Veja gráfico na página 86.

21. (a) 2/35 h.
(b) -1 225 km/h².
(c) Veja gráfico na página 86.

22. (a) 9,6 km/h/s.
(b) 96 km/h.
(c) 0,13 km.
(d) 20 m.
(e) d (durante o n-ésimo segundo) = = (n − 1/2) a.

23. (a) O carro que iniciou com 34 km/h percorreu maior distância.
(b) 3,3 s.

24. (a) 3 km/h/s.
(b) 1/8 km.

25. (a) 236 km/h/s = 65,5 m/s².
(b) 236 km/s = 8,5 × 10^5 km/h.
(c) 4,24 × 10^5 km.

26. Veja solução na página 90.

27. (a) 1 000 m/s.
(b) 6,67 s.
(c) 5,0 km; 3,3 km; 13,3 km.
(d) Veja solução na página 91.
(e) Veja solução na página 91.

28. Veja discussão na página 92.

29. (a) Veja gráfico na página 93.
(b) Veja gráfico na página 94.
(c) 12 m/s².

COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Um corredor dá uma volta em uma pista de 800 metros em 2 min e 1,2 s. Qual foi sua sua velocidade média em m/s?

Se o corredor percorre 800 metros em 121,2 segundos, sua velocidade média é 800 m ÷ ÷ 121,2 s = *6,6 m/s.*

PROBLEMA 2

Dois carros, um a 40 km/h e outro a 60 km/h, iniciam uma viagem de 120 quilômetros, no mesmo instante. Quanto tempo antes um carro chega ao destino, em relação ao outro?

O carro que viaja a 40 km/h percorre 120 quilômetros, em três horas. O carro que viaja a 60 km/h leva duas horas. Portanto, o carro mais rápido chega *1 hora* antes.

PROBLEMA 3

Um homem sabe que para ir de uma cidade a outra, por uma estrada, deve percorrer 400 quilômetros, e pode ir em média a 45 km/h. Por outra estrada, êle pode percorrer 400 quilômetros no asfalto, indo em média a 60 km/h, mas tem que fazer um percurso extra de 80 quilômetros em estradas nas quais só pode ir em média a 40 km/h. Que caminho leva menos tempo?

O percurso de 400 km a 45 km/h leva $\frac{400 \text{ km}}{45 \text{ km/h}} = \frac{80}{9}$ h.

O percurso de 480 km leva $\frac{400 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} + \frac{80 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = \frac{78}{9}$ h.

Portanto, *o percurso de 480 quilômetros* leva menos tempo.

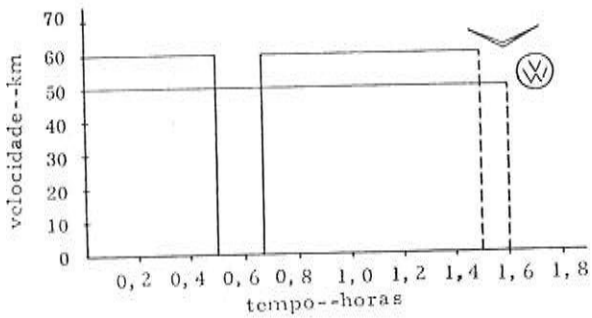
PROBLEMA 4

Um Volkswagen e um Cadillac percorrem o mesmo trajeto de 80 quilômetros. O Volkswagen mantém todo o tempo a velocidade de 50 km/h. O Cadillac parte no mesmo instante, com a velocidade de 60 km/h, mas o motorista pára durante 10 minutos, após ter viajado meia hora.

(a) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo, para os dois carros.

(b) Qual dos carros chega antes ao destino?

a)



b) O Volkswagen percorre 80 quilômetros a 50 km/h, levando 80/50 = 1,6 horas para o percurso. O Cadillac percorre 80 quilômetros a 60 km/h, levando 80/60 = 4/3 horas *de viagem*. No entanto, parou por 1,6 horas e, portanto, leva um tempo total de 4/3 + 1/6 = = 1,5 horas. *O Cadillac bate o Volkswagen;* de fato, é uma estória amoral.

PROBLEMA 5

A tabela adiante fornece os dados de uma viagem feita num carro:

Intervalo de tempo	Duração do intervalo	Velocidade
	(h)	(km/h)
1	0,10	20
2	0,40	60
3	0,20	20

(a) Que distância o carro percorre no primeiro intervalo de tempo?

(b) Qual é o percurso total da viagem?

(c) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo, para esta viagem.

(d) Quanto tempo leva o carro para percorrer os primeiros 14 quilômetros?

(e) Indique em seu gráfico a área correspondente aos primeiros 14 quilômetros de percurso.

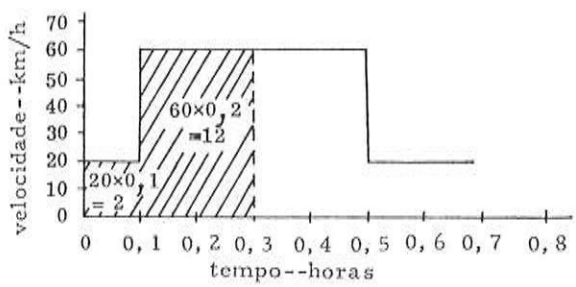
Ao discutir a parte (e), seria bom mostrar que a área sombreada tem realmente 14 quilômetros, realizando a multiplicação mostrada no gráfico.

a) $d = vt$; $d = 20$ km/h $\times$ 1 h $= 2$ *km.*

b) $d = vt$; $d_1 = 2$ km, $d_2 = 0{,}4 \times 60 = 24$ km, $d_3 = 0{,}2 \times 20 = 4$ km.

$d = d_1 + d_2 + d_3 = 30$ *km.*

c)



d) O carro percorre 2 quilômetros na primeira 0,1 hora. Deve percorrer mais 12 quilômetros. Para percorrer 12 quilômetros a 60 km/h, o carro gasta 0,2 h ($t = d/v = 12/60 = 0{,}2$). Portanto, num instante 0,2 + 0,1 = *0,3 hora* após o começo da viagem, percorre 14 quilômetros.

e) A área correspondente está sombreada no gráfico da parte c).

PROBLEMA 6

Um carro se move com as velocidades indicadas na tabela adiante, na qual T é um intervalo de tempo particular, e V uma velocidade determinada.

Intervalo de tempo	Duração do intervalo	Velocidade
1	T	V
2	3T	4V
3	T	2V
4	2T	V/2
5	T/2	2V

(a) Faça um gráfico da velocidade em função do tempo para êste percurso.

(b) Qual é o comprimento total do percurso?

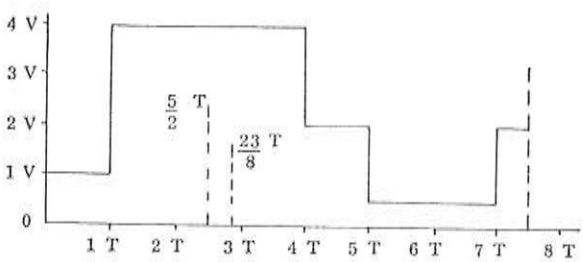
(c) Qual o tempo necessário após o início, para o carro percorrer uma distância de 7 VT?

(d) Que tempo leva o carro para percorrer a primeira metade da viagem?

(e) Qual é a velocidade média para todo o percurso?

Êste problema de interpretar gráficos velocidade-tempo tem a finalidade de um exercício, no uso de símbolos abstratos. Pode também ser usado para ilustrar que a escolha de escalas, para fazer gráficos, é arbitrária. A principal dificuldade nesse problema será ver que o símbolo T não é o tempo durante o qual o carro viaja, mas ao contrário, uma unidade arbitrária de tempo, digamos, 6 segundos. É como se o homem, que estivesse marcando o tempo do carro, tivesse um relógio e lêsse O; T segundos; 2T segundos; 3T segundos; etc. Semelhantemente, o velocímetro é calibrado O, V, 2V, 3V, 4V, etc., km/h.

a)



b) d = vt.

O primeiro intervalo d = VT, o segundo intervalo d = (4V) (3T) = 12 VT, o terceiro d = 2VT, o quarto d = VT, o quinto d = VT. A distância total d é *17 VT*. Durante a discussão, procure apontar as "áreas" de cada intervalo do percurso.

c) Após T, êle percorreu VT. Para percorrer 7 VT, deve percorrer ainda 6 VT. Numa velocidade de 4 V, isso leva um tempo (6VT) ÷ ÷ (4V) = (3/2)T. Isto somado a T dá *(5/2)T*.

d) Como a distância do percurso total é 17 VT, precisamos determinar o tempo necessário para percorrer a distância 8 1/2 VT. No fim do primeiro intervalo, o carro terá percorrido 1 VT. Potanto, ao tempo T precisamos somar o tempo necessário para que o carro percorra 7 1/2 VT, durante o intervalo seguinte. Devemos achar o tempo T que, multiplicado por 4 V, dê 7 1/2 VT.

$$\frac{15}{2}\ \text{VT} \div 4\ \text{V} = \frac{15}{8}\ \text{T}$$

$$\frac{15}{8}\ \text{T} + \text{T} = \frac{23}{8}\ \text{T}.$$

e) O percurso total foi de 17 VT, o tempo total 7 1/2 T. A velocidade média é, portanto, 17 VT ÷ 7 1/2 T = *34/15 V*.

PROBLEMA 7

Os dados adiante indicam a velocidade instantânea de um carro em intervalos de 1 segundo. Represente gràficamente a velocidade em função do tempo, e utilize seu gráfico para responder às questões seguintes:

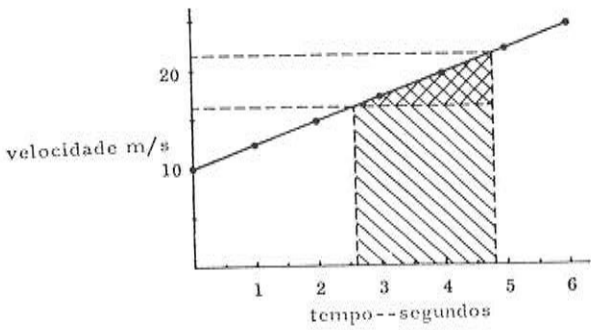
(a) Qual é a velocidade do carro no instante 2,6 s? E a 4,8 s?

(b) Que distância percorreu o carro entre os dois instantes indicados na parte (a) ?

(c) Qual é a inclinação do gráfico?

Tempo (s)	Velocidade (m/s)
0,0	10,0
1,0	12,4
2,0	14,8
3,0	17,2
4,0	19,6
5,0	22,0
6,0	24,4

Êste problema dá experiência na construção de gráficos velocidade-tempo e na determinação da distância percorrida, pelo método da área.



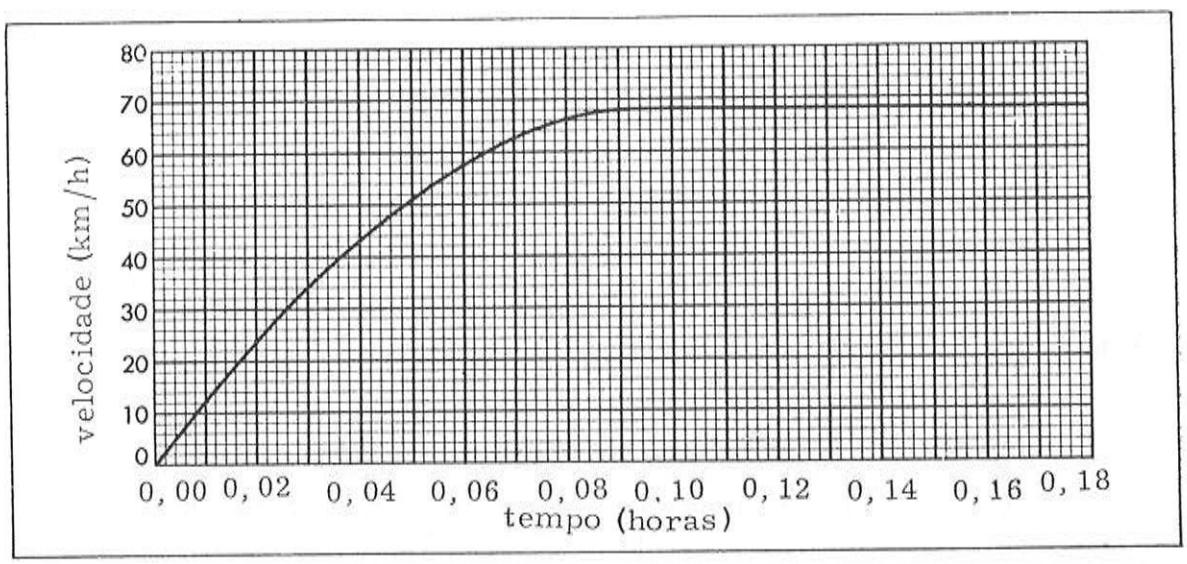
a) Por um gráfico feito com cuidado, a velocidade do carro no instante 2,6 s pode ser lida como *16,2 m/s*, e *21,5 m/s*, a 4,8 s.

b) Dividindo a área, como se mostra, a distância total percorrida (área sombreada) entre os dois instantes é calculada como sendo $16{,}2 \times (4{,}8 - 2{,}6) = 35{,}6$ metros (o retângulo) mais $1/2 \times (4{,}8 - 2{,}6) \times (21{,}5 - 16{,}2) = 5{,}8$ metros (o triângulo), ou *41,4 metros* ao todo.

c) A inclinação do gráfico é de *2,4 metros por segundo, por segundo*. Esta é, com efeito a aceleração do carro.

PROBLEMA 8

Um trem acelera de acôrdo com o gráfico velocidade-tempo, indicado na Fig. 5-29. Que distância percorre nos primeiros seis minutos?



Êste problema força o aluno a realizar o cálculo, pela contagem dos quadrados, num problema em que êle necessita determinar uma distância a partir de um gráfico velocidade-tempo.

Seis minutos = 0,10 hora. A área sob o gráfico de 0 a 0,10 hora é 4,53 quilômetros.

Talvez o modo mais direto de contar êsses quadrados seja o de contar antes os quadrados grandes (38) e, depois, os pequenos. A área de cada quadrado grande é 0,1 quilômetro, o que dá 3,8 quilômetros. Há, além disso, 161 pequenos quadrados completamente sob a curva, e uma estimativa de mais 21, em pequenos quadrados parciais. Uma vez que cada quadrado pequeno tem 0,004 quilômetro, isso dá 0,73 quilômetro. Portanto, $3{,}8 + 0{,}73 = 4{,}53$ *quilômetros* ao todo. Êsse processo de contagem parece ser correto, a menos de dez pequenos quadrados ou 0,04 quilômetro, cêrca de 1%.

Alguns alunos talvez tenham aprendido a regra de Simpson para achar áreas. Será ótimo, se êles a conhecerem, mas não a ensine.

PROBLEMA 9

O carro A está parado frente a um sinal luminoso. A luz se torna verde, e A inicia o movimento. Ao fazê-lo, o carro B o ultrapassa, desenvolvendo uma velocidade constante. Seus gráficos velocidade-tempo são indicados na Fig. 5-30.

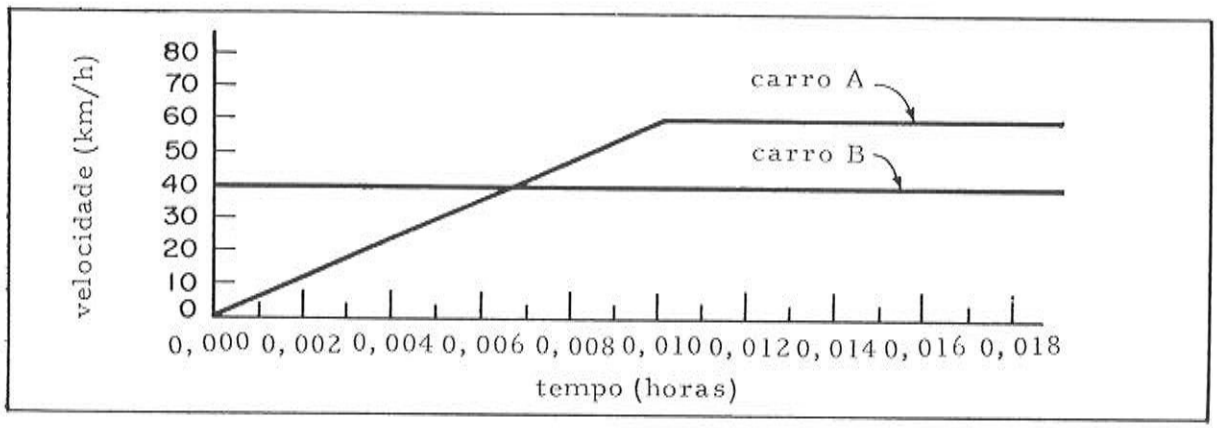
(a) Quanto tempo leva o carro A para alcançar a velocidade de B?

(b) Nesse instante, qual a dianteira do carro B sôbre A?

(c) Que carro leva dianteira, e de quanto, ao fim de 0,010 hora?

(d) Em que instante o carro A alcança B?

(e) Que distância percorreram, desde o sinal luminoso até o instante em que se emparelharam?



Êste é um problema de interpretação do gráfico velocidade-tempo. É um pouco mais complicado que os anteriores. Certifique-se de que os alunos possam dizer, exatamente, o que está acontecendo.

a) Os carros têm as mesmas velocidades, onde as curvas do gráfico se cruzam, a *0,0067 ou 2/300 h* após o carro A ter deixado o semáforo.

b) Primeiramente, evidencie que a área sob a curva do carro B é maior do que a área sob a curva do carro A. Portanto, B percorreu maior distância, realmente B percorreu uma distância que é o dôbro de A. B percorreu $40 \times 2/300 = 4/15$ quilômetros. A percorreu $1/2 \times 40 \times 2/300 = 2/15$ quilômetros. Portanto, B está a $2/15 = 0{,}13$ *quilômetro* na frente.

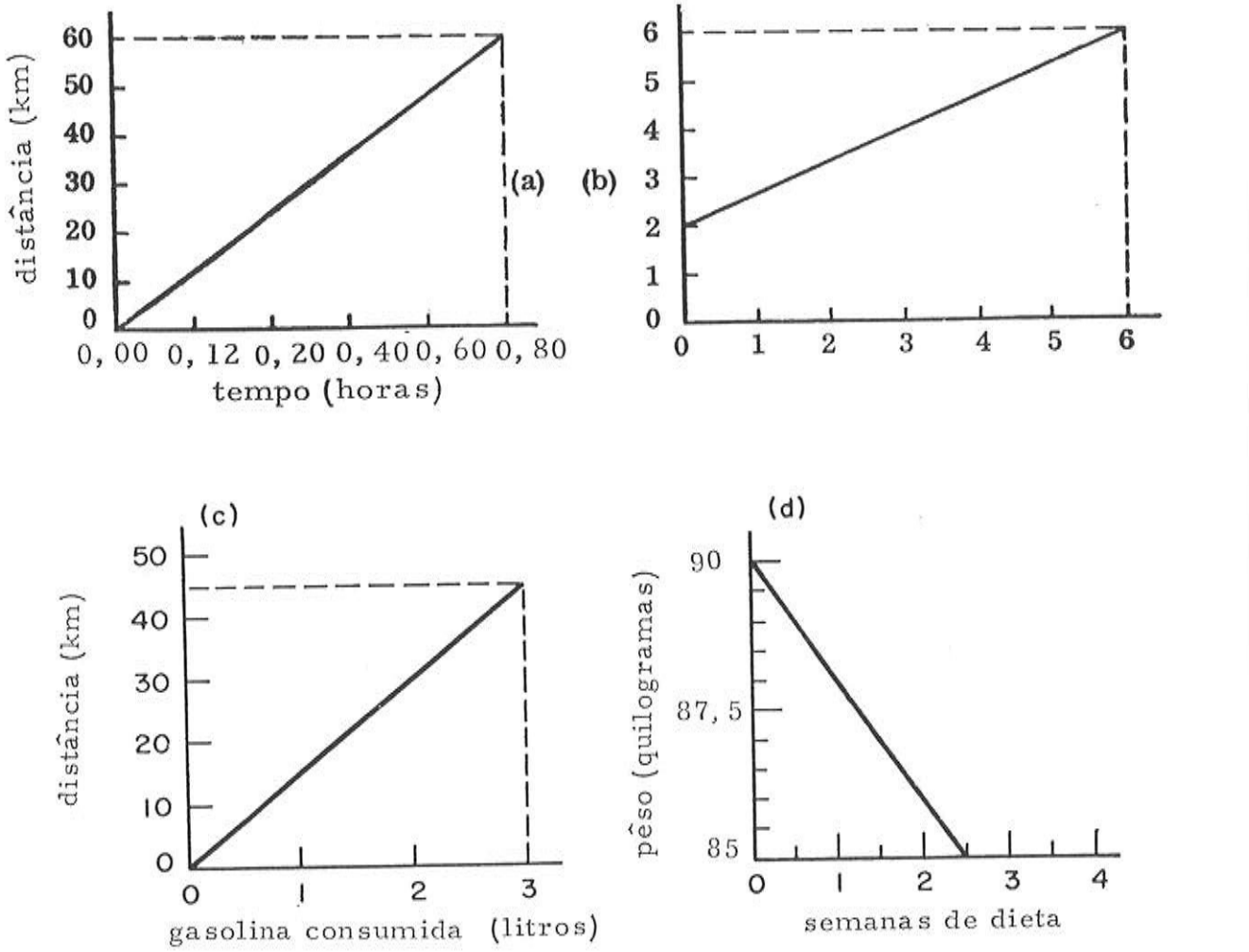
c) Ao fim de 0,010 hora, é ainda evidente que a área sob a curva de B é maior do que sob a curva de A. B percorreu $0{,}010 \times 40 = 0{,}40$ quilômetro; A percorreu $1/2 \times 0{,}010 \times 60 = 0{,}30$ quilômetro. *Portanto, B está a 0,10 quilômetro na frente de A.*

d) Isto pode ser resolvido de várias maneiras, mas talvez o modo mais fácil seja o seguinte: A alcançou B, onde as áreas sob as curvas são iguais. A 0,010 hora, a área sob B foi 0,10 quilômetro maior do que a área sob A. Mais tarde, a área *entre* as duas curvas é 20 km/h $\times$ (intervalo de tempo). Para que seja 0,10 quilômetro, o intervalo de tempo deve ser

$$t = \frac{0{,}10 \text{ km}}{20 \text{ km/h}} = 0{,}005 \text{ h.}$$

Logo, A alcança B a $0{,}010 + 0{,}005 = 0{,}015$ *h.*

e) A 0,015 hora, B percorreu $0{,}015 \times 40 = 0{,}6$ *quilômetro.* Se nossa solução estiver correta, A percorrerá a mesma distância.



PROBLEMA 10

Determine as inclinações dos gráficos da Fig. 5-31. Indique as unidades em cada caso.

Êste problema exercita no cálculo de inclinações de retas. Particularmente, êle põe em evidência as unidades:

a) Êsse carro percorreu 60 quilômetros em uma hora. A inclinação é, portanto, *60 km/h*. Vale a pena mostrar também que entre 12 e 30 quilômetros correspondentes aos instantes 0,2 e 0,5, a distância de 18 quilômetros em 0,3 hora, novamente, acha-se uma inclinação de 60 km/h.

b) Aqui, *nenhuma* unidade é dada. A curva sobe de 2 para 6 unidades, em 6 unidades, ao longo da horizontal, ou 4 unidades em 6 unidades ou 2/3 "unidades por unidade", ou uma inclinação de 2/3.

c) Um intervalo de três litros dá um aumento de 45 quilômetros. Êste gráfico tem, portanto, uma inclinação de *15 quilômetros por litro*. Provàvelmente, é esta a distância que o carro percorreu, em função da gasolina consumida, e a inclinação é a razão, na qual êsse carro consome gasolina, em quilômetros por litro.

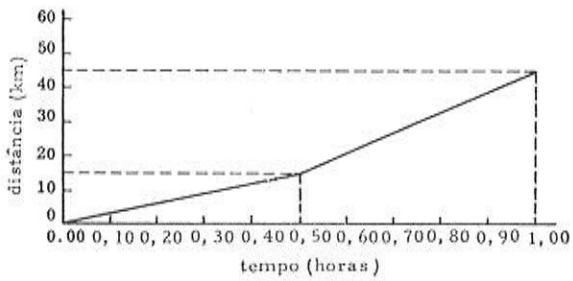
d) Êste dietético (homem ou mulher?) passou de 90 para 85 quilogramas, em 2 1/2 semanas. A inclinação do gráfico do pêso, em função do tempo, é *-2 quilogramas por semana*. Note que, comumente, dir-se-ia que *perdeu* 2

quilogramas por semana. O sinal negativo é equivalente à palavra *perdeu*, nesse caso.

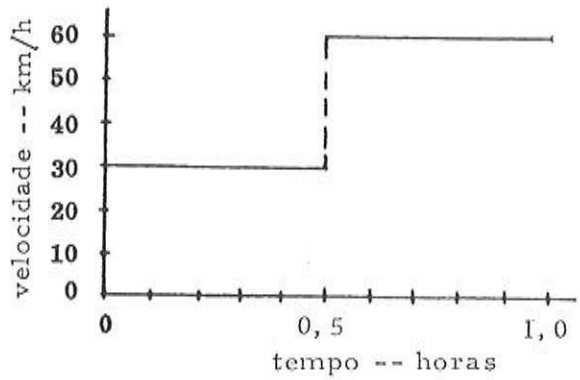
Deve ser salientado quão freqüentemente o conceito da inclinação é usado, nos negócios de cada dia.

PROBLEMA 11

A Fig. 5-32 apresenta o gráfico distância-tempo de um carro que percorre uma estrada. Faça um gráfico de sua velocidade em função do tempo.



Para a primeira meia hora, a curva tem uma inclinação constante, indicando uma velocidade constante. Como o carro percorreu 15 quilômetros em 0,5 hora, deslocava-se a 30 km/h. Na segunda meia hora, percorreu de 15 a 45 quilômetros, ou seja, a distância de 30 quilômetros. Portanto, sua velocidade foi 60 km/h.



PROBLEMA 12

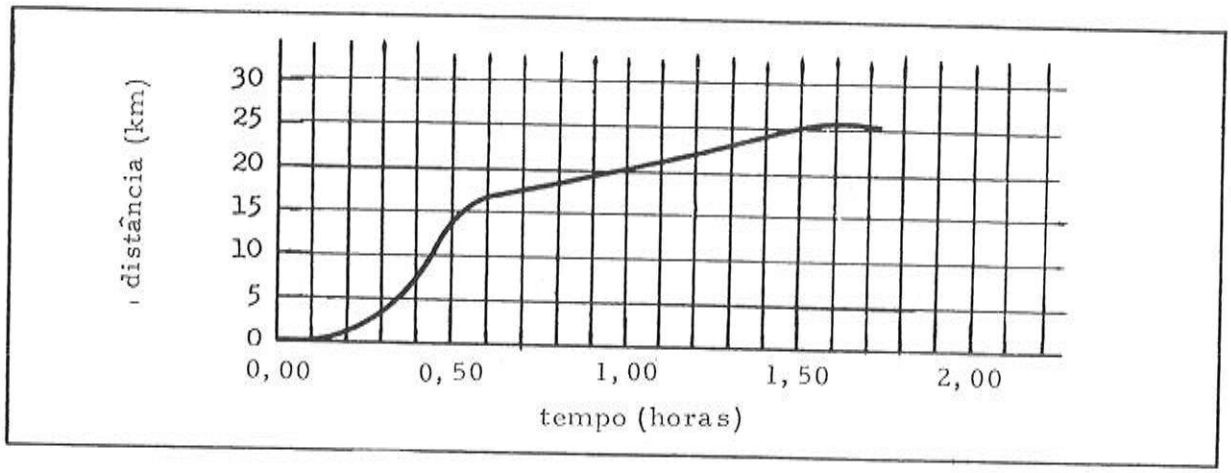
A Fig. 5-33 mostra o gráfico distância-tempo de um carro.

(a) Em que instante o carro desenvolve sua velocidade máxima?

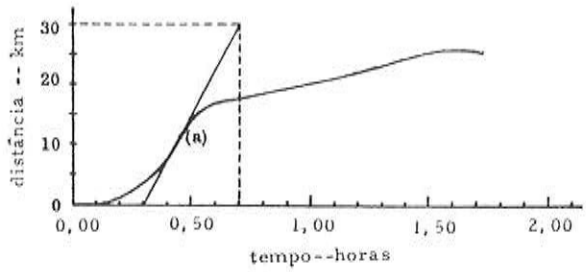
(b) Que velocidade tem nesse instante?

(c) Que velocidade tem o carro a 0,70 hora?

(d) Qual é a velocidade média durante a primeira meia hora?



Este problema requer a interpretação de um gráfico distância-tempo, onde a velocidade varia constantemente. Alguns alunos acharão isto difícil.



a) A resposta é encontrada pela inspeção do ponto onde a curva apresenta maior inclinação. O instante, no qual o carro se move à maior velocidade é, aproximadamente, *0,45 hora.*

b) A inclinação é obtida pela tangente à curva no ponto (a). A inclinação é cêrca de 30 quilômetros em 0,4 hora ou, aproximadamente, *75 km/h.* A precisão é pobre aqui.

c) À 0,70 hora, a inclinação do gráfico mostra a velocidade aproximada de *8 km/h.*

d) Durante a primeira meia hora, o carro percorreu 13,5 quilômetros. Teve, portanto, uma velocidade média de 27 km/h. Observe que esta *não* é a metade de sua velocidade final. Isto é sòmente para o caso do movimento uniformemente acelerado (o que não é o caso).

PROBLEMA 13

Durante uma viagem de ida e volta por uma estrada, um passageiro sentado junto ao motorista anotou os seguintes tempos de passagem pelos vários marcos quilométricos:

Tempo h-min	Marco quilométrico
10-05	40
10-25	45
10-40	52
10-50	62
11-00	66
11-10	68
11-25	78
11-40	82
11-50	82
12-05	76
12-15	70
12-30	56
13-15	40

(a) Represente gràficamente a distância percorrida pelo carro em função do tempo.

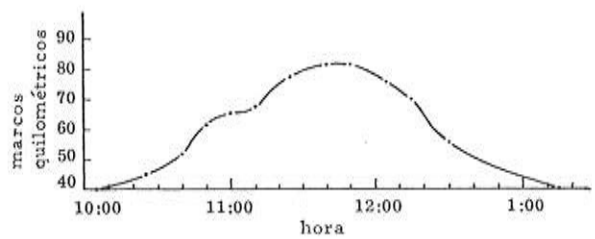
(b) Entre que marcos quilométricos desenvolvia o carro a maior velocidade?

(c) Qual era a velocidade média no percurso de retôrno?

(d) Qual era a velocidade entre os instantes 12-15 e 12-30?

(e) Durante uma parte do trajeto de ida, êles foram forçados a reduzir a velocidade a 12 km/h, devido a um caminhão vagaroso. Entre que marcos ocorreu isto?

a)



b) A inclinação parece ser maior entre os marcos *52 e 62.*

c) Os 42 quilômetros de volta foram percorridos entre 11-50 e 13-15, ou sejam, 85 minutos a *29,6 km/h.* Pode-se dizer -29,6 km/h, uma vez que o carro estava voltando.

d) Entre 12:15 e 12:30, o carro percorreu 14 quilômetros. Sua velocidade foi $14 \div 1/4 = 56$ *km/h.* Observe que esta velocidade foi quando o carro estava voltando e, portanto, poderia ser considerada -56 km/h.

e) Entre os marcos *66 e 68.*

PROBLEMA 14

Um trem move-se a 60 km/h durante 0,52 h, 30 km/h durante a seguinte 0,24 h, e, depois, a 70 km/h, para a seguinte 0,71 h. Qual é sua velocidade média nesse trajeto?

Um trem, que viaja a 60 km/h durante 0,52 h, percorre 31,2 quilômetros. No próximo intervalo de tempo, êle percorre 7,2 quilômetros, depois 49,7 quilômetros. A distância total per-

corrida é 88,1 quilômetros em 1,47 horas. A velocidade média no percurso é 88,1 km ÷ 1,47 horas = *60 km/h.*

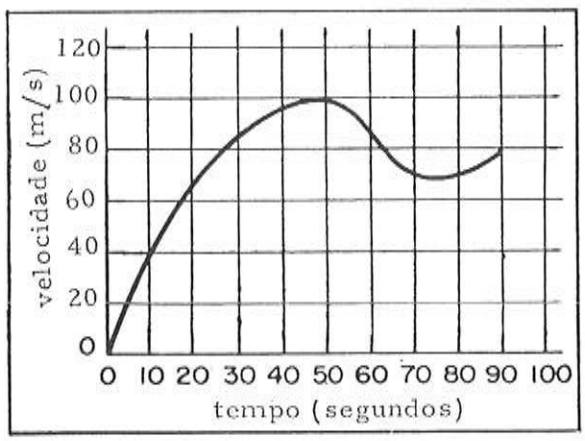
PROBLEMA 15

Um carro que vai a 20 km/h, acelera para 60 km/h em 6,0 segundos. Qual é a aceleração média ao longo da estrada?

O carro, ao variar sua velocidade de 20 km/h para 60 km/h, aumenta sua velocidade 40 km/h em 6,0 segundos. Portanto, varia sua velocidade a uma razão de 40 km/h ÷ 6 segundos = 6,7 quilômetros por hora, por segundo. Sua aceleração é, então, *6,7 quilômetros por hora, por segundo.*

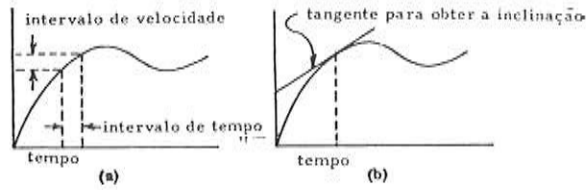
PROBLEMA 16

A partir do gráfico da VELOCIDADE em função do TEMPO, para um carro, apresentado na Fig. 5-34, deduza o gráfico da *aceleração* em função do TEMPO.

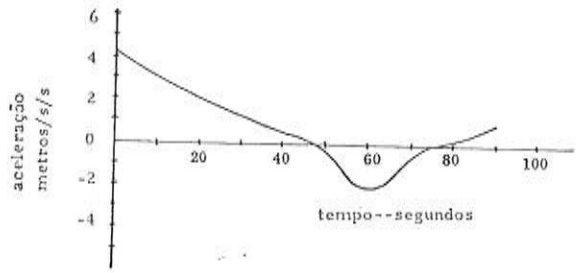


Neste problema e no seguinte, aplicam-se os conceitos fundamentais dêste capítulo.

Para construir o gráfico aceleração-tempo, você deve tomar a inclinação do gráfico velocidade-tempo, em diversos lugares. Essa é uma boa oportunidade para rever o método do intervalo no gráfico, comparando-o com o método da tangente, para o cálculo de inclinações. Assim, o método (a) pode ser usado, depois, o método (b).



O gráfico resultante da aceleração-tempo está mostrado abaixo. Observe a aceleração negativa, enquanto o carro diminui de velocidade.

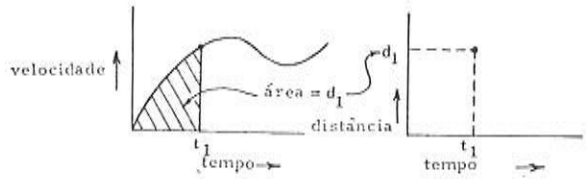


PROBLEMA 17

Faça um gráfico da DISTÂNCIA percorrida em função do TEMPO, para o carro do Problema 16.

Neste problema e no anterior, aplicam-se os conceitos fundamentais dêste capítulo.

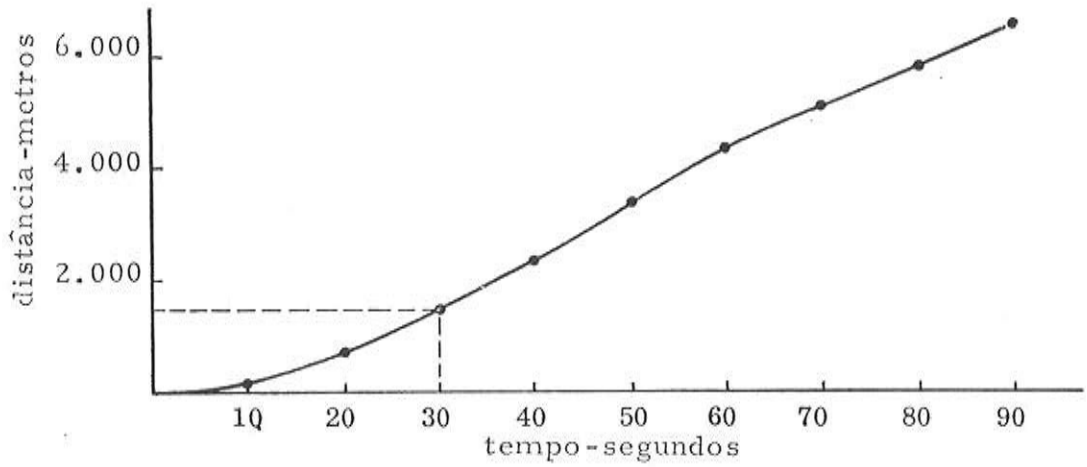
A distância percorrida em qualquer instante particular t_1 é calculada, tomando-se a área sob a curva, até êsse instante. O ponto pode ser então marcado no gráfico distância-tempo. Isto deve ser repetido para diferentes tempos.



Por exemplo, como cada quadrado grande, no gráfico da Figura 5-34, representa 10 segundos X 20 m/s = 200 metros, a distância percorrida, após 30 segundos, é cêrca de 7,5

"quadrados" ou 1 500 metros. Isso dá um ponto no gráfico abaixo. Outros pontos são obtidos, de modo análogo.

Como a velocidade ao longo da estrada nunca foi *negativa*, a distância aumenta constantemente. O resultado final é



É interessante verificar se, tomando a inclinação dessa curva, os alunos podem obter novamente a curva original. É fácil ver que o resultado não será muito preciso.

PROBLEMA 18

Um trenó tem uma aceleração constante de 2,0 m/s², e parte do repouso.

(a) Que velocidade tem após 5,0 segundos?

(b) Que distância percorreu em 5,0 segundos?

(c) Qual é sua velocidade média durante os primeiros 5,0 segundos?

(d) Que distância percorreu até o instante em que sua velocidade atinge 40 m/s?

a) $v = a\ (t_f - t_i)$

$$v = 2\ \frac{m}{s^2}\ X\ (5 - 0)\ s = 10\ m/s$$

b) $d = \frac{1}{2}\ a\ (t_f - t_i)^2 + v_i\ (t_f - t_i) = \frac{1}{2}\ X$ $2\ X\ 5^2 + 0 = 25\ m$

c) Sua velocidade média é a distância percorrida, dividida pelo tempo, ou seja, 25/5 = 5 m/s. Observe que isso é sòmente a metade da velocidade, no final do intervalo de 5 segundos — um resultado geral para uma aceleração constante, a partir do repouso.

d) Durante o tempo em que o trenó está acelerando até 40 m/s, sua velocidade média é 20 m/s. Mas, 40 m/s = 2 m/s² X t, ou seja, t = 20 segundos. Percorreu, então, 20 segundos X 20 m/s = 400 metros. Mais diretamente:

$$v = at + v_i$$

$$40 = 2t + 0;\ t = 20\ \text{segundos}$$

$$d = \frac{1}{2}\ a\ (t_f - t_i)^2 + v_i\ (t_f - t_i) =$$

$$= \frac{1}{2}\ a\ t^2 + 0 = \frac{1}{2}\ X\ 2\ X\ 20^2 =$$

400 metros.

PROBLEMA 19

Um carro, que se move inicialmente com velocidade constante, acelera à razão de 1,0 m/s² durante um período de 12 segundos. Se o carro percorreu 190 metros durante êstes

12 segundos, qual era a velocidade do carro quando começou a acelerar?

$a = 1\ m/s^2$, $t_f - t_i = 12\ s$, $d = 190$ metros

$$d = \frac{1}{2} a (t_f - t_i)^2 + v_i (t_f - t_i)$$

$$190 = \frac{1}{2} \times 1 \times 12^2 + v_i \times 12$$

$190 = 72 + 12\ v_i$; $v_i = 9{,}8$ metros/s.

PROBLEMA 20

Uma bola, partindo do repouso, rola com aceleração uniforme por um plano inclinado de 216 cm de comprimento. Uma fotografia de flash-múltiplo mostra que a bola levou 1,2s para percorrer esta distância.

(a) Qual era a aceleração?

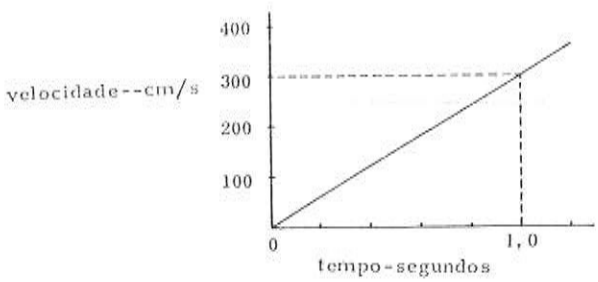
(b) Represente gràficamente a velocidade da bola em função do tempo.

Como $d = 216$ cm, e $t_f - t_i = 1{,}2s$

a) $$d = \frac{1}{2} a (t_f - t_i)^2$$

$$216\ cm = \frac{a}{2} \times 1{,}44s^2;\ a = 300\ cm/s^2.$$

b) $v = at$, logo, o gráfico velocidade--tempo é uma reta, passando pela origem com uma inclinação de 300 cm/s².



PROBLEMA 21

Suponha que o trem expresso, mencionado no início dêste capítulo, freie com aceleração uniforme.

(a) Quanto tempo leva para parar?

(b) Qual é a aceleração ao longo da trajetória, durante a freiagem?

(c) Represente gràficamente a posição de cada trem em função do tempo num mesmo gráfico, e determine, por meio dêle, se há ou não colisão.

a) $$d = v_i t + \frac{1}{2} a t^2,$$

variação de velocidade $= 0 - v_i = at$;

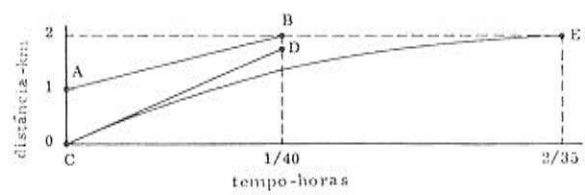
$$a = -\frac{v_i}{t},$$

$$\text{logo, } d = v_i t + \frac{1}{2}\left(-\frac{v_i}{t}\right) t^2 = \frac{1}{2} v_i t$$

$$2\ km = \frac{1}{2} \times 70\ km/h \times t;\ t = \frac{2}{35}\ h.$$

b) $$a = -\frac{70\ km/h}{\frac{2}{35}\ h} = -1\,225\ km/h^2.$$

c) A freiagem lenta é mais cômoda. No instante $t = 0$, êle está 1 quilômetro atrás do trem de carga, no ponto A. O trem de carga tem uma velocidade uniforme, ao longo do percurso, de 40 km/h e, portanto, percorrerá 1 quilômetro em 1/40 hora até o ponto B. Como o expresso pára em dois quilômetros, não precisamos ir além de dois quilômetros, no nosso gráfico.



Se o expresso fôsse com uma velocidade constante de 70 km/h, teria de seguir a linha CD. Representando isto no mesmo gráfico, ver-se-á que mesmo se o expresso não diminuisse a marcha, os trens não se chocariam dentro de dois quilômetros, onde êle pode ser freiado. Os trens não colidem.

No entanto, para marcar a posição real do expresso, observamos que

$$d = \frac{1}{2} a t^2 + v_i t$$

$$= -\frac{1\,225}{2} t^2 + 70 t.$$

Essa curva é mostrada por CE.

PROBLEMA 22

Um automóvel, partindo do repouso, aumenta sua velocidade (acelera) uniformemente, durante 10 segundos.

Sua velocidade, ao fim de 5,0 segundos, é 48 km/h.

(a) Qual é a aceleração?

(b) Qual será sua velocidade após 10 segundos?

(c) Que distância percorrerá em 10 segundos?

(d) Que distância percorrerá durante o oitavo segundo?

(e) Deduza uma equação para determinar a distância percorrida por um corpo durante o n-ésimo segundo, partindo do repouso e acelerando uniformemente (n= 1, 2, 3, etc.).

a) A aceleração ao longo da trajetória é dada pela variação da velocidade, dividida pelo intervalo de tempo:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{48 \text{ km/h} - 0}{5 \text{ s} - 0} =$$

$$= 9{,}6 \frac{\text{km}}{\text{h} \times \text{s}}.$$

b) $v_f - v_i = a\,(t_f - t_i)$

$v_f - 0 = 9{,}6\ (10 - 0)$; $v_f = 96$ km/h.

Pode-se também usar

$v_f - 48 = 9{,}6\ (10 - 5) = 48$; $v_f = 96$ km/h.

Naturalmente, será interessante salientar que isto é o que se entende por aceleração constante: Se um carro aumenta sua velocidade de 48 km/s em 5 segundos, também aumentará sua velocidade de 48 km/s nos próximos 5 segundos.

c) Para esta parte do problema, é útil ter as acelerações e as velocidades em unidades coerentes, isto é, metros/s. Assim:

$a = 9{,}6$ km/h/s. 1 h = 3 600 s. 1 km = 1 000 m.

$$a = 9{,}6 \frac{\text{km}}{\text{h.s}} \times \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{8}{3} \text{ m/s}^2.$$

Portanto, $d = \frac{1}{2} a\,(t_f - t_i)^2 + v_i\,(t_f - t_i)$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \text{ m/s}^2\ (10\text{s} - 0\text{s})^2 + 0\ (10\text{s} - 0\text{s})$$

$$-\frac{800}{6} \text{ m} = 133 \frac{1}{3} \text{ m} = 0{,}13 \text{ km}.$$

d) Há, pelo menos, dois modos de determinar essa distância.

1. $d = \frac{1}{2} a\,(t_f - t_i)^2 + v_i\,(t_f - t_i)$; e $v_f = a\,(t_f - t_i)$.

Sendo $t_f = 8$ s; $t_i = 7$ s, na primeira fórmula, temos:

$$d = \frac{1}{2} a\,(1 \text{ s})^2 + v_7\,(1 \text{ s})$$

Mas v_7 é a velocidade aos 7 segundos e é dada pela segunda fórmula.

$$v_7 = a\,(7 \text{ s} - 0) = 7 \text{ s} \times a.$$

Portanto,

$$d = \frac{1}{2} a\,(1 \text{ s})^2 + (7 \text{ s} \times a)\,(1 \text{ s}) =$$

$$= \frac{15}{2} \text{ a } (1 \text{ s})^2 = \frac{15}{2}\left(\frac{8}{3} \text{ m/s}^2\right) \times$$

$\times$ 1 s^2 = 20 metros.

2. Calcule d aos 7 segundos e d aos 8 segundos, e subtraia um do outro.

$$d_8 = \frac{1}{2} \text{ a } (8\text{s} - 0)^2 + 0; \; d_7 = \frac{1}{2} \text{ a } (7\text{s} - 0)^2$$

$$\triangle d = d_8 - d_7 = \frac{1}{2} \text{ a } (64\text{s}^2 - 49\text{s}^2)$$

$$= \left(\frac{15}{2} \text{ s}^2\right) \text{a} = \left(\frac{15}{2} \text{ s}^2\right)\left(\frac{8}{3} \text{ m/s}^2\right) =$$

= 20 metros.

e) A equação pode ser deduzida, como uma generalização da parte (d).

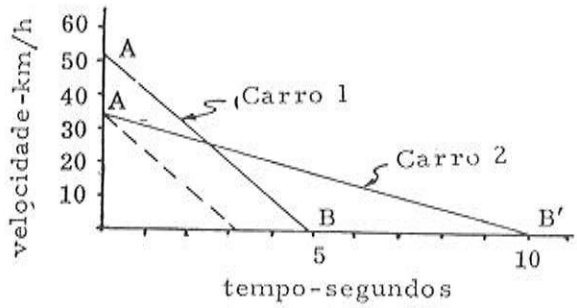
$$\triangle d = \frac{1}{2} \text{ a } (\text{n seg})^2 - \frac{1}{2} \text{ a } [(\text{n} - 1) \text{ seg}]^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \text{ a } (2\text{n} - 1) \text{ seg}^2 = (\text{n} - \frac{1}{2}) \text{ a seg}^2.$$

PROBLEMA 23

Um motorista de um carro que vai a 52 km/h freia, desacelera uniformemente, e pára em 5 segundos. Outro motorista, que vai a 34 km/h, freia mais suavemente, e pára em 10 segundos. Represente, no mesmo gráfico, a velocidade em função do tempo, para cada um dos dois carros. (a) Qual dos dois carros percorreu maior distância, depois de freiado? (b) Adicione uma linha ao gráfico, que represente o segundo carro desacelerando na mesma razão do primeiro. Quanto tempo leva o carro para parar, nesta razão de desaceleração?

Um gráfico velocidade-tempo, para a aceleração uniforme, é simplesmente uma reta cuja inclinação é a própria aceleração. Certifique-se de que os alunos entendem que êsses gráficos podem ser construídos, sabendo-se que os carros partem com uma certa velocidade, no instante zero — ponto A — e têm velocidade zero, no instante final — ponto B. O gráfico é obtido, unindo-se êsses pontos por uma reta.



a) Cada um dos carros percorre uma distância que é dada pela área sob sua curva. As áreas são tão aproximadamente iguais, que uma simples inspeção não é, provàvelmente, digna de confiança. Mas (1/2) $\times$ 52 $\times$ 5 = área 1, e (1/2) $\times$ 34 $\times$ 10 = área 2. Estas "áreas" têm, como unidade peculiar, o quilômetro segundo por hora, isto é, em unidades de 1/3 600 de um quilômetro. Têm, portanto, as *mesmas* unidades e podem ser comparadas.

1/2 $\times$ 52 $\times$ 5 = 130 é menor do que (1/2) $\times$ 34 $\times$ 10 = 170, logo, o Carro 2, que começou com 34 km/h, percorreu maior distância.

b) "Desaceleração à mesma razão" indica inclinações iguais. A linha pontilhada mostra o Carro 2 desacelerando, à mesma razão que o Carro 1. A inspeção do gráfico mostra que pára em, aproximadamente, 3,3 segundos [mais exatamente (34/52) $\times$ 5 segundos].

PROBLEMA 24

Um carro se move ao longo de uma estrada a 30 km/h. O motorista, então, "pisa na tábua", e acelera uniformemente, até atingir 60 km/h em 10 segundos.

(a) Qual foi a aceleração durante êste intervalo de 10 segundos?

(b) Que distância percorreu o carro durante êstes 10 segundos?

É um problema de aplicação de "fórmula", com aceleração constante. Pode, porém, ser feito, sem usar fórmulas.

a) O carro passou de 30 a 60 km/h, em 10 segundos. Variou sua velocidade de 30 km/h, em 10 segundos e, portanto, a aceleração é de *3,0 km/h/s.*

b) Para aplicar as fórmulas, é mais seguro empregar unidades de tempo coerentes.

$$a = 3\ \frac{\text{quilômetros}}{\text{hora segundo}} = 3\ \frac{\text{quilômetros}}{3\,600 \text{ segundos-s}} =$$

$$= \frac{3}{3\,600}\ \text{km/s}^2.$$

$$v_i = 30\ \frac{\text{quilômetros}}{\text{hora}} = \frac{30}{3\,600}\ \text{km/s}.$$

$$d = \frac{1}{2}\ a\ (t_f - t_i)^2 + v_i\ (t_f - t_i) =$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{3\,600}\ 10^2 + \frac{30}{3\,600}\ 10$$

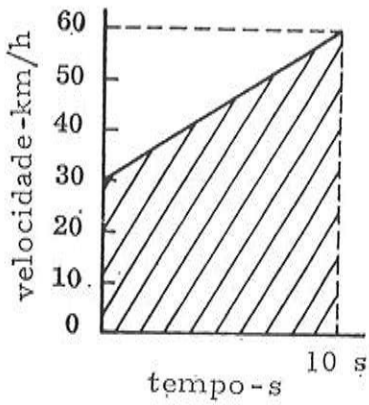
$$= \frac{1}{8}\ \text{quilômetro}.$$

Por outro lado, se o aluno lembrar-se de que a distância, percorrida durante um certo intervalo de tempo em que a *aceleração é uniforme,* é exatamente o tempo multiplicado pela média das velocidades inicial e final, obteremos:

$$d = 10\ \text{s} \times \frac{(60 + 30)\text{km/h}}{2} \times \frac{1\ \text{h}}{3\,600\ \text{s}} =$$

$$\frac{1}{8}\ \text{quilômetro}.$$

Você pode mostrar isso, com o auxílio de um gráfico.



PROBLEMA 25

Um foguete, que colocou um satélite em órbita, alcançou uma velocidade de $2{,}90 \times 10^4$ km/h em 2,05 minutos.

(a) Qual era a aceleração média em km/h.s? Em m/s²?

(b) Se o foguete tivesse combustível suficiente para manter a mesma razão de aceleração durante uma hora, que velocidade teria ao fim da hora, partindo do repouso?

(c) Que distância percorreria durante esta hora?

a) A aceleração média é a variação de velocidade, dividida pelo tempo em que ocorreu a variação.

$$a = \frac{29 \times 10^3\ \text{km/h}}{2{,}05 \times 60\ \text{s}} = 236\ \text{km/h/s};$$

$$236\ \frac{\text{km}}{\text{h.s}} = 236 \times \frac{1\,000\ \text{m}}{3\,600\ \text{s.s}} = 65{,}5\ \text{m/s}^2.$$

$$\text{b)}\quad v = at = 236\ \frac{\text{km}}{\text{h s}} \times 3\,600\ \text{s} =$$

$$= 8{,}5 \times 10^5 \text{km/h},$$

$$\text{ou, } 236\ \frac{\text{km}}{\text{h.s}} \times 1\ \text{h} = 236\ \textit{km/s}.$$

$$\text{c)}\quad d = \frac{1}{2}\ at^2 = \frac{1}{2} \times 65{,}5 \times 3\,600^2 =$$

$$= 4{,}24 \times 10^8\ \textit{metros},$$

$$\text{ou, } \frac{1}{2} \times 236 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times 3\,600\ s = 4{,}24 \times 10^5\ km.$$

Esta é, aproximadamente, a distância até a Lua.

Êste problema despreza o efeito da gravidade. Se um aluno perguntar: "E a gravidade?", agora seria uma boa ocasião para dar destaque à diferença entre cinemática e dinâmica. A cinemática está sòmente relacionada com a *descrição* do movimento do foguete, não com *o por que* do foguete acelerar dêsse modo. Seria necessário combustível, para vencer a gravidade, bem como para acelerar o foguete. Seria muito difícil fazer um foguete que pudesse, na realidade, acelerar uniformemente, sem levar em consideração se a gravidade está ou não agindo. Aqui, *supomos* que o foguete esteja acelerando uniformemente!

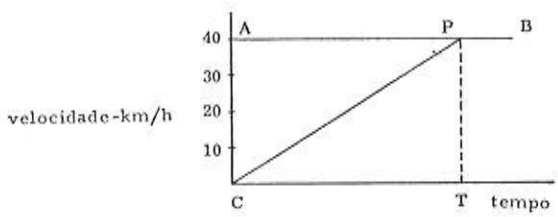
PROBLEMA 26

Faça o gráfico velocidade-tempo de um carro que se move com uma velocidade uniforme de 40 km/h. Represente, no mesmo gráfico, a velocidade em função do tempo para um segundo carro, que parte do repouso e acelera uniformemente até uma velocidade máxima de 40 km/h.

(a) Que relação encontra você entre as distâncias percorridas pelos dois carros durante o tempo em que o segundo carro está acelerando?

(b) Seria válida esta relação, se você escolhesse uma aceleração diferente para o segundo carro?

(c) Pode você provar isto matemàticamente?



Alguns alunos podem encontrar dificuldade ao construir a curva simples mostrada acima, uma vez que não têm a aceleração do segundo carro, ou o tempo que leva para alcançar 40 km/h. É esta a questão do problema; é possível com qualquer aceleração uniforme.

a) A distância percorrida pelo primeiro carro é a área do retângulo APTC, enquanto a distância percorrida pelo segundo é a área do triângulo CPT. Evidentemente, o primeiro carro percorre o dôbro da distância do segundo, no tempo T.

b) Como não escolhemos uma aceleração em particular para o nosso gráfico, a mesma relação é válida, para qualquer aceleração.

c) A prova antecedente é realmente bem rigorosa, mas alguns alunos preferirão demonstrá-la algèbricamente. Se tal fôr o caso, dever-se-á salientar que, se usarem as fórmulas desenvolvidas no texto para a aceleração uniforme, a fim de provar essa afirmação, andarão em círculo, uma vez que tais fórmulas foram deduzidas de considerações gráficas. Contudo,

$$d_1 = vt$$

$$d_2 = \frac{1}{2} at^2 + v_i t = \frac{1}{2} at^2 + 0,$$

como $v_i = 0$. Mas $a = \frac{v}{t}$, logo,

$$d_2 = \frac{1}{2} \frac{v}{t} t^2 = \frac{1}{2} vt.$$

Finalmente, $d_1 = 2d_2$.

PROBLEMA 27

Um trenó de teste de foguete é acelerado ao longo de uma pista durante 10s, com uma aceleração de 100 m/s². Êle, então, se move sem aceleração durante 5,0s, após o que se move com uma aceleração de — 150 m/s² até parar.

(a) Qual é a velocidade máxima do trenó?

(b) Quanto tempo leva o trenó para parar, a partir do instante em que começa a desacelerar?

(c) Que distância percorre durante os primeiros 10s? Durante o período de desaceleração? Durante o percurso total?

(d) Faça um gráfico da aceleração do trenó em função do tempo. Determine a "área" limitada pelo gráfico, durante os primeiros 10s. Como se compara esta "área" com a velocidade máxima do trenó?

(e) Demonstre que a variação de velocidade de um corpo durante um intervalo de tempo qualquer é igual à "área" limitada pelo gráfico aceleração-tempo, para o mesmo intervalo.

Este é um problema gráfico sôbre aceleração, em que o aluno é levado à conclusão de que a velocidade de um objeto é dada pela área abaixo da curva do gráfico aceleração-tempo.

a) $v = at$ para um objeto uniformemente acelerado, que parte do repouso.

$$v = 100\ m/s^2 \times 10s = 1\,000\ m/s.$$

b) $v_f = v_i + at$, e $t = \dfrac{v_f - v_i}{a}$; $t = \dfrac{0 - 1\,000\ m/s.}{-150\ m/s^2}$, $t = 6{,}67\ s.$

c) $d = \dfrac{1}{2}\,at^2$ durante os primeiros 10 segundos, enquanto o trenó está uniformemente acelerado.

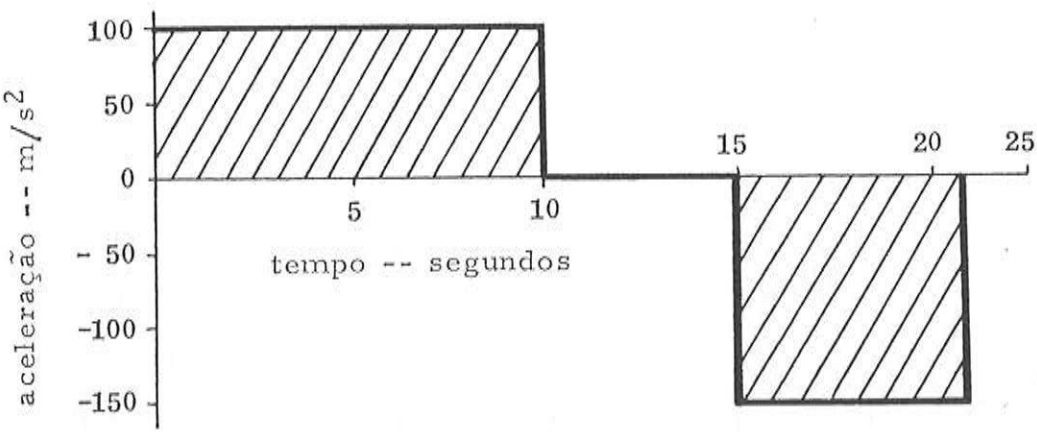
$$d = \frac{1}{2}\,100\ m/s^2 \times (10s)^2 = 5\,000\ \text{metros} = 5{,}0\ km$$

Durante o período final de desaceleração,

$$d = v_o\,t + \frac{1}{2}\,at^2 = 1\,000\ m/s \times 6\frac{2}{3}\ s - \frac{1}{2}\,150\ m/s^2 \left(6\frac{2}{3}\right)^2 s^2 = 6{,}666\ m - 3{,}333\ m = 3{,}333\ \text{metros} = 3{,}3\ km.$$

O percurso total é 5,0 + 5,0 + 3,3 = 13,3 km.

d)

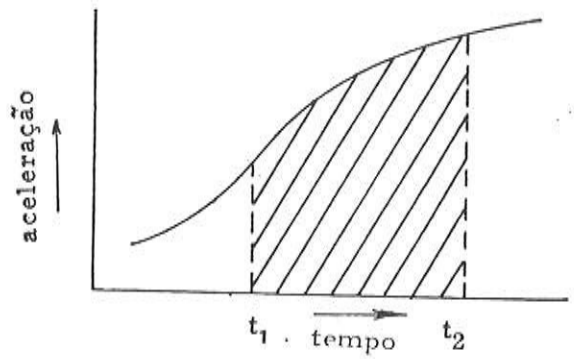


A "área" sob a curva, nos primeiros 10 segundos, é

$$100\ m/s^2 \times 10s = 1\,000\ m/s$$

que é a mesma que a velocidade do trenó, após a aceleração de 10 segundos.

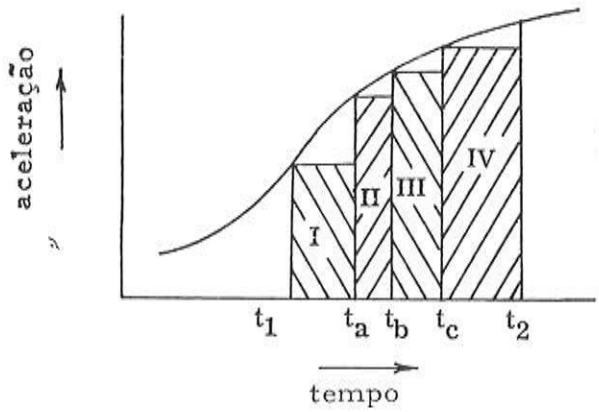
e) Suponha que tenhamos um gráfico aceleração-tempo, como o mostrado abaixo. A afirmação é de que a velocidade no instante t_2, menos a velocidade no instante t_1, é igual à área sombreada sob a curva.



Para provar essa proposição, proceda exatamente como o texto, ao mostrar que a área sob a curva de velocidade entre dois instantes é a distância percorrida entre êsses instantes. Note que a "distância percorrida" é exatamente outro modo de dizer "variação de posição".

A primeira parte de (d) deve ter convencido os alunos de que, se a aceleração fôr constante, a variação de velocidade será a área sob a curva da aceleração. Considere um objeto tendo sucessivas acelerações constantes, de tal modo que sempre esteja acelerado *menos* do que o objeto em questão. Evidentemente,

$v_a - v_1 \cong$ área I;
$v_b - v_a \cong$ área II;
$v_c - v_b \cong$ área III;
$v_2 - v_c \cong$ área IV;



A área total sob a curva em forma de degrau é:

área I + área II + área III + área IV $\cong v_a - v_1 + v_b - v_a + v_c - v_b + v_2 - v_c \cong v_2 - v_1$.

Considerando mais e mais intervalos, a área sob a curva em forma de degrau pode tornar-se igual à área sob a curva real e a área, então, é a variação de velocidade. Nota: é a *variação* de velocidade, não a *velocidade*. Do modo como foi apresentado aqui, o argumento é mais simplificado e menos rigoroso do que o dado, no texto, para o gráfico velocidade-tempo.

PROBLEMA 28

Reveja o capítulo e relacione todos os lugares nos quais a discussão deve ser limitada a movimentos retilíneos — todos os lugares nos quais não se ajustaria igualmente bem o movimento ao longo de uma trajetória curva.

Esta pergunta é difícil de se responder exatamente. Pretende provocar a imaginação, para introduzir o próximo capítulo, muito mais do que um teste da compreensão do presente capítulo.

Uma leitura do capítulo, feita com cuidado, mostrará que os autôres tiveram o cuidado de falar sempre sôbre um movimento ao longo de uma trajetória particular. Alguns alunos talvez pensem que uma trajetória em linha reta foi admitida. Tal não foi o caso. Tôdas as distâncias poderiam ter sido medidas ao longo de uma estrada sinuosa, e tôdas as velocidades poderiam ser medidas em quilômetros (ao longo da estrada) por hora. Mesmo no caso da aceleração, o texto diz aceleração *ao longo de uma trajetória*. Se a trajetória é sinuosa, a *aceleração ao longo de uma trajetória* não é a *única* aceleração, mas, não obstante, é calculada como definida neste capítulo.

A resposta correta para esta pergunta deve ser a de que não há ponto onde êste capítulo esteja limitado ao movimento em linha reta. Veremos, no próximo capítulo, que as fórmulas deduzidas neste capítulo tomarão um novo significado, para o movimento curvelíneo.

PROBLEMA 29

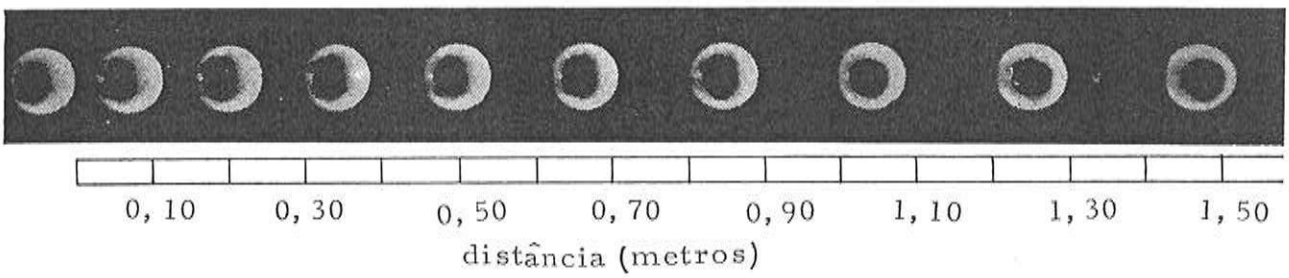
A Fig. 5-35 é uma fotografia de flash-múltiplo de uma bola em movimento, tirada em in-

tervalos de 1/30 s. A bola se move da esquerda para a direita, e o ponto zero da escala se alinha com o extremo direito da posição inicial da bola.

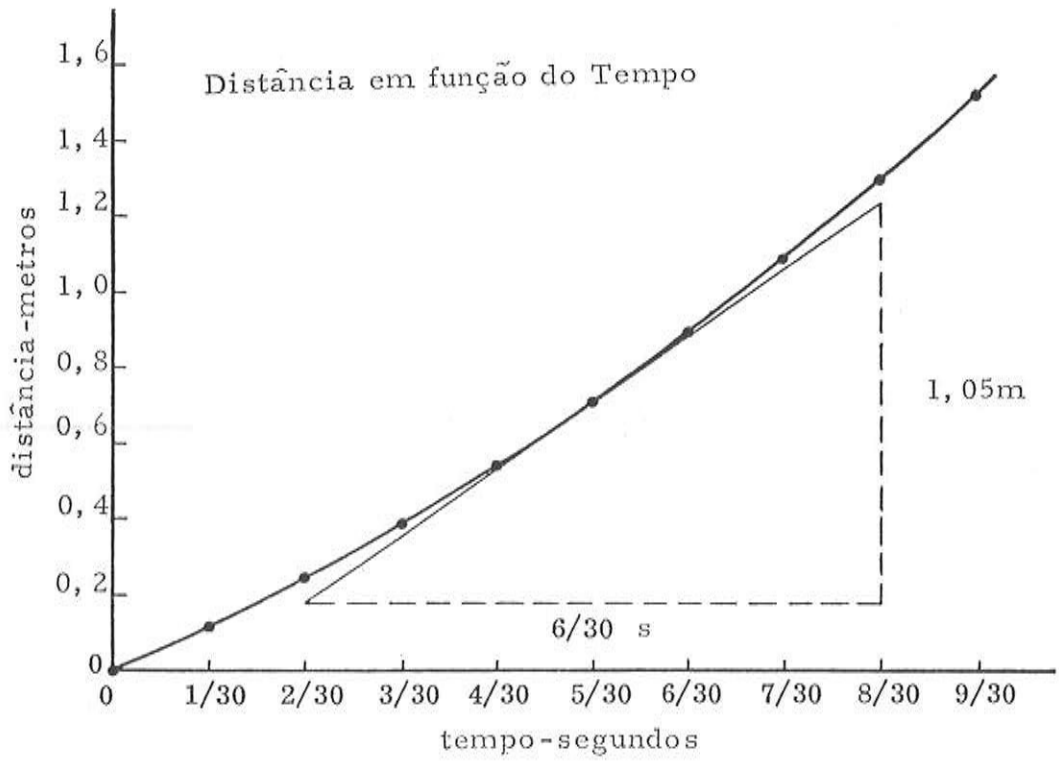
(a) Meça a distância a partir do ponto zero para cada posição da bola, e faça um gráfico da distância em função do tempo para descrever êste movimento.

(b) A partir de seu gráfico em (a), construa um gráfico velocidade-tempo.

(c) Que lhe diz o gráfico velocidade-tempo sôbre a aceleração da bola móvel?



a) O gráfico distância-tempo é mostrado abaixo.



b) O gráfico velocidade em função do tempo pode ser construído, pelo menos, de dois modos. O primeiro é medir a inclinação do gráfico distância-tempo, em vários instantes. É mostrada uma medida como exemplo para t = 5/30 segundos. Isto resulta numa inclinação de

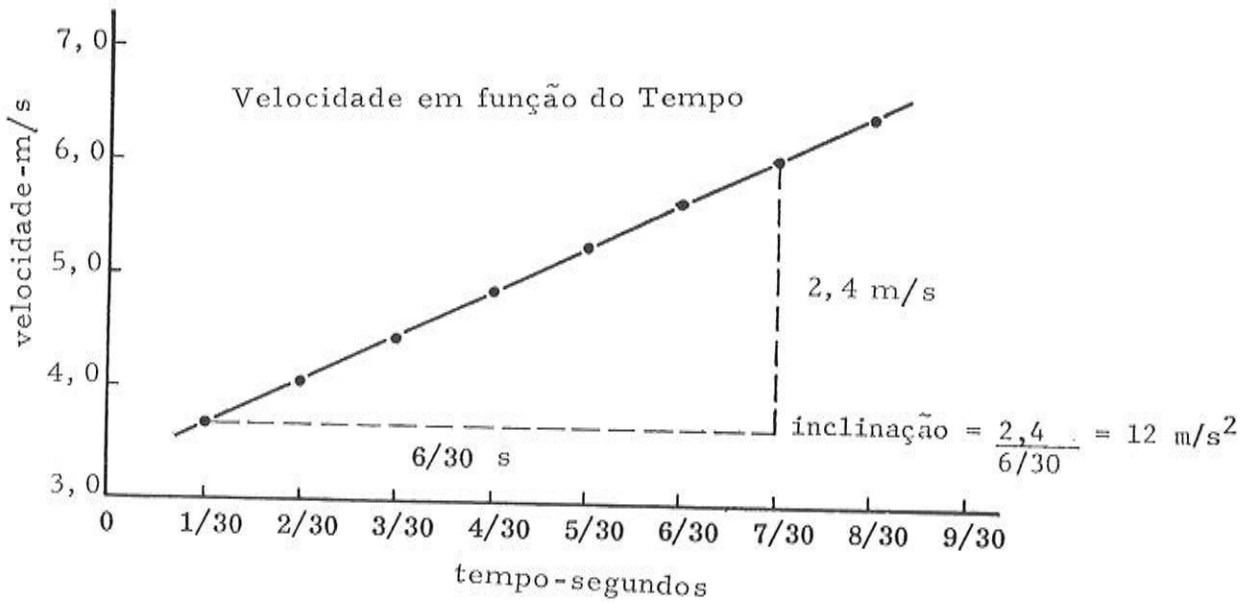
$$1{,}05 \text{ m} \div 6/30 \text{ s} = 5{,}25 \text{ m/s}.$$

Êste valor é marcado no gráfico abaixo. Note que a inclinação da tangente está muito próxima à inclinação da curva entre os pontos 4/30 s e 6/30 s. Isso nos fornece um segundo método para encontrar a velocidade a 5/30 s.

$$\text{velocidade a } 5/30 \text{ s} = \frac{\text{distância percorrida de } 4/30 \text{ a } 6/30 \text{ s}}{2/30 \text{ s}} =$$

$$= \frac{0{,}89 \text{ m} - 0{,}54 \text{ m}}{2/30 \text{ s}} = 5{,}25 \text{ m/s}.$$

O gráfico todo da velocidade em função do tempo, achado por êste segundo método, é mostrado abaixo.



c) Os pontos do gráfico velocidade-tempo espalham-se ligeiramente, como é mostrado. No entanto, a dispersão em relação à reta é, provàvelmente, devida à dificuldade de medir, e parece ser ao acaso. Portanto, concluímos que a velocidade aumenta uniformemente com o tempo. A aceleração é constante e é de *12 m/s²*, medida a partir da inclinação.

CAPÍTULO 6

VETORES

A cinemática do movimento unidimensional (Capítulo 5) é estendida, neste capítulo, ao movimento no espaço. Com esta finalidade, o capítulo introduz grandezas vetoriais. O capítulo apresenta naturalmente três partes: 1) a natureza das grandezas vetoriais e a álgebra vetorial; 2) vetor aceleração; e 3) a discussão de sistemas de referência e a distinção entre Cinemática e Dinâmica.

Êste capítulo inclui idéias básicas importantes e deve ser dado completamente, através de discussão em classe e resolução de problemas.

RESUMO DO CAPÍTULO

Seções de 1 a 4. Os vetores são introduzidos, tomando-se por base deslocamentos e o desenvolvimento de regras para a soma e a subtração gráfica de grandezas vetoriais. O vetor velocidade é introduzido e alguns problemas simples de navegação são discutidos. O tratamento algébrico de problemas de vetor é considerado em têrmos das componentes de vetores e o resultado da multiplicação de vetores por escalares.

Seções 5 e 6. O conceito de vetor aceleração é introduzido, como uma medida da variação em (vetor) velocidade com o tempo. Uma aceleração existe, sempre que a velocidade mudar ou em grandeza ou em direção. Dois tipos de movimentos são considerados: vetor aceleração constante e variável.

Seções de 7 a 9. As descrições cinemáticas dependem da escolha de um sistema de referência, e um movimento particular pode, freqüentemente, ser descrito de uma maneira mais simples, escolhendo-se apropriadamente um sistema de referência. Chama-se a atenção para o fato de que a cinemática não diz porque os objetos se movem do modo como o fazem, e que a cinemática newtoniana, apesar de valer dentro de um grande intervalo, falha para objetos que se movem com velocidades próximas à velocidade da luz.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 6

Êste capítulo, como o precedente, é sumamente importante. Embora as Seções de 1 a 6 devam ser dadas completamente, muitos dos conceitos importantes serão novamente encontrados na Parte III.

Alguns professôres acharão que a consideração dos aspectos cinemáticos, do movimento circular, aqui, e os aspectos dinâmicos, na Parte III, é uma divisão artificial. Esta escolha foi feita: a) porque é lógico combinar as medidas de espaço e tempo na cinemática, b) para evitar um tratamento analítico demasiadamente longo, na Parte III, e c) porque muitos professôres acham que a revisão natural, dada em dinâmica, torna tal divisão eficiente. Considera-se que a cinemática do movimento circular, neste ponto, realça o fato de que a velocidade constante nem sempre implica na aceleração zero.

Ainda que você pretenda conseguir uma boa compreensão de vetores, deve lembrar-se de que a Parte III contribuirá para isso. Evite aprofundar-se em detalhes excessivos, neste ponto.

A tabela seguinte sugere possíveis planejamentos para êste capítulo, de acôrdo com os planejamentos feitos na seção introdutória, para a Parte I. As seções que estão entre colchêtes [ ] podem ser dadas mais ràpidamente, ou então, omitidas em discussão de classe, sem perda de continuidade. Embora estas seções possam ser dadas com menor ênfase, devem ser designadas como leitura para casa.

Tópico	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
	Período de aula	Período de Lab.	Exp.	Período de aula	Período de Lab.	Exp.
Secs. 1, 2, 3, 4	4	0	-	4	0	-
Secs. 5, 6	2	0	-	2	0	-
Secs. [7], [8], [9]	1	0	-	0	0	-

MATERIAIS RELATIVOS AO CAPÍTULO

Laboratório. Embora não haja experiência específica para o Capítulo 6, o período de laboratório pode ser usado com vantagem para um trabalho supervisionado de perto, no qual os alunos solucionam problemas de vetores, com régua e transferidor.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com o nível estimado de dificuldade e as seções a que se referem. Os que são apropriados para discussão em classe estão indicados. Problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*). As respostas dos problemas são dadas no CCL: respostas abreviadas na página 109; comentários detalhados e soluções nas páginas 110-123.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1	1, 2*, 3	4*, 5*, 6*, 7		4 e 5 juntos 2, 6, 7
2	8, 9*, 11*	10, 13*	12, 14*	9, 11, 14*
3	15, 16*, 18*, 19	17, 20*, 27*	21*	16*
4	8	10, 22*	23, 24	10
5, 6		26*	25*	25, 26*

Filme. Um filme sôbre cinemática vetorial está sendo preparado, mas não estava pronto, até o momento em que êste guia foi escrito.

"Vectors", pelo Dr. A. V. Baez. Êste filme mostra uma aula de demonstração sôbre vetores, para o nível ginasial. Elásticos de borracha são usados, para mostrar o vetor deslocamento em duas e três dimensões. Adição de vetores, multiplicação escalar de um vetor, e outros conceitos são introduzidos. Tempo de projeção: 28 minutos.

Demonstrações. Aparelhagem para uma demonstração sôbre vetor pode ser, de algum modo, útil para introduzir as idéias dêste capítulo. Muito mais importante é que os alunos aprendam a resolver problemas de vetores nas suas carteiras, com *lápis, régua* e *transferidor*. Um grande número de problemas vetoriais deve ser resolvido como exercício de classe, a fim de se adquirir um domínio das características vetoriais do movimento.

Seção 1 — Trajetos e Vetores; Adição e Subtração de Vetores

FINALIDADE. Estudar como se somam os deslocamentos, como uma introdução à adição e subtração de vetores.

CONTEÚDO a. Trajetos ao longo de uma linha são somados como números relativos.

b. Trajetos em duas dimensões somam-se geomètricamente.

c. Para a maioria das finalidades na Física, interessa-nos a distância e a direção de um deslocamento, sem levar em conta a sua origem.

d. Na subtração de vetores, $\vec{C} = \vec{A} - \vec{B}$ é definido de $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$.

e. Grandezas escalares são quantidades que se somam como números.

ÊNFASE. Trate do assunto completamente. Processos gráficos para a adição de vetores devem ser desenvolvidos, antes de procurar resolver as situações físicas mais complicadas, discutidas na Seção 2.

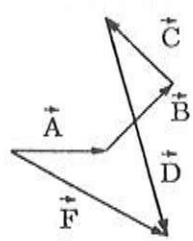
DESENVOLVIMENTO. De início, pode descrever aos alunos trajetos familiares entre pontos locais, como exemplos de quantidades que tenham módulo (distância) e direção. Em seguida, descreva um trajeto de duas ou três partes, e calcule o deslocamento resultante. Exemplo: Um trajeto de 64,2 km, aéreo, liga uma cidade A, a 3,0° norte de oeste, a uma cidade B. Um trajeto subseqüente de 70,1 quilômetros, numa direção de 32,5° sul de oeste, leva a uma cidade C. A distância total percorrida é 134 quilômetros. O deslocamento resultante é, no entanto, de 127 quilômetros, numa direção de 15,2° sul de oeste.

COMENTÁRIOS. É importante que os alunos construam vetores e efetuem adições de vetores gràficamente. Consegue-se, assim, uma boa precisão. Com o lápis bem apontado, uma boa régua e transferidor, dois vetores podem ser somados gràficamente, com uma precisão de 0,3% — melhor do que resolver trigonomètricamente, com uma régua de cálculo. O Problema 6 do CCL é dado especificamente, com essa finalidade. A insistência sôbre o bom equipamento e a construção em escala, feita com cuidado, conduz a uma real experiência em classe. Uma classe estava resolvendo problemas de escala, de uma maneira displicente, e achava a atividade um tanto enfadonha, embora estivessem trabalhando com assuntos nos quais necessitavam adquirir experiência. Tão logo a precisão e o cuidado foram exigidos, e a classe se pôs numa competição informal para os resultados mais precisos, adquiriu-se o interêsse e êste foi mantido.

Há outro ponto importante a respeito da construção em escala. De vez em quando, em trabalho de laboratório, os alunos registrarão ângulos e distâncias diretamente, como construções em escala. Após registrar dados no desenho, alguns alunos que estiverem acostumados com a trigonometria medirão no desenho, e voltarão ao cálculo trigonométrico. A precisão nunca será melhor do que a construção geométrica original! Na maioria dos casos, os cálculos podem ser levados a efeito de maneira mais fácil, continuando-se gràficamente.

Quando $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$, $\vec{AC}$ é chamado vetor *soma de* $\vec{AB}$ e $\vec{BC}$ (ou resultante). No início de suas discussões em classe, você talvez queira considerar alguns problemas que envolvam a soma de mais de dois vetores. O Problema 1, do CCL, é um exemplo. Ou pode pedir aos alunos que somem vetores, como os que estão mostrados abaixo.





(Os vetores podem ser dados por meio de um segmento orientado, como mostra a figura, ou pela especificação do comprimento e direção.) Cada vetor é movido paralelamente a si mesmo, de modo que sua origem esteja na ponta do vetor precedente. Note que o vetor soma é independente da ordem de adição. Assim:

$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{F}$$
$$\vec{B} + \vec{A} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{F}$$
$$\vec{D} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{A} = \vec{F}, \text{ etc.}$$

Sugira que os alunos verifiquem a independência da ordem. Diferentes alunos podem levar a efeito a adição, numa ordem diferente. Outro exemplo:

$\vec{A}$ = 10 quilômetros leste

$\vec{B}$ = 5 quilômetros sul

$\vec{C}$ = 10 quilômetros, 30° oeste de norte

$\vec{D}$ = 5 quilômetros norte

$\vec{E}$ = 10 quilômetros, 30° oeste de sul

Tais problemas (em que a soma é zero) constituem uma boa introdução às idéias do oposto (ou negativo) de um vetor e para subtrações de vetores.

Deslocamento e trajeto: Um trajeto de Londres a Paris geralmente não é considerado como sendo o mesmo que um trajeto de Buffalo a Baltimore, embora tenham, aproximadamente, a mesma direção e distância. Se dois lápis estiverem em pontos diferentes, sôbre uma carteira, e cada um se mover 1 metro para nordeste, os dois não farão exatamente os *mesmos trajetos*, mas *algo* será certamente o mesmo. Os lápis efetuarão o *mesmo deslocamento*.

Os vetores, como usados normalmente pelos físicos, são como *deslocamentos;* são considerados iguais, se têm o mesmo módulo e direção. Entretanto, não faz diferença para onde o vetor é deslocado, se se mantém paralelamente a si mesmo.

Como recreação, há uma velha charada sôbre o caçador que percorreu 10 quilômetros ao sul de seu acampamento, 10 quilômetros a oeste, e finalmente, voltou ao acampamento, com um trajeto de 10 quilômetros ao norte. Depois, êle matou um urso. Qual é a côr do urso? Resposta: branco, porque o homem deve estar acampado no Polo Norte. (Se a classe concordar, esta é uma boa oportunidade para abandonar a pergunta. No entanto, há uma extensão do problema que algum aluno pode conhecer ou pensar a respeito. Do mesmo modo que, partindo do Polo Norte, êle poderia ter partido de qualquer lugar sôbre um círculo de latitude 10 quilômetros, ao norte de um círculo perto do Polo Sul, que tem a circunferência de 10 quilômetros! Depois, o percurso de 10 quilômetros a oeste do caçador leva-o uma vez em volta dêste círculo de mesma latitude, e êle retorna ao norte, ao seu ponto de partida). (Se você chegar até êsse ponto, algum aluno pode argumentar que o caçador também poderia partir de um ponto, no círculo de latitude, que está 10 quilômetros ao norte de qualquer círculo de latitude, cuja circunferência seja $\frac{10 \text{ km}}{n}$ onde n é um número inteiro ..... ad nauseam).

PRECAUÇÃO. É natural, nas discussões desta seção, formular problemas que envolvam percursos "de mapa", entre as cidades mais importantes do Brasil. Você poderá obter aqui resultados estranhos, se os percursos forem longos e você insistir num trabalho cuidadoso. Como a Terra é esférica, qualquer mapa plano introduzirá algumas distorções, e estas podem tornar tais problemas confusos. Você poderá evitar esta dificuldade, considerando tôdas as cidades dentro de cem quilômetros.

Seção 2 — Vetores Velocidade

FINALIDADE. Mostrar que a velocidade é uma grandeza vetorial, e ilustrar o uso de vetores velocidade para solucionar problemas de navegação.

CONTEÚDO a. A velocidade é um vetor.

b. A velocidade deve ser "relativa" a alguma coisa.

c. Adição de duas velocidades relativas.

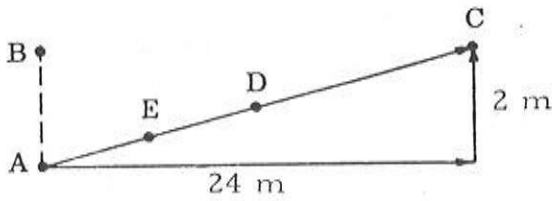
d. Traçado de curso: exercício de vetores.

ÊNFASE. Trate do assunto completamente: a ênfase, na solução gráfica de problemas de vetores, desenvolverá maior compreensão.

DESENVOLVIMENTO. Para introduzir o movimento relativo, pode perguntar (enquanto você caminha na sala), "Qual a minha velocidade, enquanto estou caminhando? 1,5 metros por segundo? 0,5 metro? Talvez um aluno proponha uma resposta radical, porque êle considerou que a Terra está girando. Se não houver tal proposição, pergunte como uma resposta de 1 300 km/h poderia ser justificada. (Esta é a velocidade aproximada na superfície da Terra, devido a sua rotação em tôrno do seu eixo). Com um pouco de sorte, alguém não ficará satisfeito com isso, e dirá que você também está se deslocando em tôrno do Sol (107 000 km/h). E o movimento do Sol, através do espaço? Nesta altura, deve ser evidente que as velocidades vetoriais e escalares possam sempre ser medidas relativamente a algum outro objeto ou sistema. O sistema, admitido como tendo "velocidade zero", é escolhido por conveniência.

Um exemplo, aqui na Terra, é o de uma pessoa caminhando no interior de um trem. Se sua velocidade é de 2 metros por segundo *relativamente ao trem*, em direção à locomotiva, e o trem está se movendo a 24 metros por segundo *relativamente ao solo*, qual a velocidade dessa pessoa, *em relação ao solo?* Naturalmente, 26 metros por segundo. Se estiver andando em direção contrária ao movimento do trem, 22 metros por segundo. E oblìquamente? Alguns alunos podem descobrir a necessidade da adição vetorial, nesse ponto. Outros talvez ainda não percebam isso, por algum tempo.

Talvez seja proveitoso mostrar uma figura do deslocamento, para tais problemas de trens.



Suponha que um homem esteja em A e percorra 2 metros em um segundo, de maneira que êle estaria em B, *se o trem não estivesse andando.* Neste mesmo segundo, entretanto, o trem andou 24 metros sôbre os trilhos, de modo que o homem não está em B mas em C. Em um segundo, êle se moveu de A para C. Em 1/2 segundo, êle estará em D; em 1/4 de segundo, em E; e, de fato, êle se move em linha reta, de A a C. Quando está em A, mas em movimento, êle está se movendo relativamente à Terra, em direção a C. Move-se numa velocidade de $\sqrt{24^2 + 2^2}$ metros em um segundo. Quando indicamos a grandeza por "$\sqrt{24^2 + 2^2}$," isso implica em que o vetor soma deve ser encontrado por cálculo. Eis uma boa ocasião para empregar um desenho em escala — ou ambos os métodos. (Calcular uma resposta é uma prática excelente para os alunos, mas realçamos os desenhos em escala porque, além de ser uma técnica de resolução, mostram as relações entre os elementos de um problema. O aluno, que resolve o problema com um desenho em escala, quase que certamente o "entende". Êle pode ser capaz de colocar números numa fórmula, sem entender).

Todo êsse processo pode ser resumido, como se segue: Para encontrar a velocidade vetorial do homem, relativamente ao solo, some a velocidade vetorial do trem, relativa ao solo, à velocidade vetorial do homem, relativa ao trem.

Do mesmo modo que no trem, o homem anda *relativamente ao trem*, os barcos navegam, os nadadores nadam *relativamente à água* e os aviões voam *relativamente ao ar.* Um bom modo de introduzir estas idéias é com um exemplo simples, como o do homem que pode nadar 3 km/h contra a correnteza que tem uma velocidade de 3 km/h. Êle não sai do lugar, relativamente à praia, embora esteja fazendo uma boa marcha através da água.

Os problemas de barcos, nadadores e aviões são freqüentemente complicados pela necessidade de distinção entre a direção para a qual estão *apontados* e a direção em que estão *indo.* Pode pedir aos alunos para pensarem sôbre o fato de andar, cruzando o corredor de um trem. Êles estão indo diretamente em frente, encarando o outro lado do trem. Não é necessário correr numa diagonal, sòmente porque o trem está se movendo. Exatamente como um aluno, que se orienta numa direção perpendicular ao corredor, tem uma velocidade apontada diretamente perpendicular ao corredor, *relativamente ao trem,* um avião, apontado para o norte, tem uma velocidade dirigida para o norte, relativa-

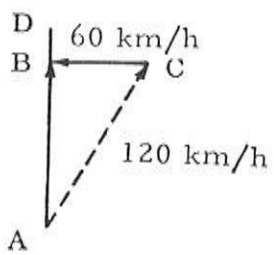
mente ao ar. O avião pode estar voando numa direção bastante diferente, relativamente ao solo.

O problema de navegação, no texto (páginas 101 e 102), merece uma aula. Nessa aula, você deve provàvelmente salientar que, a partir de cada equação vetorial em duas dimensões, dois fatos podem ser encontrados. O navegador pôde encontrar sua direção *e* o tempo de viagem.

PROBLEMA COMPLEMENTAR. Se você necessitar de um problema extra para discussão ou teste, êste lhe será útil.

1) Um pequeno avião, cujos motores podem levá-lo através do ar a 120 quilômetros por hora, tenta voar para o norte, enquanto um vento de 60 quilômetros por hora sopra do leste. Que direção deve tomar o avião? Qual será sua velocidade, em relação ao solo?

Um ângulo desconhecido deve ser somado a $\vec{BC}$, para obter um vetor soma ao longo de $\vec{AD}$. O ângulo é 30° a oeste de norte. $\vec{AB}$ tem 104 km/h.



Seção 3 — Componentes de Vetores

FINALIDADE. Salientar que os vetores podem ser representados pela soma de duas ou mais componentes e que, às vêzes, é mais fácil pensar a respeito das componentes de um vetor, do que no próprio vetor.

CONTEÚDO. a. Ilustração de como alguns resultados são dependentes sòmente de uma componente do vetor, sem levar em conta o valor da componente perpendicular a ela.

b. Determinar as componentes de um vetor, ao longo de duas direções mùtuamente perpendiculares.

c. Construir um vetor a partir de suas componentes.

d. As vantagens de representar um vetor por componentes perpendiculares.

ÊNFASE. As componentes vetoriais são importantes, mas não devem tomar muito tempo, pois não são muito difíceis. É mais importante, para os alunos, dominarem as construções gráficas introduzidas antes, do que desenvolver os métodos algébricos.

COMENTÁRIOS. Através de exemplos, o texto conduz à idéia de uma componente, sem definir "componente" com palavras. Não force os alunos para tal definição verbal. O teste é se, dados um vetor e uma reta, como na Figura a, um aluno pode encontrar a componente de um vetor, dado ao longo da reta. Se fôr forçado, poderá dizer que os ângulos são retos e através de que construção as retas são traçadas. Você encontrará, às vêzes, um aluno que, quando dados um vetor e uma linha como na Figura b, dirá que a componente ao longo da reta é mostrada como na Figura c, e não estará certo sôbre qual dos dois ângulos é o ângulo reto, porque o vetor original e a reta são aproximadamente paralelos.



Figura a

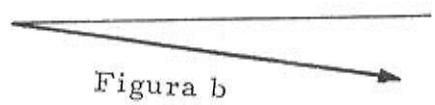


Figura b

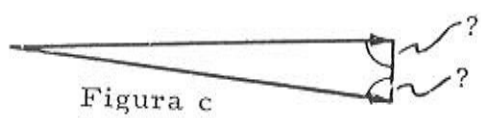
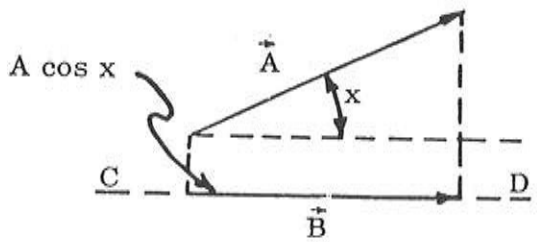


Figura c

Você pode discutir dois casos especiais:
1. A componente do vetor, ao longo da reta

perpendicular ao vetor, é um vetor nulo, e 2. a componente do vetor, ao longo da reta paralela ao vetor, é o próprio vetor dado.

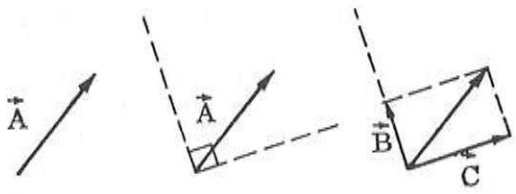
Os alunos que já estudaram trigonometria verão que, se o ângulo entre um vetor $\vec{A}$ e uma reta CD é x, então $\vec{B}$ é a componente do vetor $\vec{A}$ ao longo de uma reta CD e B = A X cos x, onde A e B são os módulos de $\vec{A}$ e $\vec{B}$, respectivamente.



° ° °

Há duas aplicações distintas para componentes de vetores. Uma delas é determinar a "efetividade" de um vetor, numa certa direção. Um avião voando a 60° oeste de norte, numa velocidade de 600 quilômetros por hora, tem uma "velocidade efetiva" de 300 km/h, norte, isto é, está se movendo para o norte, com uma velocidade de 300 km/h.

A segunda aplicação é substituir um vetor pelas suas componentes, ao longo de duas direções perpendiculares entre si (para um vetor bidimensional). Um exemplo é dado abaixo.



$\vec{B}$ e $\vec{C}$ são as componentes de $\vec{A}$, tomadas ao longo de retas perpendiculares entre si.

As componentes dependem das retas mùtuamente perpendiculares escolhidas, mas o vetor soma das componentes sempre resulta no vetor original. Freqüentemente, ao somar vetores, é mais fácil substitui-los pelas suas componentes ao longo de uma série de linhas perpendiculares, depois somar as componentes.

O uso mais amplo das componentes está na resolução dos problemas por técnicas analíticas, ao invés de gráficas. Considere o seguinte problema:

Some os deslocamentos:

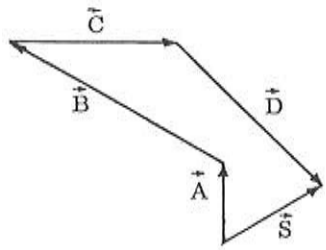
$\vec{A}$: 10 quilômetros ao norte.

$\vec{B}$: 30 quilômetros 60° oeste de norte.

$\vec{C}$: 20 quilômetros leste.

$\vec{D}$: 25 quilômetros 45° leste de sul.

A adição gráfica é mostrada abaixo:



$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$

As componentes não facilitarão a solução gráfica dêste problema. Tomar componentes e somá-las seria trabalho desnecessário. Reiteramos que um aluno, com uma boa régua, um bom transferidor e um lápis apontado, pode resolver problemas tais como êste, mais acurada e ràpidamente do que pelo uso de uma régua de cálculo. Entretanto, se decidirmos fazer o problema por trigonometria, as componentes leste-oeste e norte-sul do vetor poderão ser somadas separadamente e, então, o vetor resultante da soma das componentes será encontrado.

Faça $\vec{A}_{LO}$ como sendo a componente de $\vec{A}$, ao longo de uma reta leste-oeste. Temos então:

$\vec{A}_{LO} = 10 \cos 90° = 0$

$\vec{B}_{LO} = 30 \cos 30° = -25{,}98$ quilômetros (− significa oeste).

$\vec{C}_{LO} = 20 \cos 0° = +\ 20{,}00$ quilômetros.

$\vec{D}_{LO} = 25 \cos 45° = +\ 17{,}68$ quilômetros.

Some estas componentes leste-oeste, para obter a componente total leste-oeste,

$\vec{S}_{LO} = +\ 11{,}70$ quilômetros.

Anàlogamente, para uma linha norte-sul:

$\vec{A}_{NS} = 10 \cos 0° = 10{,}00$

$\vec{B}_{NS} = 30 \cos 60° = 15{,}00$

$\vec{C}_{NS} = 10 \cos 90° = 0{,}00$

$\vec{D}_{NS} = 25 \cos 45° = -17{,}68$

$\vec{S}_{NS}$ = a soma = 7,32.

Logo, o comprimento de S

$S = \sqrt{S_{NS}^2 + S_{LO}^2} = \sqrt{190{,}47} = 13{,}8$ quilômetros, e o ângulo de

$\vec{S}$ é Θ = arco tg. $\frac{S_{LO}}{S_{NS}}$ = arco tg. $\frac{11{,}70}{7{,}32}$ =

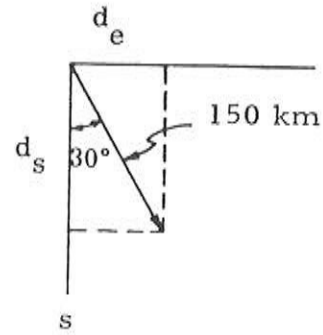
= 58,0° leste de norte.

O professor deve verificar se os alunos conhecem trigonometria, antes de tentar qualquer coisa como esta, em classe. Em caso de dúvida, trate as componentes sòmente por construção gráfica.

PROBLEMA COMPLEMENTAR. Se você necessitar de um problema extra, para discussão ou verificação, êste poderá ser útil. Pode ser resolvido, tanto gráfica como trigonomètricamente.

1) Qual a distância ao sul em que o motorista estará, se êle percorrer 150 quilômetros, numa estrada que se estende a 30° oeste de sul? Qual a sua distância percorrida, em relação a leste? Solução: $d_s = 150 \cos 30° = 130$ quilômetros.

$d_e = 150$ sen $30° = 75$ quilômetros.



Seção 4 — Multiplicação de Vetores por Números e Escalares

FINALIDADE. Salientar que multiplicar ou dividir um vetor por um número real significa multiplicar ou dividir os módulos, mantendo a mesma direção.

CONTEÚDO a. O vetor $k\vec{A}$ é um vetor k vêzes $\vec{A}$, no sentido de $\vec{A}$ (se k fôr positivo).

b. O vetor $k\vec{A}$ poderá ter unidades diferentes de $\vec{A}$, se k fôr um escalar que tenha unidades e, não sòmente, um número.

ÊNFASE. Esta seção não deve apresentar dificuldades, e pode ser desenvolvida em pouco tempo.

COMENTÁRIOS. Um escalar que multiplica um vetor pode ter unidades. Neste caso, o produto do escalar e o vetor é uma *nova* grandeza vetorial. Se esta grandeza tiver que ser construída gràficamente, deverá ser desenhada separadamente do vetor anterior. Suponha, por exemplo, que um carro percorra 20 quilômetros, a 30° oeste de norte, em 30 minutos. Qual é a sua velocidade vetorial? 30 minutos = 1/2 hora, portanto, o módulo do vetor velocidade é 20 km/(1/2 hora) = 40 km/h, e sua direção é 30° oeste de norte. Um vetor *deslocamento*, dividido por um intervalo de tempo (escalar), resulta num vetor *velocidade*. Os alunos devem evitar traçar o vetor velocidade, no mesmo

diagrama que o vetor deslocamento original. São grandezas diferentes.

O cuidado necessário, quando se trata de duas quantidades diferentes em tal problema, pode ser salientado por meio de um exemplo sem sentido: Um carro desloca-se a 60 km/h, diretamente para leste, depois percorre 40 quilômetros para norte. Faz sentido somar os dois vetores? (Não !).

Eis um outro modo de dar importância ao fato de que o deslocamento e a velocidade são grandezas de espécies diferentes:

Um homem tem a velocidade de 4 metros por segundo, a noroeste, e anda durante 45 segundos. Qual é o seu deslocamento? Trace sua velocidade e deslocamento.

O grande fator 45 *obrigará* o uso de uma nova escala para o deslocamento, que é o que queremos. Não há muito sentido no vetor *deslocamento* de 180 metros de comprimento, sendo traçado 45 vêzes mais comprido que o vetor *velocidade* de 4 *metros por segundo.*

PROBLEMA COMPLEMENTAR

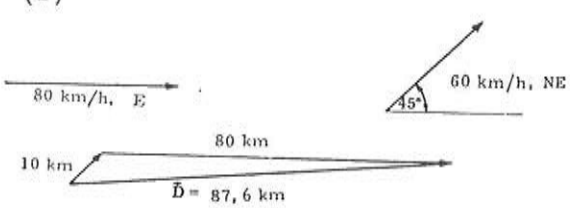
1) Um carro desloca-se a 60 km/h, a nordeste durante 10 minutos e, depois, desloca-se à velocidade de 80 km/h, para leste, durante uma hora.

(a) Trace os dois vetores velocidade.

(b) Num outro diagrama, trace os dois deslocamentos e o vetor soma dos deslocamentos. Solução:

(a) Êsses vetores velocidade não devem ser somados, uma vez que não ocorrem simultâneamente.

(b)



Seção 5 — Variações de Velocidade Vetorial e Vetor Aceleração Constante

FINALIDADE. Introduzir o conceito de vetor aceleração.

ÊNFASE. É importante que os alunos entendam o vetor aceleração constante, antes de iniciar a aceleração variável (Seção 6). Resolva bastante problemas. Um bom número de problemas, adequados para discussão em classe, é dado abaixo. Se o entendimento de seus alunos não fôr total, não perca a esperança. Êles verão novamente o vetor aceleração na Parte III.

CONTEÚDO. Para introduzir a aceleração como uma grandeza vetorial, é analisada uma fotografia de flash-múltiplo da queda de duas bolas. Uma bola cai verticalmente. A outra é lançada com uma velocidade inicial horizontal, de maneira que cai ao longo de uma trajetória curva. O vetor velocidade da primeira bola permanece constante em direção, mas muda em módulo. O vetor velocidade da segunda bola varia, tanto em direção como em módulo.

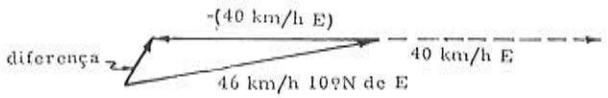
A variação no módulo da velocidade da primeira bola é descrita como sendo uma aceleração, $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Como a mudança na velocidade sòmente afeta seu módulo, a aceleração, nesse caso, *pode* ser tratada como escalar mas, na verdade, é um vetor, desde que é a diferença $\vec{\Delta v}$, entre dois vetores (também um vetor), dividida por um escalar, Δt.

A mudança de velocidade da segunda bola *deve* ser entendida, como sendo o *vetor* aceleração, desde que tanto a direção como o módulo da velocidade mudam. Uma equação vetorial é, portanto, desenvolvida: $\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t$. O caso descrito no texto envolve a aceleração constante, e é traçado a partir de uma experiência usual. O fato de um corpo, caindo sob a fôrça da gravidade, não deve ser acentuado ou desenvolvido, já que o comportamento dos corpos, sob a ação de fôrças, é intencionalmente adiado até a Parte III.

COMENTÁRIO. Os parágrafos seguintes sugerem exemplos suplementares, no caso dos alunos necessitarem mais que o exemplo do texto, para aprender claramente o conceito de vetor aceleração. (Não há problemas no CCL para esta seção).

EXEMPLOS SUPLEMENTARES

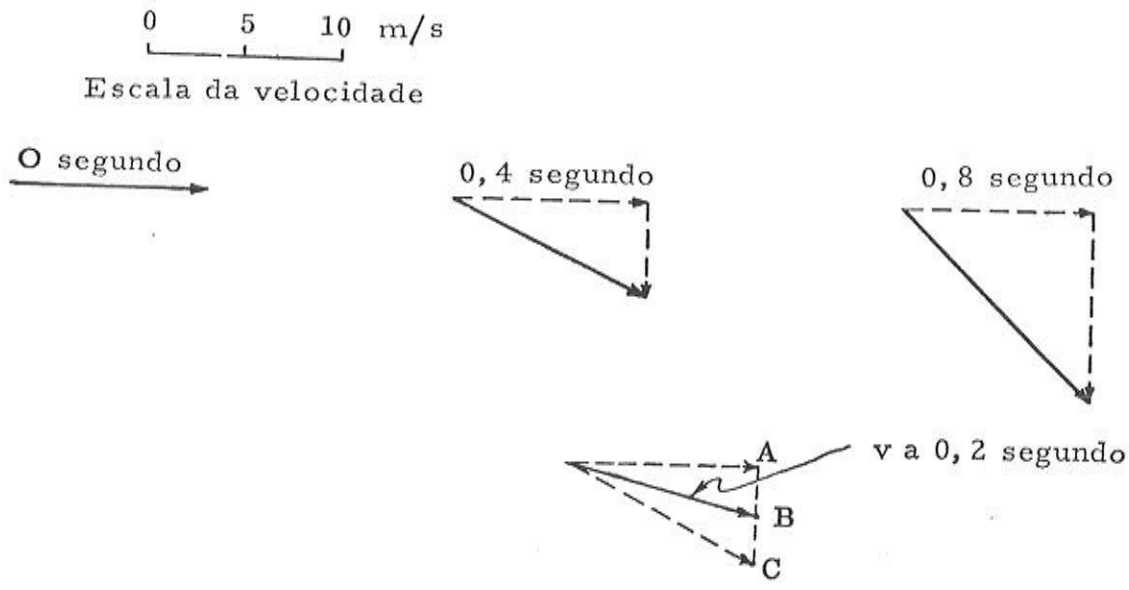
1. Se um carro estivesse se movendo a 40 quilômetros por hora, às 3:15:33, e a 46 quilômetros por hora, às 3:15:45, de quanto variaria sua velocidade? 6 km/h. Logo, se o carro se deslocasse a 40 quilômetros por hora para leste, às 3:15:33 e a 46 quilômetros por hora, a 10° norte de leste, às 3:15:45, de quanto variaria sua *velocidade?* A resposta é o *vetor diferença.* A resposta do problema proposto é mostrada gràficamente abaixo. Observe que a diferença é um *vetor.*



Ele tem um módulo (que *não* é 6 km/h, mas 9,6 km/h) e uma direção. Seria incorreto afirmar que *aumentou* a velocidade do carro. Os vetores não podem ser ordenados diretamente, exceto quando se referem aos seus módulos. A *velocidade* do carro *aumentou* de 6 km/h. A *velocidade vetorial* do carro *variou* de *9,62 km/h,* a 33,5° leste de norte. Freqüentemente, é útil saber quão ràpidamente a *velocidade vetorial* varia. No exemplo acima, a velocidade variou de 9,62 km/h, a 33,5° leste de norte, em 12 segundos, ou seja, $\frac{9{,}62}{12} = 0{,}80$ quilômetros por hora por segundo, 33,5° *leste de norte.*

2. A equação $\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t$ é de grande importância. Os alunos entenderão muito pouco de seu significado, a menos que desenvolvam os gráficos, passo a passo. O exercício com gráficos será recompensado grandemente, ajudando os alunos a entender a próxima seção. Eis uma sugestão:

Suponha que um objeto tenha uma velocidade inicial de 10 m/s para a direita, e que a velocidade varia pela adição de 5 m/s, para baixo em cada 0,4 segundo. Faça a classe traçar o vetor velocidade ao fim de 0; 0,4; 0,8 segundo.



Em seguida, peça-lhes que tracem a velocidade a 0,2 segundo. Êles devem reconhecer que a extremidade do vetor velocidade vem ao ponto B, no diagrama, a meio caminho entre os pontos A e C que representam 0 e 0,4 segundo, respectivamente. Isto é, 0,2 segundo está a meio caminho entre 0 e 0,4 segundo e, conseqüentemente, somamos apenas 1/2 (5 m/s, para baixo) à velocidade inicial de 0 segundo. Você pode pedir-lhes outros tempos fracionários, do mesmo modo que para tempos como 1,0 segundo ($\frac{1,0}{0,4}$ = 2 1/2 intervalos básicos de tempo, portanto, some 2 1/2 vetores para baixo).

Agora, peça uma fórmula para t segundos. Talvez sejam capazes de sugerir, agora, que você some $\frac{t}{0,4}$ vetores de 5 m/s de comprimento para baixo.

Pergunte-lhes sôbre a possibilidade de uma equação que estabeleça isso. Provàvelmente, êles se estenderão numa discussão improdutiva, mas alguém pode dizer algo como

$$v_f = 10 + \frac{t}{0,4} \times 5$$

não dando as direções. Naturalmente, você pode mostrar-lhes que esta equação não é correta, levando-os a calcular v_f, a partir da equação com t = 0,8 segundo (20 m/s) e a compará-la com a resposta gráfica já obtida por êles (14 m/s).

Poderá, então, apresentar-lhes a equação:

v_f = (10 m/s, à direita) + $\left(\frac{t}{0,4}\right)$ (5 m/s, para baixo).

Podemos considerar $\frac{t}{0,4}$ (5 m/s, para baixo) como sendo um escalar, $\frac{t}{0,4}$, vêzes um vetor 5 m/s, para baixo, e escrever novamente isto como $\left(\frac{t \times 5}{0,4} \text{ m/s, para baixo}\right)$; ou $\left(12,5 \frac{m}{s^2} \times t, \text{ para baixo}\right)$ ou $t \times \left(12,5 \frac{m}{s^2}, \text{ para baixo}\right)$.

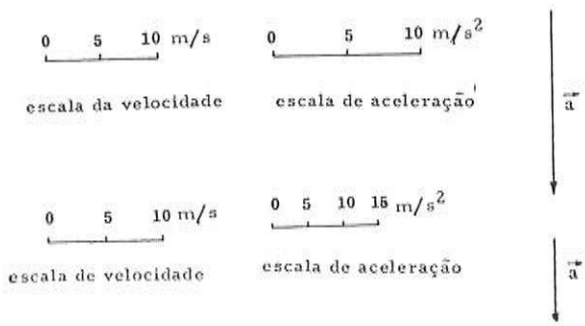
Portanto, $\vec{v}_f$ = (10 m/s, à direita) + t (12,5 m/s², para baixo) que é a forma geral:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a}t.$$

Procure mostrar a diferença entre a equação acima e a da aceleração, ao longo de uma trajetória, a_t,

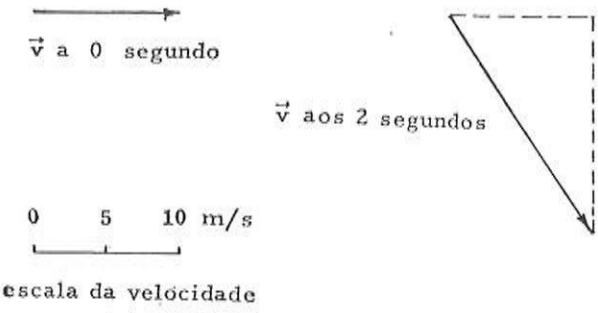
$$v_f = v_i + a_t t.$$

Em continuação, peça aos alunos que construam o vetor (12,5 m/s², para baixo). Para fazer isso, êles necessitam especificar a escala que irão usar para a aceleração. Alguns talvez fiquem em dúvida, se devem escolher uma escala ou se estão livres para fazer a escolha que quiserem. Portanto, ambas as soluções abaixo estão corretas:



O desenvolvimento acima sugerido tem a finalidade de explorar alguns pontos obscuros, que podem dificultar os alunos, na Seção 6-6, sôbre acelerações variáveis. Em particular, as dificuldades aparecem, porque estamos lidando com vetores, e também, porque a aceleração tem unidades diferentes da velocidade e deve, portanto, ser construída em escala própria.

Nesta altura, você deve alterar o problema e pedir à classe para calcular a aceleração constante $\vec{a}$, que deve variar $\vec{v}_i$ para $\vec{v}_f$, no tempo t. Introduza mais uma vez o problema, com um exemplo gráfico:



escala da velocidade

Muitas questões novas serão levantadas. Pode pedir à classe, primeiramente, que determine o vetor velocidade, que foi somado à velocidade inicial para obter-se a velocidade aos 2 segundos.

Para o nosso exemplo, vê-se que é (15 m/s, para baixo). Este vetor deve ser $\vec{a}t$. Portanto, como t é 2 segundos, $\vec{a}$ tem um módulo de (15/2) m/s² e a direção para baixo. Para construi-lo, devemos escolher novamente nossa escala de aceleração. Então, traçamos um vetor para baixo, e de comprimento correspondente a 7,5 m/s², na escala de aceleração.

Os alunos devem observar que $\vec{a} = \dfrac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$.

Seção 6 — Aceleração Variável e Aceleração Vetorial Instantânea.

FINALIDADE. Ampliar o conceito de aceleração para os casos em que ela não é constante.

CONTEÚDO a. Em geral $\vec{a} = \Delta \vec{v} / \Delta t$. O vetor $\vec{a}$ está na mesma direção que o vetor $\Delta\vec{v}$ e não precisa estar na mesma direção que $\vec{v}$, nem sua direção e módulo precisam ser constantes.

b. O exemplo de uma lancha, acelerando numa trajetória curva, é usado para desenvolver a idéia de um vetor aceleração variável, da aceleração média num intervalo e aceleração instantânea.

ÊNFASE. O conceito de aceleração, como um vetor, é de fundamental importância. Tôdas as idéias desta seção, particularmente a aceleração instantânea, talvez não se implantem nesse primeiro encontro, mas os alunos terão uma nova oportunidade de avançar nesse assunto, na Parte III. No momento, a coisa de maior importância, que os alunos podem fazer, é o trabalho individual de soluções gráficas.

DESENVOLVIMENTO. Faça, ou preferìvelmente, mande os alunos fazerem uma análise acurada e detalhada do problema da lancha do texto, usando dados medidos a partir das Figuras 6-25 e 6-27. Tente fazê-los obter tabelas, razoàvelmente acuradas, do valor médio da aceleração $\vec{a}$, durante cada intervalo de 10 segundos, mostrado na Figura 6-25 e o valor médio de $\vec{a}$, durante cada intervalo de 2 segundos, mostrado na Figura 6-27. As duas tabelas exibem, aproximadamente, o mesmo valor para a aceleração, durante os mesmos intervalos, mas a segunda tabela deve mostrar algum detalhe sôbre o modo como $\vec{a}$ está variando.

Os alunos devem realizar uma análise gráfica semelhante com o movimento circular, mostrado na Figura 6-29. Outros exemplos são dados nos Problemas 25 e 26 do CCL. A análise gráfica dêsses problemas é mais instrutiva neste ponto, do que as soluções trigonométricas.

Faça o necessário para tornar claros os conceitos de aceleração média e instantânea. A maior parte do trabalho sôbre o movimento circular uniforme está na Parte III. Aqui, você pode usá-lo simplesmente como um exemplo, no qual possa estabelecer uma regra simples para o vetor velocidade, em instantes diferentes. Evite fazer uma discussão completa sôbre o movimento circular. *Acima de tudo, não permita mencionar fôrças, na discussão.* Se achar que está usando fôrças para deduzir a direção de uma aceleração, você estará fazendo a coisa errada. Os alunos têm um desejo natural, de fato, uma urgência quase irresistível de falar sôbre fôrça centrífuga, mas você deve resis-

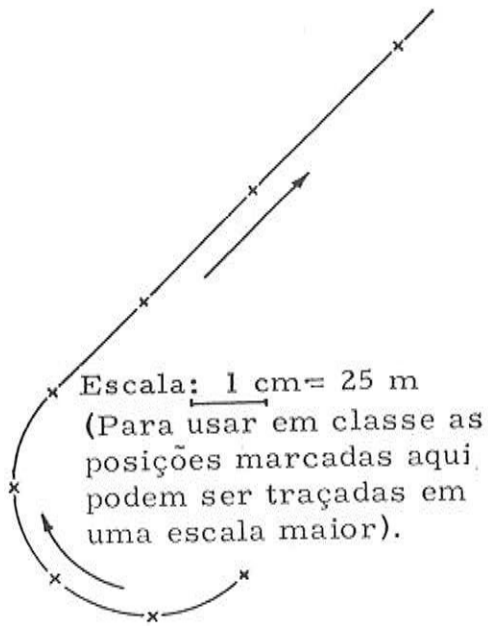
tir a essas tentativas, a fim de não entrar em tais assuntos. A aceleração, como deslocamento ou velocidade, é um conceito geométrico. Por exemplo, do fato de que um objeto se move a 5 m/s, num círculo de raio de 2 metros, podemos calcular sua aceleração instantânea, sem mencionar fôrças. A propósito, na Parte III, poderemos deduzir a aceleração instantânea, $\vec{a}$, a partir de medidas de velocidade e tempo, e compará-la com a fôrça que age sôbre um corpo de massa conhecida. Quando a fôrça é medida separadamente, podemos então estudar a lei de Newton $\vec{F} = m\vec{a}$, e ver que é, na realidade, uma lei vetorial. A lógica será prejudicada, caso os alunos cheguem à idéia incorreta de que $\vec{a}$ só pode ser encontrada a partir da fôrça.

SUPLEMENTO. No fim dêste volume, como Apêndice 1, há um suplemento sôbre o movimento circular. A inclusão do suplemento neste volume *não* significa que sugere que tôdas as informações incluídas, sôbre o movimento circular devam ser ensinadas. Isto pode ser apropriado, sòmente em classes que tenham um tempo consideràvelmente maior para a Física, do que os 5-6 períodos normais da semana, por ano. No entanto, você talvez ache o suplemento útil, como informação básica para sua aula sôbre o movimento circular. Também, alguns dos exemplos podem ser úteis, como problemas de verificação.

PROBLEMA COMPLEMENTAR

1) Dê aos alunos papel de gráfico, no qual as posições de um objeto em quatro ou mais instantes, igualmente afastados, estejam indicadas. Faça-os calcular a velocidade média durante cada intervalo e a aceleração média de um intervalo ao seguinte. Faça com que os pontos representem uma velocidade constante, um trajeto curvo seguido por um trajeto reto em que a velocidade aumenta. Tal problema dispenderá algum tempo. Enquanto os alunos estiverem trabalhando, você deverá testar, para ver se êles estão procedendo corretamente.

Exemplo: Um carro de corrida segue o percurso indicado no papel. Intervalos de tempo sucessivos de 1,0 segundo estão indicados por X. Calcule gràficamente a velocidade média durante cada intervalo de 1,0 segundo e a aceleração média entre os intervalos sucessivos. Escolha uma escala e construa um vetor para representar cada aceleração média.



Seção 7 — A Descrição do Movimento; Sistemas de Referência.

FINALIDADE. Evidenciar que há alternativas ao escolher um sistema de referência para a descrição do movimento de um sistema físico, e que a escolha apropriada de um sistema de referência pode ser extremamente útil, na simplificação da descrição vetorial.

CONTEÚDO a. O movimento de um objeto pode ser descrito pelas posições sucessivas de um vetor, traçado a partir de um ponto de referência ao objeto.

b. Diferentes sistemas de referência tornam a descrição do movimento bem diferente.

c. Uma escolha apropriada de um sistema de referência pode tornar o movimento relativamente simples.

ÊNFASE. Tarefa de leitura. É suficiente alguns minutos de aula.

COMENTÁRIO. Embora a escolha apropriada de sistemas de coordenadas seja muito importante em Física mais avançada, neste curso haverá algumas ocasiões em que se exigirá dos alunos o exercício no julgamento de suas observações. É provàvelmente melhor resolver essas situações, à medida que aparecem, ao invés de tentar discutir o problema de um modo geral. Êste tópico será revisto extensivamente, quando os aspectos históricos do problema do movimento planetário forem discutidos, na Parte III.

Seção 8 — Cinemática e Dinâmica

FINALIDADE. Observar que a descrição cinemática do movimento é sòmente um comêço, no estudo do movimento, e que o estudo da razão pela qual os objetos se movem e como o fazem será apresentado na Parte III.

CONTEÚDO a. Definição da cinemática como descrição do movimento.

b. Discussão da razão pela qual os físicos preferem sistemas simples, e porque os engenheiros têm necessidade de estudar sistemas mais complexos.

ÊNFASE. Trate do assunto de maneira suave. Tarefa de leitura, seguida por breve discussão em aula (cinco minutos é o suficiente).

COMENTÁRIO. Um simples exemplo da distinção entre cinemática e dinâmica pode ser o seguinte. Gire uma pedra num barbante, em tôrno de sua cabeça. Os alunos podem agora descrever o deslocamento da pedra, a partir de algum ponto de referência em qualquer instante; podem achar também seu vetor velocidade, com um cronômetro; podem calcular sua aceleração média. Em outras palavras, são capazes de fazer grande número de descrições. Mas, de quanto você deve puxar o barbante para impedir a pedra de se afastar? Com que velocidade pode girá-la, sem arrebentar o barbante? Estas são perguntas diferentes e muito fascinantes. O estudo da dinâmica, na Parte III, ajudará a respondê-las.

A relação entre a Física e a Engenharia não deve, provàvelmente, ser considerada com muita profundidade, aqui.

Seção 9 — A Velocidade da Luz

FINALIDADE. Assegurar aos alunos que a cinemática estudada não está errada, simplesmente porque a relatividade foi descoberta.

CONTEÚDO a. Para velocidades próximas à da luz, as leis desenvolvidas para a soma de velocidades não funcionam mais.

b. Há um domínio muito útil e extensivo, no qual a cinemática newtoniana *não* funciona.

ÊNFASE. Trate do assunto com brevidade.

COMENTÁRIO. A teoria da relatividade é um campo fértil para muita discussão estéril entre os alunos de colégio. A discussão dêstes pontos deve ser severamente limitada.

Parece paradoxal à maioria dos alunos que dois foguetes se aproximem, cada um a 3/4 da velocidade da luz, e um observador em um dêles ache que o outro está se aproximando um pouco menos do que (e não 1,5 vêzes) a velocidade da luz. No entanto, há ampla evidência de que isto é verdade. Não podemos descrever aqui as muitas e variadas conclusões de um tratamento apropriado da relatividade. Para os alunos interessados, poderão aconselhar *The Universe and Dr. Einstein,* de Barnett.[1]

A coisa importante, que os alunos devem entender, é que, apesar da cinemática aqui desenvolvida não funcionar em todos os casos, é ainda um ramo muito útil da ciência. Isto porque é quase exatamente verdadeira para todos os movimentos comuns. Talvez valha a pena notar que os resultados de nossa cinemática (cinemática newtoniana) diferem da cinemática relativista, por uma fração que é da ordem de

$$\left(\frac{\text{velocidade considerada}}{\text{velocidade da luz}}\right)^2$$

Para uma velocidade tão grande como 10^5 metros por segundo, êste fator é $(10^5/3 \times 10^8)^2 =$ aproximadamente, 10^{-7} ou uma parte em dez milhões! Mesmo com as mais avançadas técnicas, poucas medidas aproximam-se desta precisão.

1. Barnett, Lincoln, *The Universe and Dr. Einstein,* Sloane, 1957.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

GERAL. O Capítulo 6 depende, como o Capítulo 5, dos alunos resolverem um número considerável de problemas. O Problema 27 é útil para sintetizar algumas das características essenciais sôbre vetores. É interessante reservá-lo para exercício, no fim do estudo sôbre vetores.

A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com seu nível estimado de dificuldade e as seções a que se referem. Estão indicados os que são recomendados para discussão em classe. Os problemas, que são especialmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

As respostas dos problemas, que exigem uma resposta numérica ou abreviada, são dadas após a tabela. Soluções detalhadas são dadas nas páginas 110-123.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1	1, 2*, 3	4*, 5*, 6*, 7		4 e 5 juntos 2, 6, 7
2	8, 9*, 11*	10, 13*	12, 14*	9, 11, 14*
3	15, 16*, 18* 19	17, 20*, 27*	21*	16*
4	8	10, 22*	23, 24	10
5, 6		26*	25*	25, 26*

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Veja discussão na página 110.
2. 2 quadras sul.
3. (a) Veja discussão na página 111.
   (b) Zero.
4. (a) 3,11 cm, 45° abaixo do horizonte.
   (b) 4,4 cm, verticalmente para baixo.
   (c) Zero.
5. (a) 0,7 cm, verticalmente para cima.
   (b) 2,7 cm, 34° à esquerda da vertical.
   (c) 3,7 cm, verticalmente para cima.
   (d) 3,6 cm, 6,2° à esquerda da vertical, para baixo.
6. 16,38 cm, 35° acima da horizontal.
7. (a) 2,12 cm, 3,3° a oeste de norte.
   (b) 8,48 cm, 3,3° a oeste de norte.
   (c) Veja discussão na página 113.
8. Veja discussão na página 113.
9. (a) 448 km/h.
   (b) 512 km/h.
10. (a) 4,83 km, 318,5°.
    (b) 0,966 hora.
11. (a) 155,2° no sentido horário de norte.
    (b) 595 km/h.
    (c) 149 quilômetros.
12. (a) 7,66° a oeste de norte.
    (b) 2,02 horas.
13. (a) 4,3° norte de leste.
    (b) 280 km/h.
14. 18,6° leste de norte.
15. Cêrca de 2,2 quilômetros.
16. (a) 56,3° rio abaixo, da perpendicular à correnteza.
    (b) 0,05 hora.
    (c) 0,3 quilômetro.
    (d) 0,05 hora.
17. (a) 97,5 m; 280 m; 1 300 m.
    (b) Veja discussão na página 118.
    (c) 2 850 m.
18. 9,72 m.
19. 20,6 km.

20. (a) 0,30 quilômetro.
(b) Sudeste.
(c) 2,83 km.
(d) 2,84 km.

21. (a) 137 km, 344 km.
(b) 411 km/h, 149° horários da direção norte.
(c) Não.

22. (a) 1,0 m/s; 6,4 m/s.
(b) 25,5 m, 28,1° com a direção do barco

23. 5° oeste de norte, 340 nós.

24. (a) 1/24 cm para a direita.
(b) 1/48 cm para a direita, 1/4 cm para baixo.
(c) 1/96 cm para a direita, 1/8 cm para baixo, 1/8 cm na direção do leitor.

25. (a) 1,035 m/s em direção ao centro do círculo, a partir do ponto médio do intervalo.
(b) 0,345 m/s² em direção ao centro do círculo, a partir do ponto médio do intervalo.

26. (a) 0,21 cm/s.
(b) 0,21 cm/s para a direita.
0,21 cm/s verticalmente para baixo
(c) 0,30 cm/s, 45° para baixo e para a esquerda.
(d) 0,02 cm/s² para baixo e a 45° à esquerda.

27. Veja discussão na página 123.

COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Trace diagramas para representar os seguintes deslocamentos:

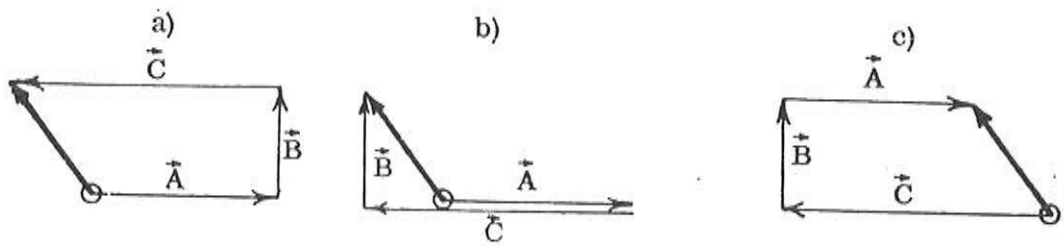
(a) 5,00 cm para leste seguido de 3,00 cm para norte, seguido de 6,00 cm para oeste.

(b) 5,00 cm para leste seguido de 6,00 cm para oeste, seguido de 3,00 cm para o norte.

(c) 6,00 cm para oeste seguido de 3,00 cm para o norte, seguido de 5,00 cm para leste.

(d) Compare os diagramas das partes (a), (b) e (c), e estabeleça uma regra geral sôbre a soma de três deslocamentos.

Êste exercício sôbre traçado de vetores conduz a "prova" de que a adição de vetores é comutativa. A origem de cada seqüência do deslocamento é indicada por um pequeno círculo. Os deslocamentos estão especificados por três algarismos significativos para indicar que, com cuidado, os alunos podem conseguir uma precisão superior a 1%, com métodos gráficos.



d) Observe que a soma dêsses três deslocamentos é independente da ordem de adição dos mesmos:

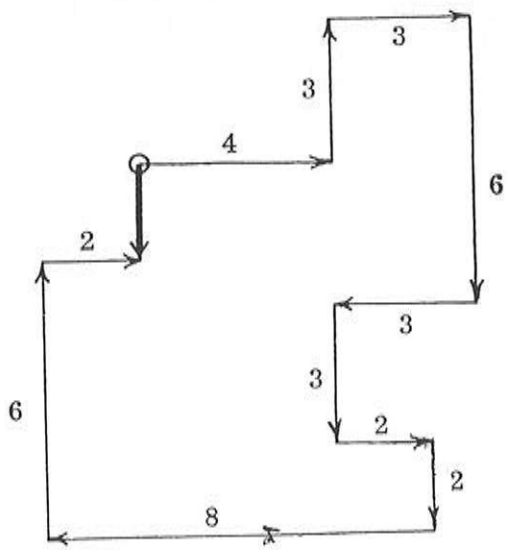
$$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{A} + \vec{C} + \vec{B} = \vec{C} + \vec{B} + \vec{A}.$$

PROBLEMA 2

Um homem segue êste itinerário: Parte de sua casa, percorre quatro quadras para leste, três quadras para o norte, três quadras para leste, seis quadras para o sul, três quadras

para o oeste, três quadras para o sul, duas quadras para leste, duas quadras para o sul, oito quadras para oeste, seis quadras para o norte e duas quadras para leste. A que distância e em que direção está êle de seu lar?

Seguindo para a direita (leste) de 0, o itinerário é o indicado no diagrama.



O homem está a *duas quadras ao sul* do seu ponto de partida. Seu *deslocamento total* é *duas quadras para o sul.*

Achar os deslocamentos resultantes leste-oeste e norte-sul é muito mais simples do que somar os deslocamentos sucessivos. A soma mental daria algo como esta: Leste $= 4 + 3 + 2 + 2 = 11$, Oeste $= 3 + 8 = 11$; portanto, êle não está nem a leste, nem a oeste do seu ponto de partida. Norte $= 3 + 6 = 9$, Sul $= 6 + 3 + 2 = 11$; portanto, êle está a 2 quadras ao sul do seu ponto de partida. Esta é uma boa solução e deve ser mencionada, quando você discutir componentes, uma vez que é essencialmente um método de adição de componentes de vetores.

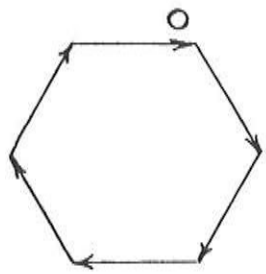
PROBLEMA 3

Um homem anda ao longo de um caminho que tem a forma de um hexágono regular; cada lado tem 10 m de comprimento. Dois dos lados estendem-se para leste e para oeste.

(a) Descreva seus deslocamentos sucessivos.

(b) Qual é seu deslocamento total?

a) Para o hexágono com dois lados orientados para o leste e o oeste, os deslocamentos sucessivos a partir de 0 são:



1. 10 m leste.
2. 10 m 30° leste de sul.
3. 10 m 30° oeste de sul.
4. 10 m oeste.
5. 10 m 30° oeste de norte.
6. 10 m 30° leste de norte.

b) Seu deslocamento total é *zero.*

PROBLEMA 4

O ponteiro dos minutos de um relógio tem 2,2 cm de comprimento.

(a) Qual é o deslocamento do extremo dêste ponteiro entre meio-dia e 12 h 15 min?

(b) Qual é seu deslocamento entre meio-dia e 12 h 30 min?

(c) Qual é seu deslocamento entre meio-dia e 13 h 00 min?

Os Problemas 4 e 5 preparam o aluno para problemas do movimento circular. Ambos podem ser passados como exercício.

a) Para o relógio mantido verticalmente, o deslocamento do meio-dia a 12:15, da extremidade do ponteiro dos minutos, pode ser visto a partir da representação gráfica, como sendo $2{,}2 \times \sqrt{2} = 3{,}11$ *cm. 45° abaixo da horizontal.*

b) *4,4 cm verticalmente para baixo.*

c) *Zero.*

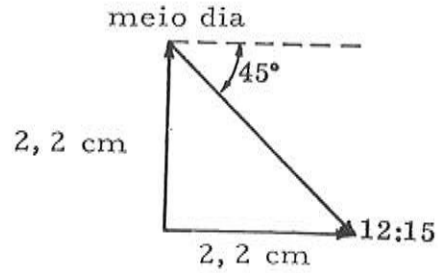


Fig. 6-21

PROBLEMA 5

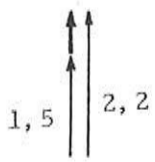
No relógio do Problema 4, o ponteiro das horas tem 1,5 cm de comprimento. Qual é o deslocamento do extremo do ponteiro dos minutos a partir do extremo do ponteiro das horas:

(a) ao meio-dia?
(b) às 15 h 00 min?
(c) às 18 h 00 min?
(d) às 12 h 30 min?

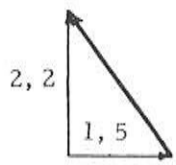
Êste problema, como o Problema 4, dá uma simples ilustração de subtração de vetores, e é uma preparação para o movimento planetário. Note a diferença entre os dois problemas. O Problema 4 está relacionado com deslocamentos de um ponto dado em diferentes instantes. O Problema 5 está relacionado com deslocamentos entre dois pontos diferentes, num mesmo instante. Isto não necessita evidência, mas, provàvelmente, será interessante notar as diferentes aplicações dos vetores deslocamentos.

displacement vectors.

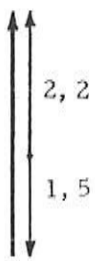
a) 0, 7 verticalmente, para cima



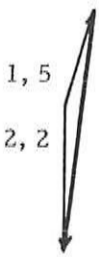
b) 2, 7 cm, 34º à esquerda da vertical.



c) 3, 7 cm verticalmente para cima



d) Isto é melhor feito por meio de desenho em escala. A resposta é 3,6 cm, 6,2° à esquerda da vertical dirigida para baixo.



PROBLEMA 6

Um vetor horizontal de 10,00 cm de comprimento é somado a outro de 10,00 cm de comprimento e cuja direção é 70,0° acima da horizontal. Faça um desenho em escala, tão preciso quanto possível, para determinar o módulo e a direção de sua soma. Em sua resposta, procure conseguir uma precisão de 0,1 mm no comprimento e 0,1° no ângulo.

A adição gráfica dêsses vetores mostra sua soma como sendo *16,38 cm a 35° acima da horizontal.*

Se os alunos tentarem obter uma precisão de 0,1 milímetro e 0,1° chegarão, provàvelmente, até 0,3% da resposta dada. Não há nada de errado, naturalmente, em usar 20 cm para representar 10 cm. Isto dá maior precisão e ilustra o princípio da escala.

A competição entre os alunos na classe pode produzir uma precisão que o ajudará a mostrar-lhes quão acurada uma solução gráfica pode ser.

Êste é sòmente um exemplo de muitos problemas semelhantes que poderão ser imaginados, se houver tempo.

PROBLEMA 7

(a) Determine o resultado da adição de um vetor de 2 cm para leste com um de 3 cm para noroeste.

(b) Ache o resultado da soma de um vetor de 8 cm para leste com um de 12 cm noroeste.

(c) Compare os resultados das partes (a) e (b), e estabeleça um teorema relativo à adição de um par de vetores que são múltiplos de outro par. Pode você demonstrar o teorema em geral?

Êste problema conduz à idéia de que, se $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$, logo, $\vec{KA} = \vec{KB} + \vec{KC}$. Pode também ajudar os alunos a entenderem os desenhos, em escala, de vetores.

a) 2 cm a leste + 3 cm a noroeste = um vetor *2,12 cm de comprimento, 3,3º a oeste de norte.*

b) 8 cm a leste + 12 cm a noroeste = um vetor *8,48 cm de comprimento, 3,3º a oeste de norte.*

c) Note que os vetores da parte (b) — incluindo a soma — são quatro vêzes maiores do que os vetores da parte (a). De um modo geral, portanto, se $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$, $\vec{KA} + \vec{KB} = \vec{KC}$. Os membros de uma equação vetorial podem ser multiplicados pela mesma constante — ou escalar. Inicia-se uma prova geométrica, notando-se que o vetor soma $\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$ é representado por um triângulo, e que o vetor soma $\vec{KA} + \vec{KB} = \vec{D}$ é também representado por um triângulo. Dois dos lados de um dos triângulos são proporcionais a dois lados do outro triângulo. Os ângulos compreendidos são iguais. Então, segue-se que os triângulos são semelhantes e que o comprimento de $\vec{D}$ é K vêzes o comprimento de $\vec{C}$ e faz os mesmos ângulos com $\vec{KA}$ e $\vec{KB}$, como $\vec{C}$ forma com $\vec{A}$ e $\vec{B}$. Portanto, $\vec{D} = K\vec{C}$.

PROBLEMA 8

Um avião voa para sudeste a 600 km/h. Faça um diagrama de seu deslocamento a partir de seu ponto de partida após 0,50 h; 1,00 h; 1,50 h; e 2,00 h.

Uma velocidade de 600 km/h a sudeste significa que o avião percorrerá 600 quilômetros sudeste, em uma hora, 300 quilômetros, em 1/2 hora, etc.

PROBLEMA 9

A velocidade de um avião relativa ao ar é 480 km/h. Qual é sua velocidade relativamente ao solo:

(a) Com um vento de proa de 32km/h?

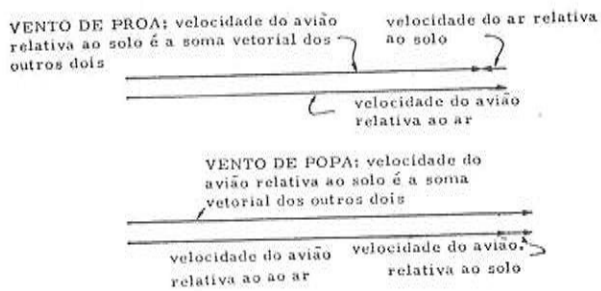
(b) Com um vento de popa de 32km/h?

Êste problema estabelece a base para problemas mais difíceis, sôbre a adição de velocidades. Os casos de ventos de proa e de popa talvez sejam os únicos, dos quais os alunos têm uma percepção intuitiva; portanto, êste problema deve ser passado e discutido.

a) A principal expressão, no enunciado dêste problema, é "velocidade do ar". O avião que viaja a 480 km/h, com um vento de proa de 32 km/h, viaja a 480 − 32 = 448 km/h relativamente ao solo.

b) Se o vento fôr de popa, o avião viajará a 480 + 32 = 512 km/h relativamente ao solo, como é mostrado nos esquemas abaixo.

É essencial que os alunos entendam êste problema, antes de trabalhar em problemas como os de números 11 e 12. É interessante desenhar um diagrama de vetor:



PROBLEMA 10

Um grupo de andarilhos, caminhando em média 5,0 km/h, percorre a seguinte trajetória:

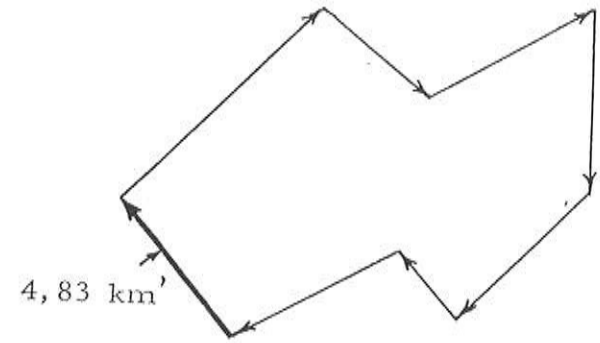
Orientação da bússola (Sentido horário, a partir do norte)	Tempo durante o qual é mantida a orientação
45°	1,50 h
130°	0,75 h
60°	1,00 h
180°	1,00 h
225°	1,00 h
325°	0,50 h
240°	1,00 h

(a) Para voltar diretamente ao seu ponto de partida, em que direção devem êles andar?

(b) Quanto tempo levarão para regressar?

Este problema trata da adição de deslocamentos, mas ainda introduz sùtilmente a adição de vetores que foram multiplicados por escalares.

Andando a uma velocidade de 5,0 km/h, os andarilhos percorrem 1,50 horas $\times$ 5,0 km/h = = 7,5 km a 45° leste de norte, na primeira etapa de seu percurso. Êste deslocamento é então traçado. Os outros são feitos semelhantemente, para dar o percurso mostrado:



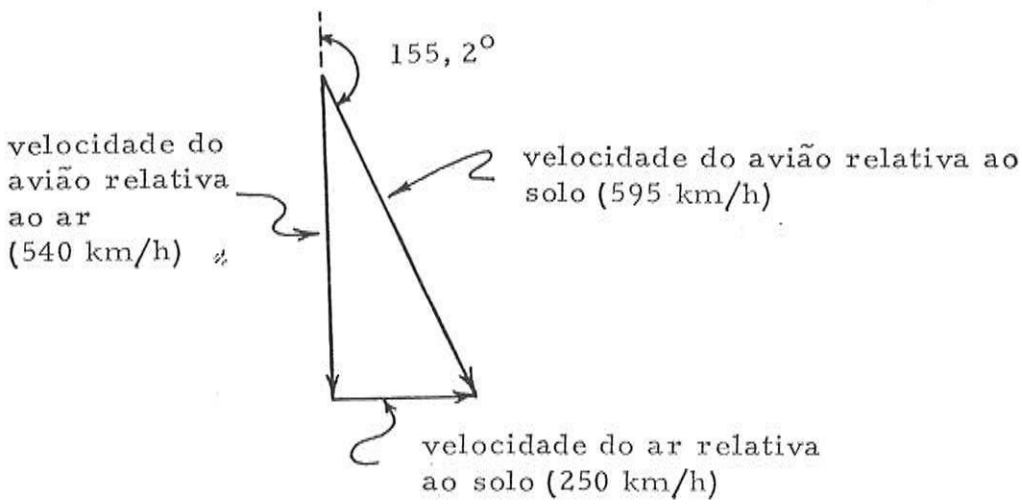
a) e b) O resultado final é que estão a *4,83 quilômetros* de casa, e devem andar, portanto, *0,966* hora, com uma direção de *318,5° no sentido horário a partir do norte*, a fim de chegar diretamente em casa.

Uma análise gráfica de tantos vetores deve ser feita com bastante cuidado, ou os êrros se somam, conduzindo-a a uma considerável inexatidão.

PROBLEMA 11

Um avião mantém uma orientação para o sul com uma velocidade em relação ao ar de 540 km/h. Êle voa através de uma corrente que se desloca para leste a 250 km/h.

(a) Qual é a direção do movimento do aparelho em relação ao solo?



(b) Qual é a velocidade do avião em relação ao solo?

(c) Que distância sôbre o solo percorre o avião em 15 min?

Êste é um problema básico, na adição vetorial de velocidades. Alunos principiantes têm, às vêzes, dificuldades em visualizar corretamente as características físicas dêste tipo de problema. Para sugestões, veja o Guia do Professor, páginas 99 e 100. O efeito do vento no movimento de uma aeronave será dramàticamente visível, se você observar um avião de pouca velocidade, num dia de vento. Se alguns de seus alunos não perceberam isso, sugira que observem um pequeno avião, voando ao contrário do vento.

a) e b) O avião está viajando para o sul a 540 km/h, mas está sendo empurrado para leste, a 250 km/h. Uma solução gráfica mostra que êsses dois movimentos fazem com que o avião viaje com uma direção de *155,2° no sentido horário de norte*, a *595 km/h relativamente ao solo.*

c) A 595 km/h, o avião percorrerá *149 quilômetros* em 15 minutos.

PROBLEMA 12

O pilôto de um avião que voa com uma velocidade de 300 km/h, em relação ao ar, deseja ir a uma cidade situada a 600 km, ao norte. Sopra um vento de 40 km/h para oeste.

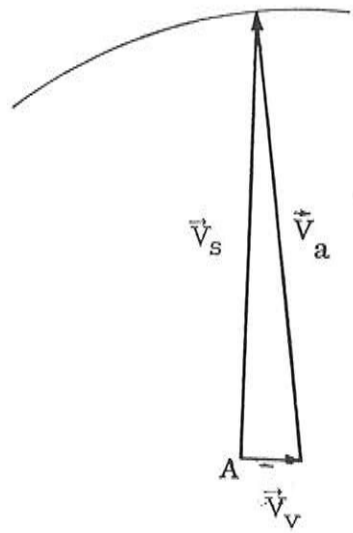
(a) Em que orientação deve apontar o avião?

(b) Quanto tempo levará a viagem?

Um problema semelhante é analisado no assunto do quadro, nas páginas 101 e 102 do texto.

a) A velocidade $\vec{V}_s$ do avião relativamente ao solo é o vetor soma da velocidade $\vec{V}_v$ do ar (vento) relativamente ao solo e a velocidade $\vec{V}_a$ do avião relativamente ao ar.

Do seu ponto de partida A, sabemos que $\vec{V}_s$ deve se dirigir diretamente para o norte; portanto, esta direção pode ser construída a partir de A. O vetor velocidade do vento $\vec{V}_v$ é então traçado para leste, de A, com um comprimento representando 40 quilômetros por hora.



Para determinar a grandeza do vetor velocidade $\vec{V}_s$, devemos somar os vetores velocidade $\vec{V}_a$ e $\vec{V}_v$. $\vec{V}_a$ deve começar na extremidade de $\vec{V}_v$ e o comprimento de $\vec{V}_a$ deve representar 300 km/h. Portanto, construímos um círculo com centro na extremidade de $\vec{V}_v$ e com raio representando 300 km/h. A intersecção dêsse círculo, com a linha que indica a direção de $\vec{V}_s$ localiza o ponto no qual $\vec{V}_a$ termina. O ângulo θ é obtido gràficamente, ou pelo Arc sen 4/30 = *7,66° oeste de norte.*

b) O avião está viajando a 300 cos 7,66° = 297 km/h, que pode ser também obtido gràficamente. O avião necessita 600/297 = = *2,02 h* para fazer o percurso.

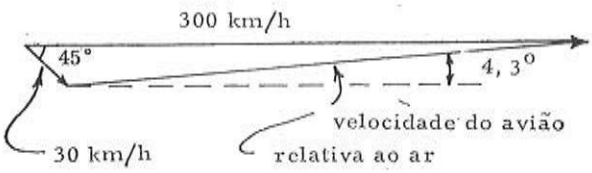
PROBLEMA 13

Um avião voa para um local que fica a 200 quilômetros a leste de seu ponto de partida, e sopra um vento noroeste de 30 km/h. O pilôto quer fazer a viagem em 40 min.

(a) Qual deve ser a orientação?

(b) Qual deve ser a velocidade do avião relativamente ao ar?

É freqüentemente útil, em tais problemas, supor que a resposta seja conhecida, e esboçar um diagrama grosseiro e preliminar. Como o destino do avião é diretamente para leste, sua velocidade relativa ao solo deve ser um vetor exatamente para leste. Uma vez que deve percorrer 200 quilômetros em 2/3 hora, sua velocidade em relação ao solo deve ser 300 km/h. O vento (velocidade do ar relativa ao solo) é de 30 km/h para noroeste. O avião deve, evidentemente, orientar-se para norte de leste. O diagrama resultante é mostrado em seguida:



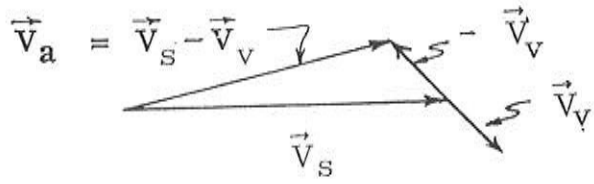
O passo final é fazer um desenho cuidadoso e concluir que o avião deve voar a *280 km/h, 4,3° norte de leste.*

Uma alternativa mais formal:

$$\begin{pmatrix}\text{velocidade do avião}\\ \text{relativa ao solo}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{velocidade do avião}\\ \text{relativa ao ar}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{velocidade do ar}\\ \text{relativa ao solo}\end{pmatrix}$$

ou, $\vec{V}_s = \vec{V}_a + \vec{V}_v$. Portanto, $\vec{V}_a = \vec{V}_s - \vec{V}_v$.

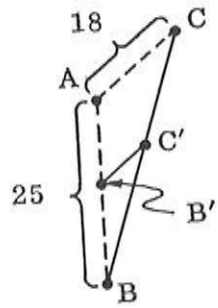
Isto leva diretamente à construção do diagrama vetorial:



PROBLEMA 14

Um vapor está navegando diretamente para o sul a 25 km/h, em uma zona onde o vento sopra sudoeste a 18 km/h. Qual é o ângulo formado entre a direção norte e o rasto de fumaça que sai da chaminé?

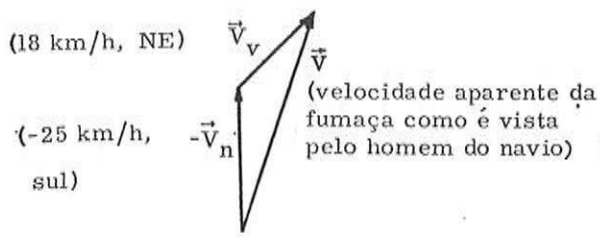
Será difícil, para muitos alunos, entender o que está acontecendo fisicamente neste problema. Talvez você precise discutir o que acontece com a fumaça, quando ela deixa a chaminé. A fumaça consiste de partículas tão finas, que pararia ràpidamente no ar sem movimento. (Se os alunos não acreditarem nisso, que experimentem jogar um pouco de fumaça!) Contràriamente, se o navio estiver parado, e o vento soprando, a fumaça acompanhará o vento. *A fumaça move-se com o ar* e *não tem movimento próprio através do ar.*



Considere um navio que emite uma baforada de fumaça no ponto A, e depois viaja para o sul até o ponto B. Suponha que levou uma hora para ir até B. Logo, a distância AB é 25 quilômetros, no nosso problema. Enquanto isso, a baforada de fumaça é soprada a 18 quilômetros para nordeste até o ponto C. Se, a meio caminho de B, o vapor tivesse soltado uma segunda baforada em B′, esta estaria em C′, quando o navio atingisse B. Deve estar claro que a linha B C′ C é uma reta. Esta linha seria, de fato, a reta da trilha da fumaça, se esta tivesse sido emitida contìnuamente. Um diagrama, construído cuidadosamente, mostra que o ângulo ABC é *18,6° a leste de norte.*

Uma outra solução dêsse problema pode ser útil.

Se não houvesse vento, o observador veria a fumaça movendo-se para trás, com uma velocidade igual à velocidade negativa do navio: $-\vec{V}_n$. O efeito do vento é levar as partículas de fumaça com uma velocidade $\vec{V}_v$; o movimento total visto pelo observador, no navio é, portanto: $\vec{V} = -\vec{V}_n + \vec{V}_v$. Êste vetor soma é mostrado no diagrama abaixo:



Evidentemente, êste diagrama é equivalente ao anterior e, quando construído em escala, o ângulo pode ser lido fàcilmente. Como um exercício, deixa-se o leitor dizer porque a velocidade aparente, vista por um observador no navio, dá a direção da trilha da fumaça, como seria observada no sistema de referência da Terra.

PROBLEMA 15

A pequena semente de uma sempre-viva alta atinge, quase imediatamente após se desprender do cone, uma componente vertical de velocidade vetorial constante e igual a 0,3 m/s. Aproximadamente a que distância da base de uma árvore de 60 m de altura alcançariam o solo, sementes do alto da árvore, levadas por ventos de 40 km/h?

Êste problema pode ser solucionado como um problema de vetor velocidade, mas o modo mais simples de considerá-lo é:

Uma semente, caindo de 60 metros a 0,3 m/s, alcança o solo em 200 segundos. Mas 40 km/h = 11 1/9 m/s. A semente é, portanto, soprada 200 × 11 1/9 = 2222 2/9 m ou, aproximadamente, 2,2 *km*.

Ninguém esperaria que cada semente, ao deixar o alto da árvore, percorresse exatamente 2,2 quilômetros — ainda que o vento fôsse exatamente 40 km/h. Os ventos são instáveis, e as sementes se diferenciam bastante. No entanto, como uma estimativa da ordem de grandeza, isto talvez seja muito bom. Você certamente adivinharia que, sob certas circunstâncias, a árvore pode lançar sua semente em tôrno de um raio de 1 quilômetro, e ficaria surprêso ao descobrir a semeação até 10 quilômetros, exceto sob circunstâncias raras, envolvendo grandes correntes.

PROBLEMA 16

Um homem rema em um barco "através" de um rio a 4,0 km/h (isto é, o barco se move sempre perpendicularmente à corrente). O rio corre a 6,0 km/h, sendo sua largura 0,20 km.

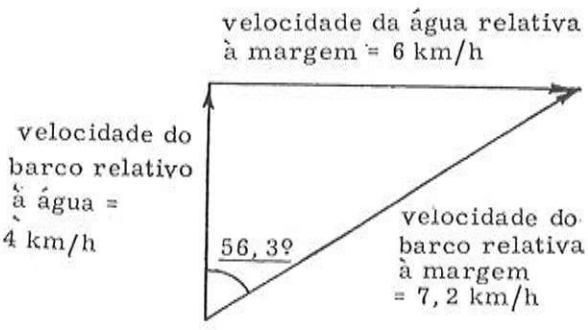
(a) Que direção realmente toma seu barco em relação à margem?

(b) Quanto tempo empregará para atravessar o rio?

(c) A que distância rio abaixo desembarca, contada do ponto de partida?

(d) Quanto tempo levaria êle para cruzar o rio se não houvesse corrente?

a) O homem aponta diretamente através do rio, isto é, perpendicularmente às margens. Ao mesmo tempo, a correnteza leva-o rio abaixo. Sua velocidade relativa ao solo (margem) é sua velocidade relativa à água mais a velocidade da água relativa à margem. A adição é feita gràficamente.



b) Não importando com que velocidade a correnteza o leva rio abaixo, êle vai *através*

do rio a 4 km/h. Portanto, o tempo necessário para atravessar o rio é 0,2 km ÷ 4 km/h = *0,05 hora.*

c) Em 0,05 hora, êle é arrastado a 6 km/h a uma distância de *0,3 quilômetro,* rio abaixo.

d) Se não houvesse correnteza, êle ainda atravessaria o rio em 0,2 quilômetro ÷ 4 km/h = *0,05 hora,* desde que seu movimento através do rio não fôsse afetado pelo movimento perpendicular da correnteza.

PROBLEMA 17

O observatório meteorológico determina a altura de camadas de nuvens, medindo o ângulo de elevação ao ponto onde a luz de um feixe vertical é refletida pelas nuvens. O ângulo é medido em uma estação de observação, separada do pé do feixe luminoso por uma linha de base.

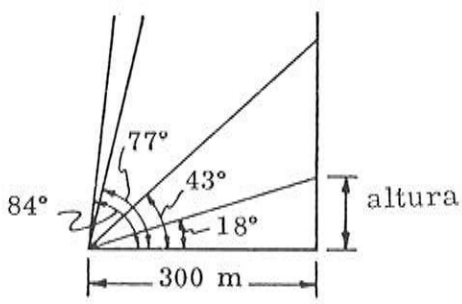
(a) Se a linha de base tem 300 metros de comprimento, qual é a altura das camadas observadas a 18°, 43°, e 77°?

(b) Para observações com ângulos maiores que 84°, as alturas são classificadas como aproximadas. Por que diferem elas das leituras com ângulos menores?

(c) Qual é a altura de uma camada que reflete a luz observada com êste ângulo de 84°, para a linha de base de 300 metros?

Êste problema não está diretamente relacionado à cinemática. Serve para exercitar nas análises gráficas de triângulos. Os alunos que conhecem trigonometria resolverão êste problema, de modo mais fácil, analìticamente.

a) e c) Um desenho em escala, como o mostrado abaixo, dará as alturas das nuvens:



Ângulo de Elevação	Altura das nuvens
18°	97,5 m
43°	280 m
77°	1 300 m
84°	2 850 m

(As alturas mostradas aqui foram calculadas com a fórmula $h = 300 \text{ tg } \theta$.

b) Os alunos, que resolverem êste problema trigonomètricamente, poderão ter dificuldades em ver porque as alturas são incertas, se o ângulo é maior que 84°. Mas devem observar que uma grande variação de altura resulta de um êrro de 1° na medida do ângulo. Os alunos, que resolverem o problema por gráfico, verão imediatamente que um êrro muito pequeno na medida angular causará um grande êrro na altura, para ângulos muito grandes. O observatório meteorológico não pode fazer medidas precisas do ângulo. Seus cálculos estão, portanto, sujeitos à mesma imprecisão.

PROBLEMA 18

Qual é o módulo de um deslocamento cujas componentes ao longo dos eixos perpendiculares X, Y, e Z são, respectivamente, 4,00m; 2,50m e 8,50m?

Se os alunos conhecerem o teorema de Pitágoras a três dimensões, a resposta será simplesmente:

Módulo do deslocamento =

$$\sqrt{4{,}00^2 + 2{,}50^2 + 8{,}50^2} = 9{,}72 \text{ m.}$$

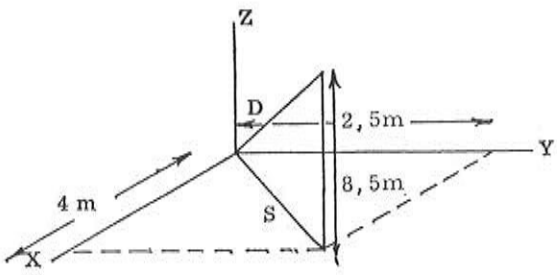
Se isto exigir prova, a discussão, em classe, dêste problema poderá ser feita como se mostra abaixo.

Êste problema pode ser introduzido com a pergunta: Se X e Y fôrem horizontais e uma bola fôr abandonada da posição do objeto, a que distância da origem a bola cairá?

Pelo teorema de Pitágoras a duas dimensões, a resposta é, evidentemente: $S = \sqrt{4{,}00^2 + 2{,}50^2}$. Mas,

$D^2 = S^2 + 8{,}50^2 = 4{,}00^2 + 2{,}50^2 + 8{,}50^2$,

e assim por diante.



PROBLEMA 19

A que distância um radar localizará um avião que voa a uma altura de 10 km sôbre o solo, e a uma distância da estação de radar, medida no mapa, de 18 km?

A uma distância de 18 km e a uma altura de 10 km, há um alcance (módulo de deslocamento) de:

$\sqrt{18^2 + 10^2} = 20{,}6$ *quilômetros.*

PROBLEMA 20

Um avião decola de um aeroporto para o sul, e, enquanto sobe numa razão de 0,30 km/min, mantém uma velocidade de 4,0 km/min em relação ao solo. Após 0,50 min, êle se volta para leste, mantendo a mesma velocidade em relação ao solo e o mesmo ritmo de ascensão. Ao fim de 1,0 min da decolagem:

(a) Qual é a altura do avião?

(b) Qual é sua direção em relação ao aeroporto?

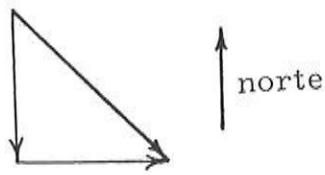
(c) A que distância do ponto de decolagem está o ponto no solo diretamente sob o avião?

(d) A que distância está o avião do ponto de decolagem?

Êste problema, um tanto difícil em deslocamentos tridimensionais, requer uma quantidade considerável de visualização espacial. Nenhum procedimento formal deve ser feito, para tratar dêste tipo de problema.

a) Se o avião subiu na razão de 0,30 km/min, durante 1 minuto, está a *0,30 km* acima do solo.

b) O avião voou numa velocidade constante para o sul, durante meio minuto e para leste, durante meio minuto. Portanto, está exatamente a *sudeste* do aeroporto.



c) Em meio minuto, o avião percorre 2 km. Portanto, está a 2 km ao sul e 2 km a leste do aeroporto, ou seja, $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2{,}83$ *km* do aeroporto.

d) O avião está a $\sqrt{2^2 + 2^2 + 0{,}3^2} = 2{,}84$ *km* do seu ponto de decolagem.

PROBLEMA 21

Um avião que voa para o norte a 320 km/h, passa diretamente por baixo de outro avião que voa para leste, a 260 km/h.

(a) Qual é a componente horizontal do deslocamento do segundo avião em relação ao primeiro, 20 minutos após um ter passado pelo outro? 50 minutos após terem passado?

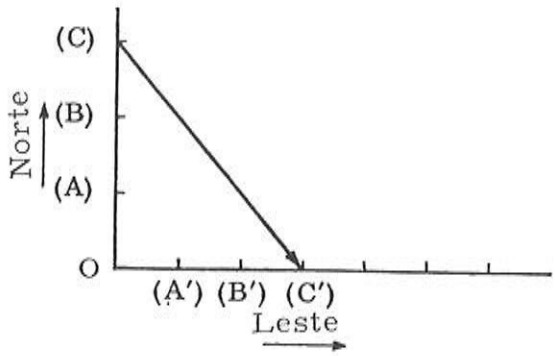
(b) Qual é a componente horizontal da velocidade vetorial do avião que voa para leste relativa ao avião que voa para o norte?

(c) Varia a direção dêste vetor velocidade (relativa à Terra)?

Êste problema envolve componentes de um vetor velocidade tridimensional, que será provàvelmente difícil para os alunos visualizarem. Tal tipo de problema é útil, no desenvolvimento dessa visualização espacial.

"Componente horizontal" é um têrmo ligeiramente ambíguo. Significa, neste caso, o vetor formado pela projeção horizontal do vetor deslocamento.

a) Êste problema é melhor entendido, traçando-se um diagrama que mostre os aviões em diferentes instantes:



Os aviões estão em A e A', B e B' etc. Está mostrado o vetor deslocamento na posição C e C'. Note que êste é sòmente a componente horizontal. O vetor real é inclinado, porque os aviões estão em alturas diferentes. Após 20 minutos, a distância OC é 320 km/h × × 1/3 h = 320/3 km; OC' é 260 km/h × × 1/3 h = 260/3 km. A componente horizontal do deslocamento é: $\sqrt{(320/3)^2 + (260/3)^2} = \sqrt{102400/9 + 67600/9} = \sqrt{\frac{1{,}7 \times 10^5}{9}} = \sqrt{\frac{17 \times 10^4}{9}} = \frac{10^2}{3} \times \sqrt{17} = \frac{4{,}12 \times 10^2}{3} = 137$ *km.*

Semelhantemente, após 50 minutos, a componente horizontal do deslocamento será *344 km.*

b) A componente horizontal do vetor velocidade é 137 km ÷ 1/3 h = *411 km/h* e a *149° horários da direção norte.*

c) No diagrama acima, os vetores AA', BB', e CC' estão todos na mesma direção. O vetor velocidade relativa deve, portanto, estar na mesma direção e *não varia.*

Note que, neste problema, o vetor deslocamento tridimensional real, de um avião a outro, é realmente algo complicado, variando seu módulo e direção de uma maneira peculiar. A componente horizontal, no entanto, é bastante simples.

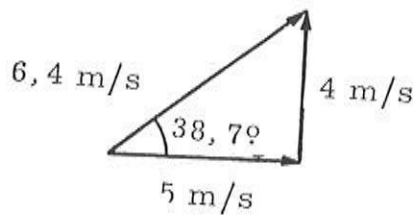
PROBLEMA 22

Um transatlântico navega a 18 km/h. Um passageiro, no convés, anda em direção à popa do navio, à razão de 4,0 m/s. Depois de percorrer 30 metros, êle se volta em ângulo reto, e anda no mesmo ritmo, em direção ao parapeito, situado a 12 metros do ponto onde fêz a volta.

(a) Qual é sua velocidade vetorial relativa à superfície da água enquanto se dirige para a popa? Enquanto caminha em direção ao parapeito?

(b) Trace os vetores deslocamentos relativos à superfície da água correspondentes a seu passeio. Qual foi o deslocamento total desde seu ponto de partida?

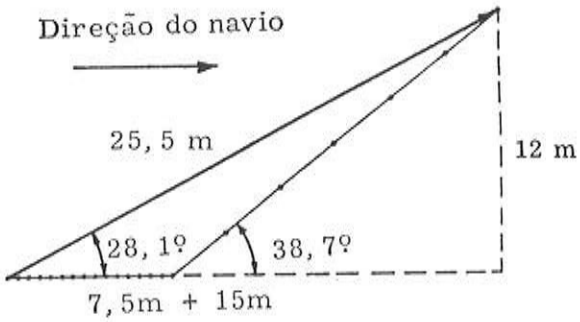
a) Para a primeira parte do seu percurso, o passageiro anda para trás a 4,0 m/s, enquanto o navio viaja para frente a 18 km/h = = 5,0 m/s. Relativamente à água, êle está viajando na mesma direção que o navio, a *1,0 m/s.*



Então, êle anda a 4,0 m/s em direção ao parapeito, enquanto o navio o leva para frente, a 5,0 m/s.

Move-se $\sqrt{4^2 + 5^2} = 6{,}4$ *m/s*, 38,7° na direção do trajeto do navio.

b) Êle anda durante 7 1/2 segundos, na primeira parte do seu passeio e durante 3 segundos, na segunda. Suas posições relativamente à água, a intervalos de 1/2 segundo, são mostradas no diagrama abaixo. Seu deslocamento total de *25,5 m*, num ângulo de *28,1° com a direção do navio*, pode ser medido a partir do diagrama. Uma solução analítica é o deslocamento = $\sqrt{(7\ 1/2\ \text{m} + 15\ \text{m})^2 + (12\ \text{m})^2} = 25{,}5$ m, num ângulo = Arc tg 12 m/(7 1/2 m + 15 m) = 28,1°.



PROBLEMA 23

Um pilôto naval, que planeja sua viagem para reunir-se ao seu porta-aviões, sabe que está a 600 milhas náuticas, ao sul do porta-aviões, no instante em que determina sua posição. A rota do porta-aviões é 15° leste de norte, e faz 25 nós (milhas náuticas por hora). O vento, na sua altura de vôo, sopra a 40 nós, 70° oeste de norte. Qual deve ser sua orientação e sua velocidade relativa ao ar para que se reuna ao porta-aviões ao fim de duas horas?

Na Figura (a), o avião está em A e o porta-aviões está a 600 milhas náuticas exatamente ao norte, em P. Durante as próximas duas horas, o porta-aviões se moverá para E, a 50 milhas náuticas a 15° leste de norte da sua posição inicial. (O diagrama foi alterado para mostrar os pequenos ângulos. Os alunos terão que traçar o diagrama numa escala bem maior). Para encontrar-se com o porta-aviões, o avião terá que percorrer o trajeto de A a E em duas horas. O deslocamento $\vec{AE}$ será o vetor soma de dois deslocamentos simultâneos; um deslocamento do vento $\vec{V}$, 80 milhas náuticas, 20° sul de leste e um deslocamento desconhecido do avião através da massa de ar ($\vec{AE} = \vec{V} + \vec{X}$). O último pode ser encontrado, subtraindo-se $\vec{V}$ de $\vec{AE}$, como na Figura (b). $\vec{AR}$ representa, portanto, a direção pedida e a distância que o avião deve percorrer através da massa de ar, em duas horas: 680 milhas náuticas, apontado para 5° *oeste de norte*. Uma vez que 680 milhas náuticas devem ser percorridas em duas horas, a velocidade necessária é *340 milhas náuticas por hora.*



Figura (a)

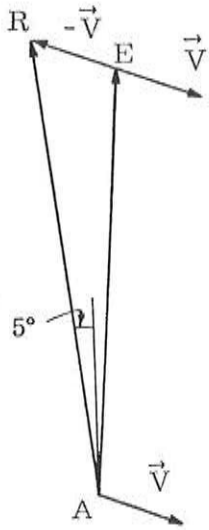


Figura (b)

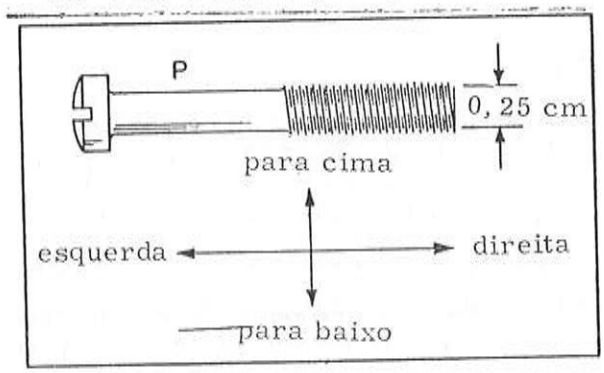
PROBLEMA 24

Um parafuso tem 24 filêtes por centímetro e um diâmetro de 0,25 cm. (Veja Fig 6-35).

(a) Determine o deslocamento resultante de um ponto, P, marcado sôbre o parafuso, quando o parafuso "avança" uma volta, em têrmos do deslocamento para cima, para baixo, para a direita, para a esquerda, para dentro e para fora do papel.

(b) Faça o mesmo para 1/2 volta.

(c) Faça o mesmo para 1/4 volta.



Êste problema exige a visualização, pelos alunos, de vetores deslocamentos tridimensionais. E também mostra a conveniência da notação de componentes.

a) Quando o parafuso adianta-se uma volta, o ponto P está novamente em cima. No entanto, êle avançou *1/24 cm para a direita.* Êste é o deslocamento resultante.

b) Para 1/2 volta, o ponto P move-se *1/48 cm à direita e 1/4 cm para baixo.* Note que estas componentes especificam completamente o deslocamento. É desnecessário dizer que o deslocamento é também $\sqrt{(1/48)^2 + (1/4)^2} = (1/48) \times \sqrt{145}$ cm, e 4,8° à direita da vertical para baixo.

c) Para 1/4 de volta (e um parafuso destro), o ponto P percorre *1/96 cm para a direita, 1/8 cm para baixo e 1/8 cm em direção ao observador.* Aqui especialmente, veja com que facilidade as componentes especificam o deslocamento. É também bastante fácil dizer que o módulo de seu deslocamento é $\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{96}\right)^2} = \frac{17}{96}$ cm, mas descrever a direção é mais difícil.

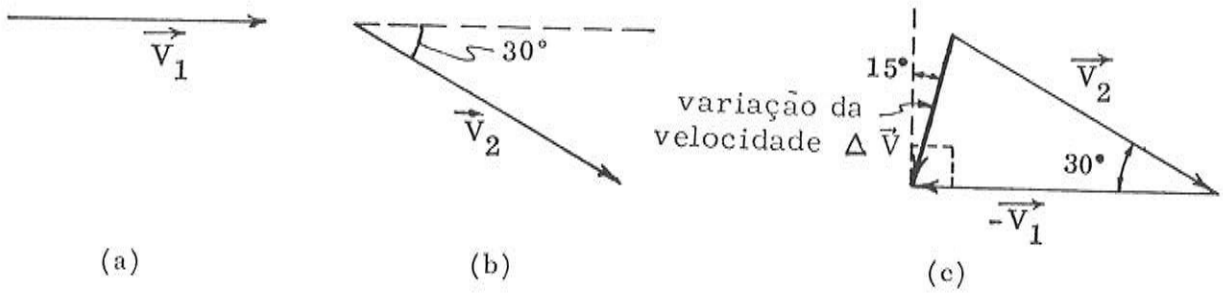
PROBLEMA 25

Um objeto que se move sôbre uma trajetória circular com uma velocidade constante de 2,0 m/s, varia em direção 30° em 3,0 segundos.

(a) Qual é sua variação de velocidade vetorial?

(b) Qual é sua aceleração média durante os 3,0 segundos?

a) Suponha que, no instante t = 0, o objeto esteja se movendo com a velocidade $\vec{V}_1$, mostrada no diagrama (a). Três segundos mais tarde, (b), êle está se movendo com a velocidade $\vec{V}_2$ (se admitimos um movimento no sentido horário). A variação em velocidade é, portanto, $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$, mostrada no diagrama (c).



(a) (b) (c)

Do diagrama (c), $1/2\ \Delta \vec{V} = 2 \text{ sen } 15° = 2 \times 0{,}2588$. $\Delta \vec{V} = 1{,}035$ m/s. Durante o intervalo de três segundos, a variação em velocidade é *1,035 m/s.* $\Delta \vec{V}$ sempre será dirigido a partir da posição do objeto, quando está no ponto médio do intervalo em direção ao centro da trajetória circular. Admitindo-se o movimento no sentido horário e $\vec{V}_1$ horizontal em direção à direita, $\Delta \vec{V}$ será dirigido a 15° no sentido horário, verticalmente para baixo.

b) Desde que a variação em velocidade ocorreu em 3 segundos, a velocidade estava variando à razão de $1{,}035 \div 3 = 0{,}345$ *metros por segundo por segundo.* Esta é a aceleração média durante o intervalo de 3 segundos. Do mesmo modo que $\Delta \vec{V}$, a aceleração está dirigida a partir do ponto médio do intervalo, em direção ao centro da trajetória circular.

PROBLEMA 26

Um relógio tem um ponteiro de segundos de 2,0 cm de comprimento.

(a) Calcule a velocidade do extremo do ponteiro.

(b) Qual é a velocidade vetorial do extremo do ponteiro de segundos a 0,0 segundo? Aos 15 segundos?

(c) Calcule sua variação de velocidade vetorial entre 0,0 e 15 segundos.

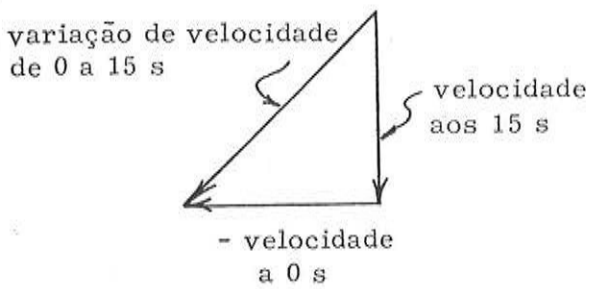
(d) Calcule seu vetor aceleração média entre 0,0 e 15 segundos.

a) O *extremo* do ponteiro dos segundos percorre $2\pi \times$ raio $= 2\pi \times 2{,}0 = 4\pi$ centímetros, em 60 segundos. Tem, portanto, uma velocidade de $\pi/15 = 0{,}21$ *cm/s.*

b) Considerando-se que o relógio esteja suspenso verticalmente, a velocidade vetorial em 0,0 segundo é um vetor de *0,21 cm/s, horizontalmente para a direita;* aos 15 segundos, é um vetor *0,21 cm/s verticalmente para baixo.*

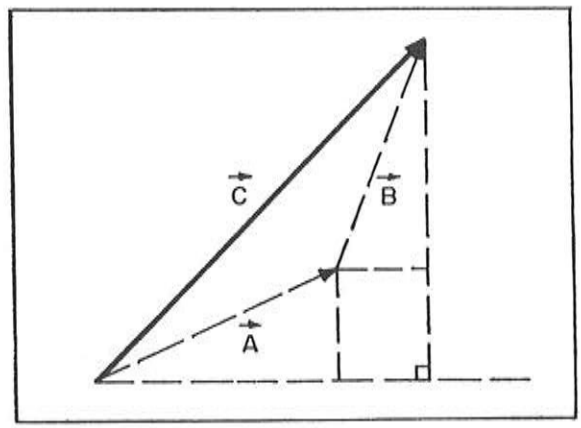
c) A variação na *velocidade* vetorial é o *vetor diferença* entre as velocidades vetoriais aos 15 e 0,0 segundos. É um vetor $0{,}21 \times \sqrt{2} = 0{,}30$ *cm/s dirigido 45° para baixo e para a esquerda.*

d) O vetor aceleração média é a variação de velocidade, dividida pelo intervalo de tempo no qual esta variação ocorreu, neste exemplo, 15 segundos. O vetor aceleração média, no extremo do ponteiro dos segundos, é, portanto, $0{,}30 \div 15 = 0{,}02$ *cm/s² para baixo, e a 45° à esquerda*



PROBLEMA 27

Indique, na Fig. 6-36, as componentes de $\vec{A}$ e $\vec{B}$ ao longo de cada eixo. Mostre que a soma da componente de $\vec{A}$ e a componente de $\vec{B}$, ao longo de cada eixo, é a componente de C ao longo dêste eixo. Observe, então que você pode obter $\vec{C}$, tanto somando $\vec{A}$ e $\vec{B}$ diretamente, como somando as componentes de $\vec{A} + \vec{B}$.

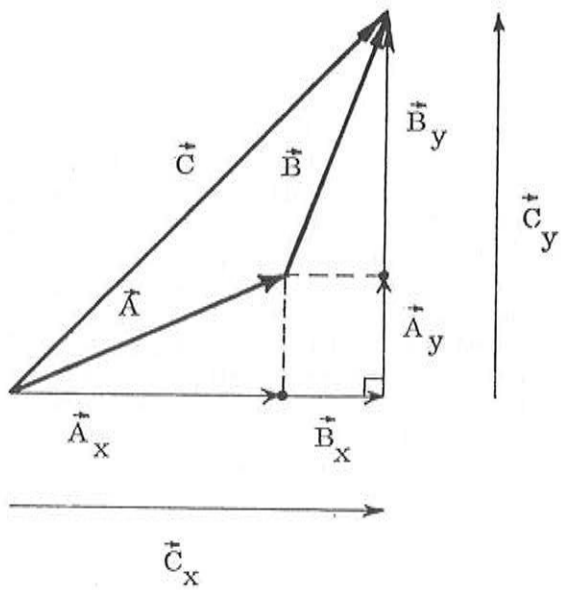


Êste problema leva os alunos a demonstrar que dois vetores podem ser somados, adicionando-se as suas componentes.

A solução está quase dada na Figura 6-36 do texto. Note que a componente de $\vec{A}$, ao longo do eixo horizontal, é $\vec{A}_x$ e de $\vec{B}$, $\vec{B}_x$. $\vec{A}_x + \vec{B}_x$ dá o vetor $\vec{C}_x$, traçado no diagrama. $\vec{C}_x$ é a componente horizontal de $\vec{C}$.

$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, mas observe também que $\vec{C} = \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{A}_y + \vec{B}_y$.

$$\vec{C} = \vec{A}_x + \vec{B}_x + \vec{A}_y + \vec{B}_y.$$



CAPÍTULO 7

MASSA, ELEMENTOS E ÁTOMOS.

O Capítulo 7 é o primeiro dos três capítulos que apresenta uma visão breve, mas completa, de algumas das mais importantes propriedades da matéria, particularmente de seus átomos como blocos constituintes e da variedade quase ilimitada de estruturas e propriedades resultantes de combinações de átomos. Os alunos, que já estudaram Química, estarão familiarizados com muitas conclusões alcançadas nestes capítulos. Outros alunos talvez tenham um conhecimento superficial com relação a algumas das idéias. Poucos alunos, não importando qual o seu conhecimento anterior, já terão uma idéia clara do *porque* as conclusões apresentadas são válidas. Assim, êsses capítulos têm duas finalidades principais: 1) fornecer uma visão introdutória da estrutura e das características da matéria, e 2) aumentar o conhecimento dos alunos sôbre como as conclusões científicas são estabelecidas e transformadas em teoria. Os conceitos importantes e sua evidência são desenvolvidos completamente no texto, extraído de experiências simples. As idéias apresentadas são fascinantes para a maioria dos alunos, e podem ser prontamente absorvidas como uma tarefa de leitura para casa, necessitando sòmente de uma ligeira discussão em classe.

O professor deve tomar particular cuidado nos Capítulos 7-9, para evitar um tratamento detalhado e quantitativo dos vários tópicos introduzidos. Uma visão detalhada é desnecessária, neste ponto. Muitos dêsses conceitos importantes serão desenvolvidos nas Partes III e IV, após ter sido dada a parte analítica quantitativa. Há sòmente poucos fatos a serem "ensinados" no Capítulo 7. Uma olhada na Seção 15 fornecerá um rápido resumo dos pontos mais importantes que os alunos devem aprender como resultado do estudo dêste capítulo.

O Capítulo 7 trata primeiramente a matéria de um ponto de vista macroscópico, considerando a massa, a densidade e a conservação da massa. A atenção é então dirigida para os aspectos microscópicos da matéria, primeiramente, na evidência química e espectroscópica dos elementos, e então, nas várias medidas físicas que permitem a determinação dos tamanhos dos átomos, em suas disposições regulares nos sólidos.

RESUMO DO CAPÍTULO

Parte A — Massa (Seções 1-6). A massa como medida, numa balança de braços iguais, é mostrada como sendo uma determinação razoável para comparar a quantidade da matéria em vários corpos, desde que é uma propriedade invariável do corpo, contràriamente ao pêso que varia de um local para outro. A densidade de um objeto, razão de sua massa pelo seu volume, é uma medida particularmente útil para a comparação de diferentes materiais, visto que a densidade é independente do tamanho ou forma de um objeto. A massa total num sistema isolado é conservada, a despeito das mudanças físicas ou químicas que possam ocorrer no sistema (a rigor, a massa equivalente de energia radiante deve ser incluída, normalmente, como uma correção desprezível).

Parte B — Os Elementos Químicos (Seções 7-9). Muitos materiais podem ser decompostos quìmicamente em substâncias mais simples. Os elementos são as substâncias que não podem mais ser decompostas por meios químicos.

Elementos individuais apresentam espectros característicos, quando emitem luz; diferentes fontes de evidência, análises espectroscópicas e métodos químicos concordam na identificação dos elementos. A análise espectral é um instrumento simples, mas poderoso, para determinar a composição atômica de várias substâncias.

Parte C — O Átomo (Seções 10-15). Muitas evidências do tamanho de átomos e moléculas são apresentadas. O microscópio eletrônico e o de campo iônico permitem determinações precisas do espaçamento entre átomos individuais nos sólidos. Outra evidência é fornecida pela espessura de monocamadas. Partículas atômicas individuais, que são emitidas em desintegrações radioativas, podem ser contadas em câmaras de bôlhas, emulsões fotográficas e contadores de cintilações. Os átomos, ainda que discretos, são vistos como sendo tão pequenos, que um número extraordinário dêles é necessário para preencher um pedaço de matéria visível, tantos que a matéria parece completamente contínua, sob um exame ordinário.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 7

Como foi observado antes, a maior parte do assunto dêste capítulo deve ser dada como leitura, e pouco tempo para discussão em classe deve ser reservado. O período de aula é melhor aproveitado para discussão de experiências e solução de alguns problemas quantitativos.

Se sua classe pertencer ao planejamento menor, êste capítulo juntamente com os Capítulos 8 e 9 deverão ser tratados, principalmente como leitura, com um mínimo de discussão em classe. Neste caso, sua discussão em classe deverá ser limitada exclusivamente às idéias e experiências principais e à solução de alguns problemas. (Para um bom resumo das principais idéias do Capítulo 7, exponha a Seção 15, página 149 do texto).

Muitos professôres, que puderam contar com o tempo (algo semelhante ao planejamento "longo" recomendado), concluíram que o entendimento dos fundamentos químicos alcançados por seus alunos compensava o tempo gasto.

	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
Tópico	Período de aula	Período de lab.	Exp.	Período de aula	Período de lab.	Exp.
Sec. 1-6	1	1	I-6	1/2	1	I-6
Sec. 7-9	1	1	I-7	0	0	-
Sec. 10-15	1	1	I-8	1/2	1	I-8

MATERIAIS RELATIVOS AO CAPÍTULO 7

Laboratório. Experiência 1-6 — *Pequenas Massas.* Nesta experiência, os alunos montam e calibram uma balança "de canudo", que permite medidas acuradas de massas tão pequenas como a de um cabelo humano. Os alunos adquirirão intuição em alguns dos projetos dos problemas de instrumentação, para medir pequenas massas. Esta experiência pode ser feita após a Seção 2.

Experiência I-7 — *Espectros de Elementos.* Nesta experiência, os alunos usam um espectroscópio simples, para observar os espectros característicos de alguns elementos. Esta experiência deve ser feita com a Seção 9.

Experiência I-8 — *Camadas Moleculares.* Nesta experiência, os alunos fazem uma medida direta do limite superior do tamanho de moléculas, determinando a espessura de uma película monomolecular. A experiência pode

ser feita em qualquer ocasião, após completada a Seção 9.

Veja as Notas de Laboratório para sugestões sôbre essas experiências.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com o seu nível avaliado de dificuldade e as seções a que se referem. Os que são especialmente apropriados, para discussão em classe e projetos para casa, estão indicados. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*). As respostas dos problemas são dadas nas páginas do CCL: respostas abreviadas nas páginas 133-134; comentários e soluções detalhadas nas páginas 135-147.

A. Matéria e Massa

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1, 2, 3	1, 4	2, 3*		1, 2*, 4
4, 5	5, 6, 8, 10	7, 9*		6, 7, 9
6		11		

B. Os elementos Químicos

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em Classe	Projeto de casa
7		1		1	
8	2, 5	3, 4		2, 3	
9					6

C. O Átomo

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projeto de casa
11	1*	3	6	1*, 3	
12		5	4*	4*	2
13	8*	7	9	7, 9	

Filmes. Um filme está planejado, "Atoms and Spectra", pertinente à Parte B do capítulo. Êste filme não estava terminado, quando êste guia foi escrito. O filme "Measuring Small Distances", ainda que não diretamente pertinente ao Capítulo 7, mostra algumas distâncias próximas às atômicas, como são percebidas com o microscópio eletrônico e o de campo iônico. Se mostrou êsse filme anteriormente, você poderá relembrar aos alunos, enquanto estiver discutindo os tamanhos dos átomos, que êles já viram um pouco dêste tipo de evidência.

A. Matéria e Massa

Seção 1 — Matéria e Sua Medida
Seção 2 — A Massa na Balança
Seção 3 — O Significado de Massa
Seção 4 — Densidade
Seção 5 — Medidas Indiretas de Massa
Seção 6 — Conservação da Massa e Conservação da Matéria

FINALIDADE. Introduzir a massa como uma medida da quantidade de matéria, para mostrar como a massa de um objeto pode ser determinada, e para dar as massas de objetos típicos.

CONTEÚDO a. A balança de braços iguais pode ser usada para comparar massas.

b. A massa é uma propriedade invariável; ao contrário, o pêso de um objeto depende da sua localização, bem como de sua massa.

c. A densidade de um objeto é a relação de sua massa pelo seu volume; o conceito de densidade é muito útil no cálculo de massas.

d. A massa total é conservada; em raros casos, tais como em reações nucleares, a massa equivalente de energia deve ser incluída na avaliação da massa.

ÊNFASE. Êste capítulo é uma exploração introdutória de conceitos que são úteis ao trabalhar com a matéria. Começamos a desenvolver a idéia de massa. O fato de que a massa gravitacional é definida por pesagens deve ser a idéia central. Êste é um simples refinamento de noções grosseiras sôbre a quantidade de matéria. Nas Partes III e IV, as idéias dos alunos sôbre massa (energia) serão ampliadas.

A idéia de densidade não requer grande ênfase. É simplesmente uma idéia cômoda para comparar as massas de volumes unitários de diferentes amostras de matéria. A densidade é um indício conveniente para um aspecto da distribuição da matéria no espaço.

O trabalho em classe, sôbre estas seções, deve estar relacionado principalmente em dirigir a atenção dos alunos para as idéias mais importantes e o esclarecimento das perguntas dos alunos, ao invés de estender o conceito de massa (e densidade) além do nível apresentado no texto.

DESENVOLVIMENTO. A discussão, em classe, de problemas tais como 1, 2 e 4 pode ser empregada na consideração do significado de massa. Problemas tais como 6, 7 e 9 podem ser usados como base para a discussão da densidade.

Talvez seja útil usar o conceito de densidade para o cálculo de massas. Alguma discussão sôbre a Tabela 2, página 126, pode ser interessante. A tabela abaixo dá as densidades de algumas outras substâncias.

TABELA DE DENSIDADES

Elementos Leves	Densidade g/cm³
Lítio	0,53
Sódio	1,5
Magnésio	1,7
Berílio	1,85
Grafite	2,2
Diamante	3,5
Boro	2,65
Alumínio	2,7

Elementos Pesados	
Ferro	7,9
Cobre	8,9
Bismuto	9,8
Chumbo	11,3
Mercúrio (líquido)	13,6

Elementos Muito Pesados	Densidade g/cm³
Ouro	19,3
Platina	21,4
Irídio	22,4
Ósmio	22,5

Substâncias Diversas	
Hidrogênio Líquido (−255°C)	0,07
Gasolina	0,68
Álcool Etílico	0,79
Gêlo	0,92
Areia	2,3
Rochas na Crosta da Terra	2,7
Madeiras (Sêcas no fôrno)	
Balsa	0,12 — 0,20
Freixo	0,52 — 0,64
Faia	0,52 — 0,72
Cedro	0,31 — 0,70
Olmo	0,55 — 0,66
Cecômoro	0,50 — 0,68
Carvalho	0,65 — 0,98
Pinho	0,37 — 0,64

A Experiência de Laboratório I-6 será útil para dar aos alunos uma vivência de como pequenas massas podem ser detetadas.

Avaliando Densidades e Massas: Se você quiser ampliar sua discussão de massa e densidade além do mínimo, poderá comprar algumas amostras de diferentes materiais, em simples formas geométricas, se possível; isso auxiliará a ter amostras de volumes iguais.

Mande os alunos levantarem individualmente essas amostras e avaliarem as densidades; dando uma das amostras de água para comparação, melhorará sua capacidade nas avaliações. Deixe-os conferir suas estimativas com uma balança.

A densidade pode ser aproximada, usando-se água para pesar a amostra. Marque o volume da amostra, duas vêzes seu volume, etc. num béquer ou num cilindro graduado. (O volume da amostra pode ser determinado por seu deslocamento de água). O nível da água, cuja massa é igual à da amostra, é uma indicação visível direta da densidade da amostra (em g/cm^3). (Naturalmente, o béquer vazio deve ser pesado, antes de começar a medida. O uso de água colorida tornará os resultados fàcilmente visíveis).

Os alunos podem familiarizar-se com densidade de substâncias comuns, tentando estimar a massa de grandes objetos de tamanho conhecido. Pode-se sugerir objetos comuns ou, talvez, de geometria simples, perguntando a massa carregada por um caminhão de 10 m^3, com carga de materiais diferentes. O interêsse pode ser aumentado, mandando os alunos sugerirem os materiais. Deixe um aluno usar um manual, no qual possa achar as densidades de qualquer material sugerido.

Comece com líquidos e mande achar a massa de um dado volume de água, álcool, gasolina, etc. Depois, tente extremos, tais como hidrogênio em líquido, mercúrio. Quando você chegar aos sólidos, poderá iniciar com madeiras ou pedras e, então, pedir aos alunos que sugiram materiais mais pesados. A sugestão mais comum para uma substância pesada é o chumbo; é freqüentemente uma surprêsa, para os alunos, que o cobre e a prata sejam quase da mesma densidade, e que o ouro e a platina sejam bem mais densos. O metal mais denso é o ósmio.

Princípio de Arquimedes. A maior parte de seus alunos provàvelmente conhece o Princípio de Arquimedes, mas, se dispuser de tempo, peça para fazer o Problema 9, e discuta-o em classe. Veja a solução do Problema 9 nas páginas do CCL, e dê mais ênfase aos objetos flutuantes do que aos submersos. Uma demonstração ajudará os alunos a se lembrarem do Princípio de Arquimedes.

Caso você fôr levado a uma discussão de objetos submersos, será melhor falar de uma redução *aparente* em massa, igual à massa da água deslocada. Evite qualquer discussão detalhada sôbre fôrças, neste ponto. Se você discutiu objetos submersos, pode mencionar a redução aparente de massa de um objeto que está deslocando ar. (Isto é, cêrca de $1{,}2 \times 10^{-3}$ g por cm^3; em medidas precisas de massa, uma correção deverá ser feita para a flutuação do ar, se o tamanho da amostra fôr diferente do volume das massas-padrão, ou "pesos"). Proponha aos melhores alunos achar a massa real de um bloco de alumínio (densidade 2,7 g/cm^3) se a massa aparente, determinada numa balança com massas-padrão de latão (densidade 8,4 g/cm^3) é 8,4000 g. (O alumínio desloca 3,1 cm^3 de ar, enquanto o latão desloca sòmente 1 cm^3; portanto, 2,1 cm^3 resultantes de ar foram deslocados pelo alumínio, correspondendo a 2,5 mg. A massa real do bloco de alumínio é, portanto, 8,4025 g).

COMENTÁRIO. *Massa e Pêso.* Tente precaver-se contra a confusão entre massa e pêso, sem entrar numa discussão detalhada de fôrças ou unidades. Um modo de dar ênfase a esta idéia é referir-se, após ter feito um problema, a êsse mesmo problema na Lua, e perguntar quais as quantidades que são as mesmas. Os alunos estão normalmente familiarizados com a idéia de que o pêso de um objeto é bem menor na Lua do que na Terra. O principal propósito de introduzir a massa, nesta altura, é estabelecer uma medida quantitativa da matéria. O pêso é introduzido, porque é usado na mais simples determinação intuitiva de massa. (O Problema 3 ilustra a distinção entre massa e pêso, e uma breve discussão dêste problema normalmente basta para fazer a distinção necessária).

Realmente, aqui não é oportuno para se tentar um estudo rigoroso de massa, que poderia envolver fôrças, inércia e energia, pois tudo isso será tratado com detalhes, na Parte III. Os únicos conceitos que necessitam de ênfase, agora, são os de que existe uma constante associada à cada objeto, sua massa gravitacional, e que seu pêso depende da sua massa gravitacional e sua posição. Êstes conceitos podem ser introduzidos ràpidamente, numa discussão do Problema 3.

Tópicos a Serem Evitados. (1) A Lei de Newton, da Gravitação Universal, que mostra a proporcionalidade entre pesos e massas, não deve ser dada antes da Parte III.

(2) A massa inercial, que será definida na Parte III em têrmos da lei do movimento de Newton, não deve ser discutida, nessa altura. A relação entre massa inercial e gravitacional é discutida com detalhes, no Guia da Parte III.

(3) A Equivalência de Massa e Energia. Não se aprofunde a respeito das implicações de "massa total", como foi usada na Seção 6, para distingui-la de "matéria". Se alguns alunos lhe perguntarem, após a aula, poderá dizer-lhes que a massa total é a soma da massa que um objeto teria no repouso (isto é, a massa de repouso) e a massa equivalente de energia; tôda a energia deve ser incluída: energia de movimento, energia potencial e energia radiante. Você pode salientar que a massa equivalente de energia é pequena, mas é melhor adiar declarações quantitativas ou fórmulas, até que a energia tenha sido definida na Parte III.

Suplemento sôbre Massa e Energia. Se os alunos perguntarem, você poderá dizer-lhes que a energia radiante, tal como a luz ou o calor, tem massa gravitacional. Por exemplo, a luz é encurvada na presença de um objeto de grande massa, tal como uma estrêla.

A fórmula já famosa, $E = mc^2$, exprime a *equivalência* de massa e energia. A constante de proporcionalidade entre elas é o quadrado da velocidade da luz, c^2. Massa é energia e energia é massa. A massa de uma cuba de água, na qual a água está em repouso, é menor do que a massa da mesma cuba de água, com a água girando no seu interior. No entanto, nenhuma balança é bastante sensível, para detetar esta diferença.

Em muitas reações químicas, energia é liberada, enquanto ocorrem as mudanças químicas. A massa (energia), que é assim liberada, é realmente desprezível. Por exemplo, um quilograma de TNT liberta cêrca de 10^6 joules de energia, quando explode, mas isto corresponde a sòmente $\triangle m = \frac{10^6 \text{ joules}}{(3 \times 10^8 \text{m/s})^2}$ $\approx 10^{-11}$ quilogramas.

Nesta altura do curso, a energia irradiada como luz ou calor pode ser considerada análoga ao gás que talvez escape de uma reação química. Se o recipiente fôr fechado, nenhum gás escapará; se as paredes do recipiente fôrem completamente opacas, nenhuma energia radiante poderá escapar, e a massa medida na mesma balança permanecerá constante. Se a energia escapar, como foi comentado acima, sua massa será normalmente desprezível. Mesmo em reações nucleares fantàsticamente energéticas, que ocorrem na bomba atômica, sòmente cêrca de 0,1% da massa original é liberado em forma de energia. Se pudéssemos encerrar completamente a explosão nuclear e todos os seus produtos, num recipiente sôbre uma balança, não observaríamos mudança alguma de massa.

Há algumas reações nas quais há 100% de conversão daquilo que normalmente chamamos matéria, em radiação. Por exemplo, um pósitron (elétron positivo), que tem uma massa de cêrca de 9×10^{-31} kg, pode combinar-se com um elétron (negativo) normal, cuja massa é também 9×10^{-31} kg. O resultado é que ambos desaparecem (aniquilam-se) e em seu lugar aparece energia pura equivalente a 18×10^{-31} kg (isto é, cêrca de 1 milhão de elétron-volts de energia) .

Da discussão acima, você concluirá que a confusão poderá ser evitada, se não se referir à "conversão de massa em energia". A radiação (energia) tem massa.

B. Os elementos Químicos

Seção 7 — Análise e Síntese Química

Seção 8 — Os Elementos

Seção 9 — Análise Espectral

FINALIDADE. Propiciar uma união entre a medida grosseira de matéria, massa, e os blocos microscópicos constituintes, os átomos.

CONTEÚDO a. Substâncias puras (isto é, substâncias com propriedades uniformes) podem sofrer reações químicas, tais como decomposição e síntese.

b. Os compostos químicos são especificados como combinações invariáveis de elementos; os

compostos podem ser decompostos quìmicamente, enquanto isso não acontece com os elementos.

c. A análise espectral reforça a conclusão, originalmente baseada na evidência química, de que tôda a matéria é composta de uma lista básica de, aproximadamente, 100 elementos.

ÊNFASE. Êste assunto deve ser lido em casa, mas não tomará um tempo significativo de aula para o seu desenvolvimento, porque os alunos provàvelmente já conhecem essas idéias, por meio de cursos de ciência. Trate dêste assunto com brevidade.

COMENTÁRIO. *Evite Definições Rigorosas.* Muitos alunos já viram definições por demais simplificadas ou redundantes sôbre as palavras "compostos", "elementos" e "átomos". (Por exemplo, um elemento é, às vêzes, definido como uma substância pura que não pode ser decomposta por meios químicos; mas a expressão "meios químicos" é difícil de definir, sem usar os têrmos "elementos" e "átomos".) Desencoraje o uso dessas definições; ao concluir o curso, os alunos terão uma idéia muito clara de átomos e elementos. Nessa altura do curso, idéias, como as desenvolvidas no texto, são suficientes, mas não devem ser memorizadas, como se elas dessem uma visão completa.

A definição moderna mais simples de um átomo está baseada na estrutura atômica e na existência conhecida de um núcleo atômico, constituído de prótons e neutrons. Um átomo é um núcleo atômico, envolvido por um número de elétrons igual ao seu número de prótons. Um elemento é constituído de átomos que têm o mesmo número de prótons em seu núcleo.

As definições mais antigas são redundantes, porque, para serem corretas, devem excluir mudanças nucleares. Assim, os têrmos "decomponível" ou "por meio químico" são suficientemente restritivos, sòmente até o ponto em que êles excluem mudanças nucleares. Por exemplo, uma técnica de decomposição química é o aquecimento, mas temperaturas extremamente altas (como estão sendo exploradas para reações termonucleares) podem produzir mudanças nucleares e converter uma espécie atômica em outra.

De maneira semelhante, a distinção entre misturas e compostos, às vêzes, torna-se difícil. Misturas como a água salgada podem ser distingüidas de compostos químicos simples, tais como água ou sal, que têm composição química invariável. Mas esta distinção não pode ser aplicada a moléculas muito grandes (tais como moléculas de proteínas) que podem conter milhões de átomos. Um pequeno "engano" no número ou disposição dos átomos não muda necessàriamente o comportamento químico de um "composto" tão complexo.

Análise Espectral. Não se detenha na análise do espectro ou suas implicações, agora. Os alunos podem observar alguns espectros e fazer a Experiência I-7, mas não tente ir além das noções qualitativas, nesta altura.

Para dar aos alunos a idéia intuitiva de um espectro, os "espectroscópios" descritos na Seção 9 são intencionalmente tôscos, a fim de que os alunos se concentrem no espectro, ao invés de se deterem na observação dos detalhes do instrumento. Haverá amplas oportunidades na Parte II do curso, para que os alunos entendam todo o funcionamento do espectroscópio.

Pela mesma razão, não se deve dizer aos alunos, aqui, *porque* os elementos emitem linhas espectrais discretas, ou porque estas linhas diferem para diferentes elementos. Os espectros podem ser mencionados qualitativamente, como uma possível e importante pista para a estrutura atômica. Esta pista será novamente considerada e estudada, na Parte IV.

Bandas ocorrem nos espectros moleculares, por causa das interações entre os elétrons mais externos e o núcleo. Êste efeito tende a "afetar" as separações de níveis de energia atômica. Em sólidos, os elétrons interagem com muitos núcleos, e o espectro de raias emitidas se torna pràticamente contínuo, assemelhando-se ao espectro da luz solar. A intensidade relativa de diferentes côres, no espectro, depende mais da temperatura do sólido do que do material que constitui o sólido.

C. O Átomo

Seção 10 — Soletrando a Matéria — Átomos

Seção 11 — Observando Átomos

Seção 12 — Mais Evidência dos Átomos

Seção 13 — Contagem de Partículas Atômicas

Seção 14 — Os Agrupamentos de Átomos

Seção 15 — Uma Olhada para o Capítulo

FINALIDADE. Salientar que os átomos são os blocos básicos que constituem a matéria, e apresentar algumas observações experimentais diretas que sustentam o modêlo atômico.

CONTEÚDO a. Qualquer tipo de matéria é, simplesmente, uma disposição particular de 100 tipos de átomos, aproximadamente.

b. O tamanho do átomo pode ser inferido a partir de vários tipos de medidas; a dimensão linear típica de um átomo é da ordem de 2×10^{-10}m.

c. Uma contagem de partículas radioativas pode ser usada para confirmar as estimativas de distâncias atômicas.

d. Embora o átomo forme uma unidade natural, o enorme número de átomos, mesmo em pequenos pedaços de matéria, ofusca os blocos constituintes individuais e torna a matéria aparentemente contínua.

ÊNFASE. Êste assunto pode ser tratado com brevidade. Os alunos podem apreender as idéias gerais do texto, o que pode ser feito melhor, se não fôrem sobrecarregados com detalhes sôbre experiências ou outras evidências pertinentes a átomos.

Faça uso do tempo disponível, para efetuar os cálculos de uma ou duas experiências (veja DESENVOLVIMENTO abaixo). Amplie êsses exemplos com trabalhos de laboratório ou demonstrações.

COMENTÁRIO. As duas idéias mais importantes apresentadas nessas seções são as de que a matéria é composta de átomos e que se pode captar algumas das propriedades dos átomos, a partir de medidas diretas. A maioria dos alunos pode obter estas idéias do texto, mas alguns necessitarão de ajuda, porque pensarão erradamente que se espera dêles um entendimento maior do que o pretendido pelo curso.

A melhor maneira de auxiliar os alunos é refazer o raciocínio e os cálculos, envolvidos ou em uma experiência de monocamada ou em uma experiência de contagem de radioatividade.

Definitivamente, não é oportuno, aqui, tentar convencer os alunos de que estas experiências (ou fatos adicionais que você fornece), necessàriamente, *provam* a existência de átomos ou dão valôres incontestáveis ao tamanho do átomo. Evite introduzir argumentos adicionais e informações, para justificar as deduções dadas no texto e nos problemas; êsses levantam, invariàvelmente, outras questões que envolvem detalhes de Física e Química, bastante complexos para serem introduzidos neste ponto.

É melhor começar uma discussão quantitativa, supondo a existência de átomos (sem concluir qualquer impressão especial dessa suposição) e, depois, calcular particularidades atômicas. Experiências e raciocínios simples podem conduzir a boas estimativas de distâncias atômicas. Estas distâncias podem ser usadas para determinar o número de átomos, numa dada amostra; o número de átomos com a massa total dá, então, a massa de um átomo. Após os alunos terem passado por essas situações, devem possuir uma vivência maior sôbre átomos, como blocos constituintes da matéria, e uma melhor avaliação dos átomos, do que talvez conseguissem por argumentos mais rigorosos.

Alguns alunos talvez tenham dificuldades com a idéia de "ver" átomos. Êles pensam no têrmo "ver", em seu sentido usual, e desejam saber com que se parece um átomo; alguns podem até mesmo pensar que os átomos se parecem com as bolas de cortiça da Figura 7-16. Se algumas perguntas fôrem feitas, esclareça que as evidências dadas pelo microscópio eletrônico, pelo microscópio de campo iônico, pelos raios X e pelas monocamadas são ainda indiretas; o fato dessas evidências serem indiretas não as torna menos convincentes. Infor-

mações mais diretas sôbre átomos e estrutura atômica serão dadas, na Parte IV. Nestas seções do Capítulo 7, não há evidência direta a respeito da aparência do átomo; há evidência indireta, mas fácil de ser interpretada, sôbre a distância entre os átomos. Esta distância, agora sabemos, é essencialmente a mesma que o tamanho atômico, mas a relação entre distância (espaço) e tamanho não é óbvia para todos, e alguns alunos podem não compreendê-la.

DESENVOLVIMENTO. Dois diferentes tipos de experiências, que dão informações um tanto diretas sôbre átomos e que os alunos podem entender imediatamente, são as medidas da espessura de monocamadas e a contagem de partículas, pelo decaimento radioativo.

A. *A Espessura de Películas.* Os alunos devem fazer a Experiência I-8, Camadas Moleculares. A discussão, em classe, do Problema 1 (veja as páginas do CCL, para sugestões) pode ser usada como uma boa iniciação para essa experiência. Sugestões para a introdução da própria experiência serão encontradas nas Notas de Laboratório, sôbre a Experiência I-8. Após completar a experiência, a discussão do Problema 4, em classe, pode auxiliá-lo na verificação do aprendizado dos alunos sôbre o completo sentido dessa experiência.

Se dispuser de tempo, você poderá mostrar como se obtém informações sôbre a massa molecular, fazendo o Problema 5 em classe. Note que a informação dada no enunciado do Problema 5 envolve tipos adicionais de dados experimentais. Uma experiência de espessura de película dá sòmente uma dimensão linear, mas o problema também fornece a área seccional. Êste pormenor pode ser freqüentemente obtido, com o auxílio do raio X. (Se a molécula fôsse suposta simétrica, sua área seccional seria estimada em $(1{,}12 \times 10^{-9}\text{m})^2 = 1{,}24 \times \times 10^{-18}\text{m}^2$, que é cêrca de 2,7 vêzes a área seccional real. No entanto, um êrro de um fator 3, no volume, não mudaria as estimativas de ordem de grandeza). Mais uma evidência experimental seria necessária também para determinar que há 54 átomos por molécula; êste número pode ser determinado, usando processos químicos.

B. *Tamanho Atômico Deduzido pela Contagem de Átomos.* Muitos alunos podem entender a Seção 13 sem ajuda, se a estudarem cuidadosamente, mas, se você tiver tempo, uma interessante discussão em classe poderá ser organizada, em tôrno dos Problemas 7, 8 e 9.

O Problema 8 é o mais fácil e pode ser usado para motivar os outros dois. Pela proposição do 8, conhece-se o número de partículas emitidas por um miligrama; os Problemas 7 e 9 dão sequência, um tanto vagarosamente, ao raciocínio usado para encontrar êsse número. O Problema 7 mostra claramente como se pode saber qual fração das partículas emitidas alcança um detector. O Problema 9 mostra como se pode decidir qual fração dos decaimentos ocorre num dado intervalo de tempo.

Observe que, mesmo após êsses três problemas terem sido resolvidos, haverá ainda suposições não verificadas, usadas nos cálculos. Por exemplo, deve-se supor que exatamente uma partícula seja emitida por átomo. Há decaimentos nucleares radioativos, em que várias partículas são emitidas; há outros em que um tipo particular de partículas é emitido sòmente por alguns dos átomos, enquanto outras partículas (que poderiam não ser detetadas numa experiência particular) são emitidas pelos outros átomos. Também supomos que cada partícula emitida sai da fonte, e percorre uma distância pelo menos igual à distância da fonte ao detector. Além disso, admitimos que o detector registre cada partícula.

Do mesmo modo, essas suposições podem sòmente ser justificadas por outras experiências. Entretanto, tais experiências auxiliares não devem ser mencionadas. Os alunos devem entender as suposições, a fim de compreender o que estão calculando, mas essas suposições não devem ser salientadas. Por exemplo, as suposições podem ser sintetizadas, estabelecendo-se que (a) (exatamente) cada átomo emite uma partícula e (b) tôda a partícula atômica, que alcança o detector, é registrada.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

GERAL. A menos que seu planejamento inclua um tempo considerável, você provàvelmente deve dar sòmente alguns dos problemas dêste capítulo. O Problema 9, apesar de apre-

sentar alguma dificuldade, pode ser, particularmente, um atrativo para sua classe, visto que envolve a "descoberta" do Princípio de Arquimedes, que não é tratado em parte alguma do texto.

As tabelas seguintes classificam os problemas para as Partes A, B e C, dêste capítulo, de acôrdo com seus níveis estimados de dificuldade e as seções a que se referem. Estão indicados os que são especialmente apropriados para discussão em classe e projetos para casa. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

As respostas de todos os problemas, que necessitam de uma resposta numérica ou abreviada, são dadas após as tabelas. Soluções detalhadas acham-se nas páginas 135-147.

A. Matéria e Massa

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em Classe
1, 2, 3	1, 4	2, 3*		1, 2*, 4
4, 5	5, 6, 8, 10	7, 9*		6, 7, 9
6		11		

B. Os elementos Químicos

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projeto de casa
7		1		1	
8	2, 5	3, 4		2, 3	
9					6

C. O Átomo

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	projeto de casa
11	1*	3	6	1*, 3	
12		5	4*	4*	2
13	8*	7	9	7, 9	

PARTE A — RESPOSTAS ABREVIADAS

1. (a) Não.
   (b) Varia o volume.
   (c) Não.
2. Veja discussão na página 135.
   (a) Sim.
   (b) Use a pepita como padrão, calibre rochas ou quaisquer objetos sólidos, para fazer múltiplos e submúltiplos.
   (c) Envie o padrão.
3. (a) Mais na Groenlândia. Menos na Zona do Canal.
   (b) Zona do Canal, 0,25% mais leve; Denver, 0,11% mais leve; Worcester,

0,03% mais leve; Groenlândia, 0,19% mais pesado. O pêso aumenta, quando a latitude aumenta. O pêso diminui, quando aumenta a altitude.

(c) Não.

4. A está errado; quebrar uma noz não depende da atração da gravidade. B não poderia pesar, porque uma balança de braços iguais não funciona na ausência da gravidade, mas êle poderia quebrar a noz. C está certo.

5. (a) $5{,}50 \times 10^3$ kg/m^3.
   (b) Presumìvelmente, os materiais mais leves flutuavam na superfície, quando a Terra estava tomando forma.

6. $1{,}3 \times 10^2$ kg. Provàvelmente, não.

7. (massa concreto + massa ar) ÷ volume total < densidade da água.

8. (a) 2×10^5 caixas.
   (b) 9×10^4 kg.
   (c) $7{,}0 \times 10^2$ kg/m^3.

9.

Material	(a) Densidade g/cm^3	(b) Massa de água deslocada em g.
Cortiça	0,17	10
Madeira	0,75	27
Esponja	0,50	20

   (c) Fração submersa na água = densidade do corpo.
   Massa de água deslocada = massa do corpo flutuante.

10. (a) Compare pesos de um certo número de pedaços de papel de igual área.
    (b) Suponha que o papel tenha espessura uniforme.
    (c) O micrômetro óptico poderia ser usado para conferir a espessura em diferentes pontos.

11. (a) 0,889 kg.
    (b) 0,090 kg.
    (c) 0,270 kg.

PARTE B — RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Veja discussão na página 139.
2. (a) Não.
   (b) Possìvelmente.
   (c) Não.
3. (a) Não.
   (b) Não.
   (c) Zn e H_2 são elementos. HCl e $ZnCl_2$ são compostos.
4. (a) O hidrogênio é o elemento citado, mais leve.
   (b) O átomo de silício tem uma massa de cêrca de 1/2 da massa do átomo de ferro.
4. (c) Não, não há informações sôbre o volume.
5. Água.
6. A luz de diferentes fontes tem diferentes côres e intensidades.

PARTE C — RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Âtomos dêsse tamanho poderiam ser vistos.
2. Veja discussão na página 142.
3. $V = 1{,}66 \times 10^{-29}$m^3.
   $m = 4{,}48 \times 10^{-26}$kg.
   $R = 1{,}27 \times 10^{-10}$m.
4. (a) 0,45%.
   (b) $4{,}0 \times 10^{-3}$g.
   (c) $8{,}0 \times 10^{-5}$g.
   (d) $8{,}9 \times 10^{-5}$ cm^3.
   (e) $1{,}1 \times 10^{-7}$cm.
   (f) Sim.
5. (a) $2{,}1 \times 10^{18}$ moléculas/mg.
   (b) $4{,}8 \times 10^{-22}$g.
   (c) $8{,}9 \times 10^{-24}$g.
   (d) $1{,}9 \times 10^{-24}$g.
6. 8×10^{-24}m^3.
   10^6 átomos.
7. Veja discussão na página 145.
8. (a) 3×10^{-22} g/átomo.
   (b) 3×10^{-29} m^3/átomo. Concorda com os cálculos do texto.
9. (a) Veja gráfico na página 146.
   (b) 11%
   (c) 16%.
   (d) 4 dias.
   (e) 3×10^{17} partículas. Isto concorda com a contagem do polônio.

PARTE A — COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Debulhando ervilhas, você pode verificar que 12 vagens cheias dão 12 vagens vazias e 91 grãos, isto é, 103 peças, em lugar das 12 originais.

(a) Mudou a quantidade de matéria?

(b) Mudou o volume?

(c) Variou a massa — determinada por pesagem numa balança?

Êste problema mostra que a massa é mais conveniente do que o volume, como medida de quantidade de matéria.

a) A quantidade de matéria não mudou, embora tenha variado o número de peças. As peças foram simplesmente reorganizadas no espaço.

b) O volume varia. Como varia depende, provàvelmente, do modo como as vagens são tratadas, ao debulhá-las! Se as vagens fôrem abertas cuidadosamente, ao longo de seu comprimento e retiradas as ervilhas de maneira que as vagens mantenham suas formas originais, o volume total das ervilhas mais as vagens aumentará. Se, por outro lado, as vagens fôrem abertas, de modo que possam ser separadas em fôlhas, o volume total das ervilhas mais as vagens será, provàvelmente, menor.

c) Não há variação na massa determinada por pesagem. Deve-se admitir que não há variações, tais como evaporação da água.

PROBLEMA 2

Imagine que o enviam, numa expedição, a uma selva sul-americana, para analisar jazidas de minérios. À chegada, você encontra o equipamento de laboratório completo, exceção feita das massas-padrão. Você tem uma pepita de ouro, cuja massa, desconhecida, você avalia em aproximadamente um quilograma.

(a) Poderia você usar a pepita como massa-padrão durante seu trabalho?

(b) É impraticável enviar-lhe massas, e você está decidido a concluir o trabalho. Como improvisaria você um jôgo de massas que dariam resultados dignos de confiança?

c) Seus resultados quantitativos devem ser enviados pelo correio ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas, em São Paulo. Òbviamente, os dados, em têrmos de sua massa-padrão particular, teriam, lá, significado limitado. Como resolveria você o problema de lhes tornar os dados completamente úteis?

Êste exercício pode ser utilizado como base para uma breve discussão em classe. Os alunos (e professôres) talvez perguntem porque o destemido explorador resolve usar uma pepita de ouro, ao invés de água como sua massa-padrão temporária; mas o uso da água tornaria as coisas fáceis demais.

a) A pepita pode ser usada como massa-padrão. Tôdas as "massas-padrão" estão simplesmente calibradas, uma em relação à outra, e o "padrão" real é bastante arbitrário. Neste caso, o explorador definiu simplesmente sua pepita como sendo o seu padrão, igual, talvez, a um pep. (Provàvelmente, êle não supõe que isso possa ser um quilograma).

b) Um jôgo de massas de trabalho pode ser fàcilmente improvisado. Recorra a pedras, etc., que equilibrarão exatamente a pepita (massa de um pep), depois, uma que equilibre a pepita mais um pep de pedra (massa 2 peps), etc. Dêste modo, poder-se-ia constituir qualquer sequência desejada de massas maiores que um pep. Uma disposição útil seria 1, 2, 2, 5, 10, 20, 20, 50, 100, etc., que dará uma massa entre 1 pep e 200 peps, com a precisão de um pep. Se o explorador desejar maior precisão do que a obtida, terá que improvisar um conjunto fracionário de massas pep, empregando um processo semelhante (por exemplo, dividir cuidadosamente a massa de um pep em duas partes iguais, guardando todos os pedaços, até que as duas metades se equilibrem — uma pedra que equilibrar uma metade é, então, a massa de 1/2 pep, etc.).

A ordem das massas, apresentada acima, é a comumente usada em trabalhos de laboratório. Entretanto êste não é o único conjunto satisfatório. Com efeito, seria provàvelmente bem mais fácil improvisar um conjunto, para dar uma ordem binária, ao invés de uma ordem decimal, tal como 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, etc.

Nesta sequência, cada massa é simplesmente a soma de tôdas as massas menores, mais uma unidade.

c) O melhor meio de evitar ambiguidade, na interpretação dos resultados quantitativos, é enviar a massa de um pep para São Paulo, juntamente com os dados. Se o explorador tivesse um meio de determinar a massa real de seu padrão (por exemplo, pela medida precisa do volume de água pura que o equilibrasse), presumìvelmente, teria feito isso no comêço de suas medidas, e teria improvisado um quilograma-padrão, ao invés de um pep.

Se o explorador fôr tão teimoso, que se recuse até a separar-se de uma de suas preciosas massas de um pep, êle poderá ao menos medir a massa de seus livros de dados em peps, antes de mandá-los, e deixar o laboratório usar esta massa para conversão.

PROBLEMA 3

A atração aparente da gravidade varia com a altitude e a latitude. Os valôres relativos desta atração em vários lugares são indicados na tabela seguinte:

Uma estação padrão (ao nível do mar, a 45° de latitude)	1,000000
Zona do Canal	0,997530
Denver, Colorado	0,998923
Worcester, Massachusetts.	0,999652
Groenlândia	1,001906

(a) Em que lugar o pêso de um objeto teria o valor máximo? O valor mínimo?

(b) De quanto por cento diferiria cada um dêstes pesos do pêso na estação-padrão? De um modo geral, que diria você sôbre a variação de pêso de um lugar para outro?

(c) A massa do objeto varia de um lugar para outro?

A finalidade dêste problema é lembrar ao aluno que a massa é uma medida invariável da quantidade de matéria, enquanto a atração aparente da gravidade sôbre a matéria (pêso) pode variar.

a) Como o pêso *é* a atração aparente da gravidade, a inspeção da tabela mostra que o objeto pesaria mais na Groenlândia, onde a atração da gravidade é maior. Pesaria menos na Zona do Canal.

b) A diferença porcentual nos pesos, em cada uma das localidades, é a seguinte:

Zona do Canal: $\dfrac{1{,}000000 - 0{,}997530}{1{,}000000} \times 100 = 0{,}2470\%$ (leve).

Worcester:	0,0348% (leve).
Groenlândia	0,1906% (pesado).
Denver:	0,1077% (leve).

O pêso de um objeto varia de um lugar para outro. Mostra-se maior em altitudes baixas do que em grandes altitudes (Worcester e Denver estão, aproximadamente, na mesma latitude, mas Worcester está a algumas centenas de metros acima do nível do mar, e Denver é a "cidade de uma milha de altura") e é maior, à medida que aumenta a latitude (compare a Zona do Canal e a Groenlândia). Os alunos podem pedir uma explicação desta variação no pêso. Nesta altura, provàvelmente, é melhor dizer apenas que isso é devido à combinação das diferenças nas distâncias ao centro da Terra e ao movimento de rotação da Terra. Um entendimento dêstes fatôres deve vir do estudo da Parte III (Capítulos 21 e 22) do curso.

c) A massa de um objeto não varia, quando é levado de um lugar para outro. A massa pode ser determinada pela comparação com um padrão, numa balança de braços iguais. Uma balança de braços iguais, que fôr equilibrada em uma localidade, será equilibrada em todos os lugares, porque qualquer mudança na atração da Terra será a mesma, tanto para a massa-padrão como para o objeto.

PROBLEMA 4

Os tripulantes de uma astronave discutem se podem quebrar uma noz com um martelo. O homem A diz que bater na noz com o martelo não seria mais efetivo que batê-la com uma pluma, pois o martelo pesa muito menos no espaço exterior. B afirma que determinou a massa do martelo como valendo aproximadamente um quilograma, comparando-a com massas conhecidas, numa balança de braços iguais; portanto, êle poderia quebrar a noz tão fàcilmente como o faria na Terra. C sustenta

que a comparação com outras massas nada prova, desde que, no espaço exterior, ambas pesam pouco.

Comente as afirmações dos tripulantes. Podem êles quebrar a noz?

Êste problema procura fazer distinção entre massa e pêso. Evite ir muito além, aqui — os alunos não têm ainda qualquer idéia firme a respeito de energia ou quantidade de movimento. Naturalmente, o tripulante C está certo, visto que B não poderia ter "pesado" o martelo no espaço — teria equilibrado tanto uma pena como uma massa-padrão de um quilograma. No entanto, B está provàvelmente certo, em admitir que pode usar o martelo para quebrar a noz, desde que o impacto sôbre a noz depende da massa (na realidade, da quantidade de movimento, mv) do martelo, e não de seu pêso. Como A está completamente errado, B está meio certo, e C não exprimiu opinião a respeito de que a noz pudesse ser quebrada, B e C devem, cada um, receber a metade da noz como recompensa!

PROBLEMA 5

Calculou-se que a massa da Terra é $5{,}98 \times 10^{24}$kg. O raio da Terra é $6{,}38 \times 10^{6}$m.

(a) Qual é a densidade média da Terra?

(b) Julgaria você que a densidade média do material próximo à superfície é igual à densidade média do material próximo ao centro da Terra? Dê suas razões.

a) Visto que densidade = massa/volume, a densidade média da Terra é:

$$5{,}98 \times 10^{24}\text{kg} \div \frac{4}{3}\pi\,(6{,}38 \times 10^{6}\text{m})^3 = \\ = 5{,}50 \times 10^{3}\text{kg/m}^3 .$$

b) A densidade média do material próximo à superfície da Terra tem cêrca da metade dêste valor, enquanto a do material próximo ao centro da Terra tem aproximadamente o dôbro dêste valor. Provàvelmente, esta segregação aconteceu nos primórdios da história da Terra, quando os constituintes mais leves "flutuaram" literalmente para a superfície da esfera derretida, e os constituintes mais pesados "afundaram" para o centro.

Os alunos que estiverem interessados na densidade e estrutura da Terra, gostarão de ler o primeiro capítulo da monografia do Science Study Series "How Old is the Earth", por Patrick M. Hurley. Particularmente, das páginas 27 a 29, êle formula a densidade da Terra como um todo, sendo 5,515 gramas por centímetro cúbico. A Figura 4, na página 29, mostra as densidades a várias profundidades.

PROBLEMA 6

A densidade da cortiça é apenas um quarto da densidade da água. Poderia você levantar uma esfera de cortiça de um metro de diâmetro?

Êste é um problema simples de determinação da densidade, havendo uma certa surprêsa, no fim, para os alunos que pensam ser a cortiça uma coisa "leve". Uma esfera de cortiça de 1 metro de diâmetro teria uma massa de:

$$\frac{1}{4} \times \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\text{m}\right)^3 \times 10^{3}\text{kg/m}^3 = \\ 1{,}3 \times 10^{2}\text{kg}.$$

A maioria dos alunos teria dificuldade em levantá-la.

PROBLEMA 7

Durante a 1.ª Guerra Mundial, foi construído um certo número de navios de carga de concreto. Sabe-se que um objeto que flutua deve ter uma densidade média menor que a da água. Como pode você justificar o fato dêstes cargueiros flutuarem?

Êste problema está relacionado com a densidade, mas a discussão poderá tornar-se um pouco acalorada, se no argumento fôr permitido falar sôbre a ação de fôrças que atuam sôbre um corpo flutuante. O concreto, naturalmente, é mais denso do que a água, e um bloco de concreto "afundará como uma pedra", se cair na água. Os navios de concreto não tiveram êsse fim, porque estavam preenchidos de ar, não de água, e a densidade média do

navio (massa de concreto *mais massa de ar* ÷ volume de concreto *mais volume de ar*) era menor do que a da água.

Precaução — Não é oportuno, aqui, discutir os detalhes da fôrça de flutuação ou a estabilidade de objetos flutuantes. Limite sua discussão ao problema em andamento, ou prossiga com uma discussão do Problema 9. Uma variação possível, no problema acima, é perguntar porque uma esponja flutua ao primeiro contato com a água, quando nela é jogada, mas afunda em seguida.

PROBLEMA 8

Uma certa quantidade de açúcar de confeiteiro enche um pacote de 16 cm × 8,0 cm × 5,0 cm.

(a) Quantos pacotes podem ser colocados num vagão de carga de 22 m × 2,4 m × 2,4 m?

(b) Se a massa de açúcar em um dos pacotes é de 450 gramas, qual é a massa do açúcar no vagão de carga?

(c) Qual é a densidade do açúcar?

a) O volume de cada pacote de açúcar é 16 cm × 8,0 cm × 5,0 cm = 640 cm^3 = = 6,4 × 10^{-4} m^3.

O volume do vagão de carga é 22 m × 2,4 m × 2,4 m = 1,3 × 10^2 m^3.

Portanto, o carro conterá $\frac{1,3 \times 10^2}{6,4 \times 10^{-4}}$ ≈ 2 × 10^5 pacotes.

b) A massa do açúcar, no carro, é 2 × 10^5 × 0,45 kg = 9 × 10^4 kg.

c) A densidade do açúcar é 450 g/640 cm^3 = 0,70 g/cm^3 = 7,0 × 10^2 kg/m^3.

Os alunos podem preocupar-se excessivamente com isto: os pacotes de açúcar "cabem" ou não, exatamente, no vagão de carga. Por exemplo, 22 m/16 cm é um número inteiro? De acôrdo com os dados citados, esta não é uma boa pergunta, visto que o comprimento do carro é dado sòmente até o metro mais próximo, e pode, na realidade, ser 22,16 metros. Por isso, sòmente queremos saber quantas vêzes um volume está grosseiramente contido no outro.

PROBLEMA 9

Um estudante sabe que os objetos densos afundam na água, e que os menos densos flutuam. Êle pensa descobrir alguma coisa sôbre as relações envolvidas. Mede, então, cuidadosamente, a massa, o volume, e o volume submerso, de diversos objetos flutuantes, obtendo os seguintes resultados:

	Volume	Massa	Fração submersa.
Cortiça	60cm^3	10g	0,17
Madeira	36cm^3	27g	0,75
Esponja de borracha	40cm^3	20g	0,50

(a) Qual é a densidade de cada material?

(b) Qual é a massa de água deslocada por cada objeto?

(c) Que conclusões gerais pode você tirar comparando seus cálculos com os dados originais? Suas conclusões deverão ser as mesmas que as de Arquimedes quando pulou do banho gritando "Eureka!"

Êste exercício dá uma oportunidade aos alunos de "descobrir" o Princípio de Arquimedes por êles mesmos. Pode servir muito bem como base para discussão em classe.

a) e b) Os alunos devem ser aconselhados para construir a seguinte tabela:

Material	Volume cm^3	Massa g	Fração submersa	(a) Densidade g/cm^3	(b) Massa de água deslocada (g)
Cortiça	60	10	0,17	10/60 = 0,17	0,17 × 60 × 1 = 10
Madeira	36	27	0,75	27/36 = 0,75	0,75 × 36 × 1 = 27
Esponja de borracha	40	20	0,50	20/40 = 0,50	0.50 × 40 × 1 = 20

c) As conclusões gerais a serem tomadas são imediatamente evidentes:

(1) Um corpo que flutua na água tem uma fração de seu volume submersa, que é numèricamente igual à densidade do corpo em g/cm³ (isto é, a gravidade específica do corpo); ou

(2) Um corpo, que flutua na água, desloca uma massa de água igual à massa dêsse corpo.

O segundo enunciado do Princípio de Arquimedes é, provàvelmente, um pouco melhor para se dar ênfase. A fim de mostrar que você está considerando a massa de água deslocada, sugira que os alunos façam imediatamente estimativas da massa do fluido deslocado, se o líquido tiver 2 g/cm³, ou 10 g/cm³ de densidade.

Provàvelmente, é melhor *não* introduzir a extensão dêste argumento para o empuxo sôbre objetos submersos. Isto envolverá a Lei de Pascal e argumentos sôbre fôrças, que seriam diversificantes demais nesta altura.

PROBLEMA 10

(a) Como usaria você uma balança sensível para determinar se varia ou não a DENSIDADE LOCAL numa fôlha de papel de caderno?

(b) Que suposição deveria fazer acêrca do papel?

(c) Como poderia você comprovar a correção desta suposição? Poderia você usar o micrômetro óptico para comprová-la?

a) O método mais simples seria cortar uma fôlha de papel de caderno em um número de pedaços de área igual, e comparar os pesos dêsses pedaços.

b) Êste método estaria baseado na suposição de que o papel tivesse uma espessura uniforme.

c) Esta suposição poderia ser testada, medindo-se a espessura em vários lugares, com um micrômetro. O micrômetro óptico poderia ser usado.

PROBLEMA 11

Um kg de água é decomposto nos elementos hidrogênio e oxigênio. A massa de hidrogênio libertado é 111 gramas.

(a) Que massa de oxigênio espera você seja libertada?

Quando o hidrogênio é queimado no ar, forma-se água. Quando são queimados 10 gramas de hidrogênio, devem ser usados 350 gramas de ar.

(b) Qual a massa de água formada? (A água tem sempre a mesma proporção de hidrogênio e oxigênio).

(c) Qual é a massa de ar não queimado?

NOTA: Se você fizer estas experiências, os números calculados a partir da conservação da massa concordam com os números observados.

a) Como a massa é conservada em reações químicas, a massa de oxigênio liberado = massa do água − massa de hidrogênio liberado = = 1 kg − 0,111 kg = *0,889 kg*.

b) A massa de hidrogênio queimado ou liberado é proporcional à massa de água formada ou decomposta.

$$\frac{111\text{ g}}{10\text{ g}} = \frac{1\,000\text{ g}}{\text{massa de água}}, \text{ massa de água} = 90\text{ g}.$$

c) Massa de ar não queimado = massa de ar − massa de oxigênio utilizado = 350 g − − (90 g − 10 g) = *270 g*.

PARTE B — COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Três substâncias brancas cristalinas — dióxido de silício (quartzo), clorato de cálcio e carbonato de sódio (soda para lavar) — são misturadas. Deseja-se separar cada uma destas substâncias. Descreva como poderia fazê-lo, usando as propriedades relacionadas na tabela adiante.

Substância	Densidade (g/cm³)	Ponto de fusão	Solubilidade (g/litro) Água fria	Água quente	Álcool
Dióxido de Silício	2,65	1400°C	Insolúvel	Insolúvel	Insolúvel
Clorato de cálcio	2,71	100°C	1777	Muito solúvel	solúvel
Carbonato de sódio	1,44	32,5°C	215,2	4210	Insolúvel

Êste é um bom exercício para discussão em classe. Há diversos modos simples de separar as três substâncias, usando as propriedades físicas dadas. As diferenças em densidades poderiam ser usadas com líquidos de densidade intermediária, que não dissolveriam qualquer dos compostos (por exemplo, sòmente o carbonato de sódio flutuaria num líquido de densidade 1,5 g/cm³). As diferenças em ponto de fusão também poderiam ser usadas. Se a mistura fôr aquecida, o carbonato de sódio fundir-se-á acima de 32,5° e escoará, enquanto só acima de 100°C o clorato de cálcio poderia ser fundido. O processo de separação mais simples envolve as diferenças na solubilidade dos três compostos. Se a mistura fôr vertida numa quantidade suficiente de água quente, para dissolver todo o carbonato de sódio, o dióxido de silício poderá ser separado por filtração, uma vez que é insolúvel. A água pode ser evaporada e o restante dissolvido novamente em álcool. Como sòmente o clorato de cálcio é solúvel em álcool, o carbonato de sódio pode ser retirado por filtração. O clorato de cálcio é, finalmente, recuperado pela evaporação do álcool.

PROBLEMA 2

O vapor de ácido clorídrico — uma substância pura — pode ser decomposto em dois gases diferentes, cada um dos quais age como uma substância pura. Com base sòmente nesta evidência:

(a) Pode o vapor original ser um elemento?

(b) Pode qualquer um dos outros dois gases ser um elemento?

(c) Pode você ter certeza de que alguma das substâncias puras mencionadas é um elemento?

a) O vapor original não pode ser um elemento, visto que foi possível decompô-lo, resultando duas outras substâncias puras.

b) Sim, os outros dois gases podem ser elementos.

c) A partir da evidência apresentada, sabemos que o ácido clorídrico não era um elemento, mas não podemos ter certeza de que os gases formados por decomposição sejam elementos; talvez seja possível, por outros meios ulteriores, a decomposição dêsses gases em substâncias mais simples. Por experiência complementar, poderíamos mostrar que os gases, produzidos na decomposição do vapor de ácido clorídrico, são os elementos hidrogênio e cloro. No entanto, nenhuma experiência química simples pode provar que a decomposição é impossível. Nossa confiança em conhecermos, agora, os elementos está baseada na evidência química e física extensiva, que nos possibilita ordenar os elementos na tabela periódica.

PROBLEMA 3

Quando o metal zinco é colocado em ácido clorídrico, o metal é "comido", um gás borbulha, e se deposita um "sal".

(a) Tendo por base sòmente esta informação, pode você ter certeza sôbre quais das substâncias puras mencionadas são compostos e quais são elementos?

(b) Verificamos, então, que o gás atua exatamente como o gás hidrogênio — êle tem as mesmas propriedades químicas e físicas. Verificamos, também, que o ácido clorídrico pode ser decomposto (veja Problema 2) em hidrogênio e cloro. Pode o "sal" ser um elemento?

(c) Usando a tabela de elementos conhecidos (Capítulo 32), quais das substâncias

mencionadas são elementos e quais são compostos?

a) Baseando-se na informação dada na parte (a), é impossível dizer quais substâncias são compostas e quais são elementos.

b) O sal não pode ser um único elemento. O hidrogênio deve ter vindo do ácido clorídrico, e ainda é necessário explicar o cloro e o zinco. Como sòmente uma substância, além do hidrogênio, foi formada, ela (o sal) deve conter zinco e cloro e, portanto, ser um composto ou uma mistura. (Realmente, o sal cloreto de zinco é formado). Entretanto, pelos dados fornecidos, é concebível que o sal aparente seja uma mistura (ao invés de um composto químico) de dois ou mais elementos.

c) O zinco e o hidrogênio são elementos. O ácido clorídrico e o "sal", cloreto de zinco, são compostos.

PROBLEMA 4

Estudando as informações dadas na Tabela 3, pode você resolver:

(a) Por que o hidrogênio perfaz apenas 0,1 por cento da massa total da crosta terrestre, se ocupa, na lista, a quinta colocação em abundância relativa?

(b) Se a massa de um átomo de silício é maior ou menor que a de um átomo de ferro?

(c) Se o silício é mais ou menos denso que o ferro?

Êste problema é útil para dar ênfase à importância da massa atômica. As respostas seguintes são razoáveis:

a) Uma vez que o hidrogênio contribui muito pouco para a massa da crosta terrestre, embora de alta abundância relativa, deve ser leve. Pela tabela, é evidente que o hidrogênio é o mais leve dos elementos citados. De fato, é o mais leve de todos os elementos.

b) A massa do átomo de silício é menor do que a do átomo de ferro, porque o silício tem, relativamente, mais átomos para uma dada massa.

$$\frac{27,7}{33.9} < \frac{5.0}{3,1}$$

c) Nada pode ser concluído a respeito das *densidades* relativas de silício e ferro, a partir dessa tabela. (O silício tem uma densidade mais baixa e uma massa atômica menor, mas a densidade é uma questão de massa por unidade de volume, não a massa por átomo).

PROBLEMA 5

A Tabela 4 sugere que um determinado composto constitui a maior parte do corpo humano. Qual é êste composto?

A Tabela 4 mostra que os átomos mais abundantes, no corpo humano, são hidrogênio e oxigênio, e que estão presentes na razão de 2,5:1, aproximadamente. Como o composto mais comum de hidrogênio e oxigênio é a água, na qual a razão dos átomos de hidrogênio para os átomos de oxigênio é 2:1, pode-se concluir, corretamente, que a *água* constitui a maior porção do corpo humano. Naturalmente, a tabela sòzinha não prova que a água seja a maior constituinte do corpo.

PROBLEMA 6

Projeto — Construa o anteparo transparente tricolor descrito no texto, Seção 7-9. Use seu anteparo para examinar a luz de várias fontes, tais como uma lâmpada incandescente, um letreiro de néon, uma lâmpada de vapor de sódio, uma lâmpada de vapor de mercúrio, etc.

Que conclusões você tira?

O aluno não deve esperar algo senão uma determinação grosseira de diferenças, uma vez que é difícil, usando sòmente o ôlho, estimar a intensidade relativa de luz, especialmente quando a luz é de diferentes côres. Para obter um resultado melhor, o aluno pode usar um medidor de luz ou filme fotográfico para a medida da intensidade da luz, que passa por vários filtros coloridos. Poderia também usar um prisma ou uma rêde, como se descreve na Seção 9, e desenhar as posições relativas das linhas espectrais. A partir de tal estudo, teremos evidências de que as substâncias, quando

inflamadas no estado gasoso à baixa pressão, dão combinações de côres e intensidades que são características. A lâmpada incandescente dá um espectro contínuo, no qual a parte azul é de baixa intensidade. Êste espectro depende principalmente da temperatura. A partir dessas experiências elementares, não se pode esperar que os alunos saibam que cada elemento tem um espectro característico, que fornece uma base para a identificação dos elementos.

PARTE C — COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Por que você tem certeza de que há mais de 200 átomos em uma colherada de água? Use a evidência de seus sentidos — não alguns números ou dimensões que alguém lhe tenha indicado.

Êste é um bom problema para introduzir e situar o tom da discussão da Parte C. Ao invés de demorar-se com provas sôbre a existência dos átomos, os alunos podem dirigir imediatamente sua atenção para um problema, com o qual é possível argumentar, usando dados obtidos de suas próprias experiências.

Provàvelmente, você obterá muitas respostas diferentes. A mais simples seria a de que, se houvesse sòmente 200 partículas por colher de água, as partículas seriam visíveis. Suponha que uma colher tenha um volume de 5 cm^3; portanto, cada átomo ocuparia cêrca de $\frac{5\ cm^3}{200} = 2{,}5 \times 10^{-2} cm^3$, que corresponde, aproximadamente, a 0,3 cm em dimensão linear. Compare isso com o tamanho das gotículas de nevoeiro. São, certamente, bem menores. Se alguém não estiver convencido, desafie-o a contar o número de cristais de açúcar que há numa colher de açúcar granulado.

Outro argumento, que será útil ao discutir monocamadas, depende da área que pode ser coberta por uma colher de água. Se houvesse sòmente 200 átomos, a dimensão linear de 0,3 cm implicaria numa área seccional atômica de cêrca de 0,09 cm^2, de modo que 200 átomos poderiam sòmente cobrir 18 cm^2. Uma colher de água molha uma área bem maior. Você pode demonstrar isso, tomando uma única gôta de água (que pode variar de 0,02 a 0,1 cm^3) e apertando-a entre duas placas de vidro. Se você esfregar as placas, a gôta molhará fàcilmente 100 cm^2. Pergunte aos alunos que limite mínimo esta evidência estabelece a respeito do número de átomos de uma colher. Êles devem perceber que, se a dimensão linear atômica fôr t cm, o volume de água que cobre 100 cm^2 deverá ser, pelo menos, 100 t cm^3, e, se o volume da gôta fôr 0,1 cm^3, t será igual ou menor do que 10^{-3}cm. Isso implica num volume por átomo de, aproximadamente, $10^{-9} cm^3$ ou, pelo menos 5×10^9 átomos em uma colher de água.

Com efeito, há muitos, muitos mais, e você pode perguntar aos alunos como encontrariam o menor limite superior para o número de átomos existentes numa colher. Você encaminhará os alunos para o entendimento de monocamadas, se êles sugerirem uma outra superfície que não seja a de vidro, sôbre a qual a água deve espalhar-se mais fàcilmente, ou usar uma gôta menor de água.

Êste problema serve como uma boa introdução aos Problemas 4 e 5, sôbre camadas moleculares.

PROBLEMA 2

Um projeto úmido (com uma balança sensível).

Após avaliar o diâmetro de várias bôlhas de sabão de igual tamanho, tente colocar o material das bôlhas sôbre uma fôlha de plástico leve. Pese-a e determine a quantidade média de material por bôlha. Pode você determinar a ordem de grandeza da espessura da parede da bôlha? Compare seu valor com a espessura de uma monocamada.

NOTA: Você encontrará a solução mais fàcilmente se se valer do fato de serem pràticamente iguais as áreas interna e externa de uma bôlha, e, portanto, o volume do material da bôlha ser dado aproximada-

damente por qualquer das áreas vêzes a espessura.

Êste é um exercício de laboratório para alguns de seus alunos mais interessados. Não tento a solução dêste problema com seus alunos, antes de já tê-lo feito anteriormente, e certificar-se de que sua balança seja suficientemente sensível, para permitir um resultado quantitativo acurado. Em geral, as bôlhas são muito mais espêssas do que uma monocamada, comumente mais espêssas do que a ordem de grandeza de um comprimento de onda de luz (cêrca de 10 000 A, aproximadamente, 1 000 monocamadas).

PROBLEMA 3

Um cubo de alumínio de $4{,}30 \times 10^{-2}$m de aresta, tem uma massa de $2{,}14 \times 10^{-1}$kg, e contém $4{,}78 \times 10^{24}$ átomos.

(a) Qual é o volume do cubo ocupado por cada átomo?

(b) Se os átomos são esféricos, e se encaixam exatamente dentro do cubo, qual é o diâmetro do átomo em angstroms?

(c) Qual é a massa de cada átomo?

a) Êste é um problema útil, dando aos alunos maior familiaridade com valôres característicos de volume e massa atômica. O volume total do cubo é

$$(4{,}30 \times 10^{-2})^3 = 7{,}95 \times 10^{-5}\ \text{m}^3.$$

Portanto, o volume por átomo é

$$7{,}95 \times 10^{-5}/4{,}78 \times 10^{24} = 1{,}66 \times 10^{-29}\ \text{m}^3.$$

b) A massa por átomo é

$$2{,}14 \times 10^{-1}/4{,}78 \times 10^{24} = 4.48 \times 10^{-26}\text{kg}.$$

c) O "raio" correto de cada átomo, normalmente, depende da ordem de agrupamento das esferas. Embora êsse fato envolva cristalografia, de acôrdo com o enunciado do problema, a forma como os átomos se agrupam é de pouca importância, no cálculo de seus tamanhos aproximados. É suficiente, para os alunos, supor que o átomo seja uma esfera que se ajusta ao volume atômico calculado ($1{,}66 \times 10^{-29}$ m³), com um diâmetro igual ao comprimento da aresta de um cubo; portanto,

$$2R = \sqrt[3]{1{,}66 \times 10^{-29}} = 2{,}55 \times 10^{-10}\ \text{m};$$

$$R = 1{,}27 \times 10^{-10}\text{m}.$$

PROBLEMA 4

Um estudante realiza uma experiência com monocamadas. Êle mistura 5,0 cm³ de ácido oléico com 95 cm³ de álcool. Dilui, então, 5,0 cm³ desta solução com mais 50 cm³ de álcool.

(a) Qual é a porcentagem de ácido oléico na solução?

(b) Qual é a massa de ácido oléico em um cm³ de solução? A densidade do ácido oléico é 0,90 g/cm³.

O estudante verifica, então, com seu conta-gotas de laboratório, que 1,0 cm³ da solução fornece 50 gotas. Uma gôta da solução, na superfície da água, forma uma película monocamada de diâmetro médio de 32 cm, depois que o álcool se dissolveu na água.

(c) Qual é a massa de ácido oléico na película?

(d) Qual é o volume da película?

(e) Qual é a espessura da película?

(f) Pode a espessura ser obtida sem o conhecimento da densidade?

Êste problema pode ser usado, ou para rever ou para preparar a experiência sôbre camada molecular. É um bom teste para verificar se os alunos entenderam a experiência.

a) 5 cm³ de ácido oléico em 100 cm³ de solução = 1/20 de ácido oléico ou 1cc em 20cc. Se tomarmos 5cc da solução, ela conterá 5/20 = 0,25cc de ácido oléico. Misturando êsses 5cc com 50cc de álcool, obteremos 55cc de solução, que conterá 0,25cc de ácido oléico.

$$\frac{0{,}25}{55} = \frac{1}{220} = \textit{0,45\% de ácido oléico.}$$

b) massa de ácido oléico em 1 cm³ de solução $= 4{,}5 \times 10^{-3}$ cm³ $\times$ 0,90 g/ cm³ $= 4{,}0 \times 10^{-3}$g.

c) massa de ácido oléico na gôta = $= 4{,}0 \times 10^{-3}\text{g}/50 = 8{,}0 \times 10^{-5}\text{g}$.

d) volume da película = massa de ácido oléico na gôta/densidade do ácido oléico = $= 8{,}0 \times 10^{-5}\ \text{g}/0{,}90\ \text{g/cm}^3 = 8{,}9 \times 10^{-5}\ \text{cm}^3$.

e) espessura da película = volume da película/área da película

$$= 9{,}0 \times 10^{-5}\ \text{cm}^3/\pi \times (16\ \text{cm})^2$$
$$= 1{,}1 \times 10^{-7}\text{cm}.$$

f) A espessura pode ser determinada diretamente, sem conhecer a densidade do ácido oléico, uma vez que o volume do ácido oléico, na película, pode ser calculado diretamente:

volume do ácido oléico na película = volume de ácido oléico na gôta da solução

$$= 4{,}5 \times 10^{-3}\ \text{cm}^3/50$$
$$= 9{,}0 \times 10^{-5}\ \text{cm}^3.$$

PROBLEMA 5

A unidade natural de ácido oléico (uma de suas moléculas) tem uma secção reta de aproximadamente $4{,}6 \times 10^{-19}\text{m}^2$, e cêrca de $1{,}12 \times 10^{-9}\text{m}$ de comprimento. A densidade do ácido oléico é 0,90 g/cm³.

(a) Quantas moléculas existem em um miligrama de ácido oléico?

(b) Qual é a massa de uma molécula de ácido oléico?

(c) Esta molécula é formada por 54 átomos de diferentes espécies. Qual é a massa média dêstes átomos?

(d) Dê um limite superior para a massa do átomo mais leve do ácido oléico. (Faça êste limite tão pequeno quanto possa).

Êste problema amplia a informação obtida na experiência sôbre camada molecular, incluindo a massa por molécula e a massa por átomo. Dessa forma, êle dá aos alunos algo mais que a ordem de grandezas estimadas. A fim de evitar embaraços, é melhor adiar a consideração de massa até que os alunos tenham dominado os argumentos sôbre tamanho, que são usados no Problema 4 e na experiência sôbre a camada molecular.

a) 1 mg de ácido oléico ocupa um volume igual a sua massa, dividida pela densidade 0,90 g/cm³.

Volume de

$$10^{-3}\text{g} = \frac{10^{-3}\text{g}}{0{,}90\ \text{g/cm}^3} = 1{,}11 \times 10^{-3}\ \text{cm}^3.$$

Mas cada molécula ocupa um volume dado pelo produto da área de sua secção transversal e seu comprimento.

Volume ocupado por 1 molécula = $(4{,}6 \times 10^{-19}\text{m}^2) \times (1{,}12 \times 10^{-9}\text{m}) = 5{,}2 \times 10^{-28}\text{m}^3 = 5{,}2 \times 10^{-28}\text{m}^3 \times \left(\frac{10^2\text{cm}}{1\ \text{m}}\right)^3 = 5{,}2 \times 10^{-22}\ \text{cm}^3$.

Portanto, o número de moléculas por miligrama é:

$$\text{Molécula por miligrama} = \frac{\text{volume ocupado por 1 mg}}{\text{volume ocupado por 1 molécula}} = \frac{1{,}1 \times 10^{-3}\text{cm}^3}{5{,}2 \times 10^{-22}\text{cm}^3}$$
$$= 2{,}1 \times 10^{18}\ \textit{moléculas/mg}.$$

Alguns alunos talvez perguntem se se pode estar certo de que moléculas ou átomos são agrupados tão juntamente, que o volume de uma unidade vêzes o número de unidades resulta no volume total (isto é, os alunos preocupam-se com possíveis espaços vazios). Se déssemos um tratamento rigoroso ao exercício, o agrupamento correto das unidades já seria um problema. Não queremos, aqui, preocupar-nos com tais detalhes, mais refinados. Êste capítulo e êsses problemas são designados a dar indicações simples e diretas de parâmetros atômicos. Com essa finalidade, as diferenças levantadas, devidas ao fator agrupamento dos átomos, são de pouca importância.

b) A massa da molécula pode ser determinada diretamente, a partir da resposta para a parte (a). Como há $2{,}1 \times 10^{18}$ moléculas em um miligrama, cada molécula deve ter uma massa de:

$$\text{Massa da molécula} = \frac{1\ \text{mg}}{2{,}1 \times 10^{18}\text{moléculas}} =$$
$$4{,}8 \times 10^{-19}\text{mg} = 4{,}8 \times 10^{-22}\text{g}.$$

(Observe que, se um algarismo significativo extra fôsse adicionado no início, seriam $2{,}14 \times 10^{18}$ moléculas, cada uma com a massa de $4{,}67 \times 10^{-19}$mg).

c) A massa média de um átomo é a massa da molécula dividida pelo número de átomos:

$$\text{Massa média do átomo} = \frac{4{,}8 \times 10^{-22}\text{g}}{54} = 8{,}9 \times 10^{-24}\text{g}.$$

d) O limite superior, que se pode fixar sôbre o átomo mais leve da molécula de ácido oléico, depende do quanto conhecemos sôbre a fórmula química dêsse ácido. Se não sabemos mais do que os fatos dados no enunciado do problema, de que existem 54 átomos de diferentes espécies presentes, o limite superior do átomo mais leve não pode ser fixado muito abaixo de $8{,}9 \times 10^{-24}$g.

Se os alunos supuserem que o ácido oléico seja, principalmente, carbono e hidrogênio, e que haja cêrca de 2 átomos de hidrogênio para cada carbono, isso implicará em que, dos 54 átomos, 36 são átomos de hidrogênio. Baseando-se no fato de que o carbono tem uma massa que é 12 vêzes a massa do hidrogênio, pode ser provado que $2/(2 + 12)$ ou $1/7$ da massa da molécula é o próprio hidrogênio. Portanto, $\left(\frac{1}{7}\right) \times (4{,}8 \times 10^{-22}\text{g}) = 6{,}9 \times 10^{-23}\text{g}$ da massa é devido aos 36 átomos de hidrogênio, ou que a massa máxima de hidrogênio deve ser

$$6{,}9 \times 10^{-23}\ \text{g}/36\ \text{átomos} \approx 1{,}9 \times 10^{-24}\text{g}.$$

Nota: Se os alunos já estudaram Química, e conhecem a fórmula do ácido oléico, podem calcular a massa do átomo de hidrogênio, melhor do que simplesmente dando um limite superior.

A fórmula atômica do ácido oléico é $C_{18}H_{34}O_2$. A massa atômica total, em unidades de massa atômica (C = 12, H = 1, e O = 16) é $(18 \times 12) + (34 \times 1) + (2 \times 16) = 282$. Assim, a determinação da massa molecular dessa experiência, $4{,}8 \times 10^{-22}$g, implica que uma unidade de massa atômica é $4{,}8 \times 10^{-22}/282 = 1{,}9 \times 10^{-24}$g. (Se mais algarismos significativos fôssem fôssem dados, êsse valor seria $1{,}66 \times 10^{-24}$g, que é o valor mais próximo do valor conhecido).

PROBLEMA 6

A Fig. 7-15 mostra um cristal de vírus de necrose de proteína, aumentado de aproximadamente 8×10^4 vêzes. Meça os diâmetros de várias moléculas individuais de proteína, e determine o volume de uma molécula. Use o raio conhecido de um átomo de carbono, cêrca de 10^{-10}m, para determinar a ordem de grandeza do número de átomos na molécula do vírus.

Êste é um exemplo da medida "direta" do tamanho de uma molécula relativamente grande.

A última parte do problema requer uma suposição sôbre a predominância do átomo de carbono, na molécula do cristal de vírus. A partir da figura, o diâmetro de uma molécula é cêrca de 2 mm. Considerado um aumento de 8×10^4, o diâmetro de cada molécula é cêrca de $2 \times 10^{-3}\ \text{m}/8 \times 10^4 \approx 2 \times 10^{-8}$m. O volume de cada molécula é, portanto, aproximadamente, $(2 \times 10^{-8})^3 = 8 \times 10^{-24}\text{m}^3$; (dentro dessa aproximação, é suficiente substituir cada pequena esfera por um cubo de aresta igual ao diâmetro da esfera). Pelos dados do enunciado, o volume de um átomo de carbono é cêrca de $(2 \times 10^{-10}\text{m})^3 = 8 \times 10^{-30}\,\text{m}^3$. Assim, considerando o espaço ocupado pelos átomos na molécula de vírus como o espaço ocupado pelo agrupamento dos átomos de carbono, cada molécula de vírus contém cêrca de $8 \times 10^{-24}/8 \times 10^{-30} = 10^6$ átomos.

PROBLEMA 7

Na descrição da contagem de cintilação, foi estabelecido que apenas uma partícula em cada 10^9 emitidas pela fonte atinge um anteparo quadrado de 10^{-4} metros de lado à distância de um metro. Prove que esta afirmação é verdadeira se a fonte irradia igualmente em tôdas as direções.

Se as partículas são emitidas em tôdas as direções, estão distribuídas uniformemente

sôbre uma esfera, cujo centro é a fonte. Se considerarmos a esfera com 1 metro de raio, sua superfície total $4\ \pi\ R^2$, será $4\ \pi$ metros^2. Dessa forma, as partículas são distribuídas uniformemente sôbre $4\ \pi$ m^2, porém o anteparo, nesse caso, tem uma área, A, de sòmente $(10^{-4}\text{m})^2 = 10^{-8}\text{m}^2$. Portanto, a fração que incide em A é $\frac{10^{-8}}{4\ \pi} = 0{,}8 \times 10^{-9} \approx 10^{-9}$.

Geralmente, uma área A, a uma distância radial R, intercepta uma fração $\frac{A}{4\ \pi\ R^2}$, se a fonte envia partículas em tôdas as direções. (Evidentemente, A e R^2 devem ser medidos nas mesmas unidades.)

PROBLEMA 8

Pela contagem de cintilações, sabemos que cêrca de 3×10^{18} partículas são emitidas por um miligrama de polônio no decurso de uma desintegração completa.

(a) Supondo que cada átomo emite uma partícula, qual é a massa de um átomo de polônio?

(b) Usando, então, a densidade aproximada do polônio, 10g/cm^3, determine o volume ocupado por um átomo de polônio. Comprove-o com o número calculado na Seção 7-13.

a) massa $= 10^{-3}$ g/3×10^{18} átomos $= 3 \times 10^{-22}$ g/átomo.

b) volume = massa/densidade.

$$= \frac{3 \times 10^{-22}\text{g/átomo}}{10\ \text{g/cm}^3} = 3 \times \times 10^{-23}\text{cm}^3\text{/átomo} = 3 \times 10^{-29}\text{m}^3\text{/átomo.}$$

Dentro da precisão dos dados, o resultado (3×10^{-29}) concorda com o valor $(3{,}5 \times 10^{-29}$ m^3/átomo), calculado na Seção 13.

PROBLEMA 9

A proporção de desintegração de uma amostra de gás radônio é determinada pela contagem de sua atividade em função do tempo. No primeiro dia, 0,1 miligrama de radônio emite $4{,}3 \times 10^{16}$ partículas. Em dias sucessivos, foram encontradas as leituras adiante para as porcentagens da atividade original:

Dias decorridos	Porcentagem da atividade original	Dias decorridos	Porcentagem da atividade original
0	100	6	34
1	84	7	27
2	70	8	24
3	59	9	20
4	49	10	17
5	41		

(a) Faça um gráfico da atividade em função do tempo.

(b) Que fração da quantidade original de gás permaneceria ao cabo de doze dias?

(c) Que fração de radônio muda em um dia?

(d) Quantos dias decorrem até que reste sòmente metade do radônio?

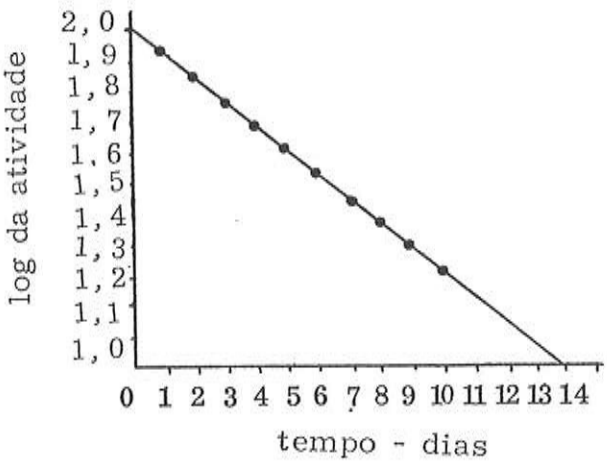
(e) Qual é o número total de partículas emitidas por uma amostra de 0,1 miligrama de radônio? Compare o com a contagem para o polônio.

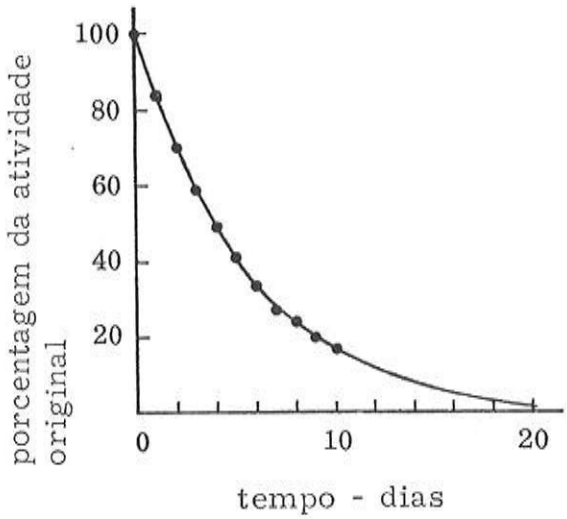
NOTA: O número total pode ser obtido, usando esta série geométrica:

$$1 + f + f^2 + f^3 + \ldots = \frac{1}{1 - f}.$$

Aquí, f é a relação da atividade do segundo dia para a do primeiro. Você pode, também, aproximar o total, usando a área sob a curva de atividade em função do tempo.

a) A curva será aproximadamente linear, se construída em um papel monolog, com a atividade marcada na escala logarítmica e o tempo na escala linear (ou traçando log da atividade em função do tempo em um papel linear). Contudo, o número total de partículas emitidas não pode ser aproximado da área sob a curva, no traçado logarítmico. Uma construção linear é necessária, para mostrar isso.





b) Pela leitura direta no gráfico, cêrca de 11% do gás original permanece depois de 12 dias, visto que o cálculo da razão de permanência da amostra é, aproximadamente, 11% da razão inicial.

c) Cêrca de 16% do radônio muda por dia $(100 - 84)/100$; $(84 - 70)/84$; $(70 - 59)/70$, etc.

d) Metade do radônio resta após 4 dias, aproximadamente (meia vida é 4 dias).

e) O número total de partículas emitidas no decaimento é a soma $4{,}3 \times 10^{16} + (0{,}84)(4{,}3)\ 10^{16} + (0{,}7)\ (4{,}3)\ 10^{16} + (0{,}59)\ (4{,}3)\ 10^{16} + \ldots$ Isto pode ser escrito na forma

$$4{,}3 \times 10^{16}\ [1 + 0{,}84 + 0{,}7 + 0{,}59 + \ldots\ldots]$$

Porém $0{,}7 = (0{,}84)^2$, $0{,}59 = (0{,}84)^3$, etc; isto é, cada dia, a relação de contagem cai de um fator 0,84. Portanto, o número total de partículas emitidas é

$$4{,}3 \times 10^{16} \times [1 + 0{,}84 + (0{,}84)^2 + (0{,}84)^3 + \ldots]$$

Mas, pela fórmula dada no problema, isso é igual a

$$\frac{4{,}3 \times 10^{16}}{1 - 0{,}84} \approx 3 \times 10^{17}.$$

Essa contagem total é igual à contagem do polônio, dada na página 147 do texto. Será interessante, particularmente se êste problema fôr feito em classe, conferir a proposição de que o número total pode ser achado pela área sob a curva (lembrando que um traçado linear é necessário, para mostrar isso).

CAPÍTULO 8

ÁTOMOS E MOLÉCULAS

Usando evidências químicas e físicas, o Capítulo 8 considera a natureza atômica e molecular da matéria. Apesar de suas múltiplas formas e características, tôda a matéria é vista como sendo constituída de cêrca de uma centena de átomos. O capítulo começa com uma discussão razoàvelmente extensiva de uma química essencialmente convencional, que talvez tenha de ser tratada ràpidamente, a menos que se disponha de tempo para discussão em classe.

RESUMO DO CAPÍTULO

O capítulo compõe-se, naturalmente, de três partes:

As Seções de 1 a 7 iniciam com a lei da composição química constante e a lei das proporções múltiplas. O problema da determinação das fórmulas moleculares é então abordado, com a ajuda de uma contagem real (do decaimento radioativo) do número de átomos de um gás, por unidade de volume. A observação de que volumes iguais de gases contêm igual número de moléculas é, então, usada como base da hipótese de que êsse fato é verdadeiro para todos os gases. A verificação dessa hipótese conduz à lei dos volumes proporcionais, às massas molecular e atômica, e ao número de Avogadro.

As Seções 8 e 9 discutem os isótopos e a estrutura interna dos átomos. Chama-se a atenção para o fato de que tôdas as massas atômicas são (aproximadamente) múltiplos inteiros da massa do átomo mais leve, o hidrogênio. Baseando-se nesse fato, presume-se que todos os átomos sejam constituídos de unidades semelhantes ao átomo de hidrogênio.

As Seções de 10 a 16 discutem o mundo maravilhosamente complexo das estruturas atômicas grandes, começando com moléculas orgânicas relativamente simples, em seguida, as entidades biológicas elementares e finalmente, considera-se o estado cristalino da matéria.

O desenvolvimento dêsses tópicos focaliza algumas de nossas conclusões sôbre a estrutura da matéria, e como estas conclusões foram atingidas. Por meio de alguma visão sôbre o modo como a estrutura da matéria foi decifrada e onde os limites vigentes estão, os alunos devem ter um maior entendimento da natureza da investigação científica.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 8

A menos que você esteja complementando êste curso com um outro de Química, poderá deixar ao texto a função de apresentar o material dêste capítulo, utilizando um ou dois dias de discussão em classe, para esclarecer algumas seções. Se quiser dar as Seções 1-7 quantitativamente, vários dias de discussão em classe devem ser dedicados inteiramente a estas seções, como se prevê no planejamento de 10 semanas, dado abaixo. Com exceção do número de Avogadro e das dimensões atômicas, o assunto do Capítulo 8 não será de necessidade mais tarde, no curso; portanto, um tratamento muito superficial é o suficiente. Em um planejamento mais curto, passe o capítulo inteiro como leitura para casa, antes de discutir em classe. Se fôr possível, reserve uma meia hora para o fascinante filme de Alan Holden "Crystals", que é descrito abaixo.

Tópico	Planejamento de 10 semanas para a Parte I Períodos de Aula	Planejamento de 6 semanas para a Parte I Períodos de Aula
Sec. 1-7	4	0
Sec. 8, 9	1	1/2 - 1
Sec. 10-12	0	0
Sec. 13-16	1	1/2 - 1

MATERIAIS RELATIVOS AO CAPÍTULO 8

Laboratório. Apesar de não haver experiências de laboratório, específicas para o Capítulo 8, muitos alunos gostam de fazer crescer cristais como atividade de casa, e devem ser estimulados a tentar isso. "Cristals and Cristal Growing", de Alan Holden e Phylis Singer, é uma excelente descrição geral dos cristais e de suas características, e fornece um rol de afirmações detalhadas sôbre o crescimento de cristais. Êste livro pertence a "Science Study Series".

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com seu avaliado grau de dificuldade e as seções a que se referem. Os que são especialmente indicados para discussão estão marcados com um asterisco (*). As respostas dos problemas são dadas nas páginas do CCL: respostas abreviadas nas páginas 154-155; comentários e soluções detalhadas nas páginas 155-161.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1, 2	2	1, 3*		1, 2, 3*
4, 5		5*	6	
6		4, 7, 8, 9*		7
7	10, 11*	14, 16*		11*
8	13		12	
11	15		17	17
12	18, 19			

Filmes. "Atoms and Chemistry", pelo Dr. Robert St. George, da Cambridge School. Êste filme discute e demonstra a lei da composição constante e a lei das proporções múltiplas, por intermédio de experiências em tôrno da eletrólise da água, da recombinação do hidrogênio e

oxigênio e da decomposição quantitativa de três compostos de Nitrogênio-Oxigênio. Tempo de projeção: 21 minutos.

"Cristals", pelo Dr. Alan Holden, dos "Bell Telephone Laboratories". Êste é um relato fascinante da natureza dos cristais, descrevendo como os cristais são formados e porque apresentam essas formas peculiares. Um crescimento real de cristais é mostrado, através de um microscópio, e receitas são dadas para o crescimento de cristais. Os fenômenos dos cristais estão diretamente relacionados ao conceito de átomos. Tempo de projeção: 25 minutos.

Um filme sôbre "moléculas" está sendo preparado.

Seção 1 — Leis da Composição Química

Seção 2 — O Problema de Determinar as Fórmulas Moleculares

Seção 3 — O Número de Partículas nos Gases

Seção 4 — A Determinação de Fórmulas Moleculares

Seção 5 — A Lei das Relações Volumétricas

Seção 6 — Massas Molecular e Atômica

Seção 7 — Moles e o Número de Avogadro

FINALIDADE. Resumir as evidências químicas para os átomos e a determinação das massas atômicas.

CONTEÚDO a. Lei da composição química constante: Tôda amostra pura de um composto químico contém as mesmas proporções, em massa, de todos os elementos em que pode ser decomposta.

b. Lei das proporções múltiplas: Sempre que dois elementos se combinam de vários modos, em diferentes moléculas, a razão das diferentes massas de um elemento, que combina com uma dada massa de um outro, está na razão de pequenos números inteiros.

c. Pela contagem de partículas atômicas, pode-se descobrir que, em temperatura ambiente e pressão normal, os gases que podem ser medidos por esta técnica, têm $2{,}5 \times 10^{25}$ partículas por m^3.

d. A hipótese de Avogadro estabelece que, nas mesmas condições de temperatura e pressão, o número de moléculas em iguais volumes de gases é o mesmo.

e. Comparando-se as massas de um determinado elemento, obtido a partir da decomposição de volumes iguais de diferentes moléculas gasosas que contêm êsse elemento, pode-se determinar o número de átomos do elemento de cada uma das moléculas.

f. Lei das Relações Volumétricas: Quando se decompõe os compostos, os volumes de diferentes gases, produzidos sob as mesmas condições de temperatura e pressão, resultam em relações de números inteiros entre si. Quando os compostos são produzidos por uma reação química entre gases, os volumes dos gases consumidos também apresentam relações de números inteiros simples.

g. Nosso conhecimento da razão de massa dos átomos, juntamente com nosso conhecimento da massa do átomo de hidrogênio ($1{,}67 \times 10^{-24}$g), permite-nos determinar a massa de qualquer átomo.

h. A tabela de massa atômica química define a massa do oxigênio como sendo exatamente 16,0000; tôdas as outras massas são dadas em relação a êsse padrão. A tabela de massa física é definida, designando-se a um tipo especial de oxigênio (O^{16}) um valor de exatamente 16,0000.

i. O número de Avogadro é definido como sendo o número de átomos de O^{16}, existentes em exatamente 16 g; tem o valor de $6{,}025 \times 10^{23}$.

j. Um mol de qualquer objeto idêntico é $6{,}025 \times 10^{23}$ dêsses objetos. A massa, em gramas, de um mol de qualquer átomo é numèricamente igual à massa do átomo, expressa em unidade de massa atômica. Um mol de qualquer gás, à presão atmosférica de 0°C, ocupa 22,4 litros, e tem a massa igual à sua massa

molecular em gramas (igual à massa atômica em gramas, sòmente para gases nobres monovalentes).

ÊNFASE. As Seções de 1 a 7 sintetizam de modo breve a matéria, que normalmente é ensinada em cursos de Química. Se seus alunos já estudaram Química, você pode dar ràpidamente alguns exercícios como revisão; êsses alunos devem achar fáceis os exercícios. Se seus alunos não estudaram Química, *não deve* esperar que aprendam tudo sôbre êste assunto, no pequeno intervalo de tempo disponível para isso. Se tiver pressa, você poderá tratar de tôdas estas seções, simplesmente, como um dever de leitura. Se o seu tempo fôr limitado, gaste-o com a Tabela 3, as fórmulas moleculares e o significado de um mol.

COMENTÁRIO. *Compostos e Misturas.* Na maioria dos casos, a distinção entre compostos e misturas é evidente. No entanto, uma determinação precisa de que uma substância seja um "composto" ou uma "mistura" pode estar longe de ser simples. Por exemplo, é muito difícil obter uma amostra absolutamente pura de qualquer coisa. As impurezas de uma parte por um milhão ou menos, freqüentemente, não são separáveis.

A maioria dos metais comumente são misturas, ao invés de elementos ou compostos. Há uma variedade de aços que têm, misturado com ferro, uma quantidade definida de carbono junto com outros elementos, tais como manganês, cobalto, níquel, etc. O latão é cobre mais zinco, o dural é alumínio mais cobre, o "ouro 14 quilates" contém ouro e prata, o bronze é cobre mais estanho, e a solda é chumbo mais estanho. As composições de muitas dessas ligas podem variar, sem mudar o nome. As propriedades físicas de ligas variam de modo razoàvelmente regular, com a composição.

Mencionamos ligas, principalmente, porque os alunos raramente encontram um elemento metálico puro, na prática; a única exceção é o cobre, que é normalmente usado na sua forma pura, para fios elétricos. A principal razão de não se usar os elementos metálicos puros é o fato de serem freqüentemente inadequados, do ponto de vista mecânico. Adicionando outros elementos para formar as ligas, aumenta-se a resistência mecânica. Entretanto, adicionando outros elementos, também aumenta a resistência elétrica, o que explica porque o cobre puro é bastante usado. (Êsse aumento na resistividade é tão grande que, se a combinação da resistência mecânica e baixa resistência elétrica fôr necessária, cabos de aço serão geralmente entrelaçados com fios de cobre, ao fazer o cabo de transmissão, em vez de se usar uma liga).

Os Compostos de Nitrogênio e Oxigênio. O exemplo clássico para a lei das proporções múltiplas são os compostos de nitrogênio e oxigênio, mencionados na página 154 e descritos na tabela que se segue. (Alguns dêsses compostos são usados em diversas demonstrações, no filme "Atoms and Chemistry".) Êsses óxidos podem também ser usados, para ilustrar a variedade de propriedades que podem resultar de diferentes compostos simples, feitos do mesmo material. As propriedades dos óxidos são dadas na tabela da página 152.

Seção 8 — Massas Atômicas e Números Inteiros; Isótopos

Seção 9 — A Estrutura Íntima da Matéria

FINALIDADE. Sugerir que também os átomos são constituídos de blocos — prótons e elétrons (e neutrons).

CONTEÚDO a. Átomos de mesmo elemento têm as mesmas propriedades químicas e (aproximadamente) o mesmo espectro óptico; êles podem ter massas diferentes; neste caso, são chamados isótopos.

b. Qualquer matéria pode ser decomposta até o elemento hidrogênio. O próprio hidrogênio consiste de um par de unidades naturais — um próton e um elétron. Tôda a matéria tem um próton para cada elétron.

c. A massa é uma contagem do número de unidades de hidrogênio (próton mais elétron), no qual qualquer pedaço de matéria pode ser finalmente reduzido.

COMPOSTOS DO NITROGÊNIO E OXIGÊNIO

Fórmula Química	Nome	Estado a 20°C	Características do gás	Ponto de ebulição °C	Características do líquido	Ponto de Fusão °C	Características do sólido
N_2O	Óxido Nitroso	gás	incolor 1,98 g/litro	−89,5	incolor densidade 1,23	−102,4	incolor cristal cúbico
	Produzido pelo aquecimento do nitrato de amônio, $NH_4NO_3 \rightarrow 2\ H_2O + N_2O$. Transforma-se em creme sob pressão; quando descomprimido, forma bôlhas, como um creme batido. Êste é o "gás hilariante", usado como anestésico.						
NO	Óxido Nítrico	gás	incolor 1,34 g/litro	−151,8	azul densidade 1,27	−163,6	azul
	Produzido por redução de ácido nítrico diluído (6 normal) com Cu ou Hg. $3\ Cu + 8\ H^+ + 2\ NO_3^- \rightarrow 3\ Cu^{++} + 4\ H_2O + 2\ NO$. N_2 e NO_2 são produzidos na mesma reação.						
N_2O_3	Trióxido de Dinitrogênio	gás	vermelho-marrom	3,5	azul-líquido	−102	azul
	Pode ser formado, resfriando-se uma mistura de NO e NO_2. Quando dissolvido em H_2O, forma ácido nitroso: $N_2O_3 + H_2O \rightarrow 2\ HNO_2$.						
N_2O_4	Dióxido de Nitrogênio	líquido	vermelho	21,3		−9,3	
N_2O_6	Tetróxido de Dinitrogênio	líquido	incolor				
	NO_2 e N_2O_4 sempre existem em equilíbrio; podem ser formados de HNO_3 concentrado e Cu.						
NO_2	Pentróxido de Dinitrogênio	sólido	decompõe-se	47		30	cristal branco
	Formado por desidratação de HNO_3 com P_2O_5; ou oxidação do NO_2 com ozônio.						
NO_3	Trióxido de Nitrogênio	gás azul					
	Decompõe-se à temperatura normal.						

ÊNFASE. Os alunos verão novamente as idéias dessas seções, na Parte IV, após terem aprendido sôbre carga elétrica. Se você dispuser de pouco tempo, poderá adiar a discussão em classe. Todavia, êste assunto é o clímax lógico da visão atômica, nesta altura. Os átomos são os blocos constituintes da matéria e as "unidades hidrogênio" são os blocos constituintes dos átomos. Além disso, os alunos terão muitas perguntas que talvez queiram fazer (das quais, sòmente algumas você poderá responder). Portanto, deve reservar algum tempo de aula para êste tópico.

COMENTÁRIO. *Uma Visão Simplificada dos Átomos e Elementos.* A discussão das unidades hidrogênio como blocos constituintes abre o caminho para uma descrição simples e precisa dos átomos e elementos, ainda que êste assunto seja revisto na Parte IV.

Um átomo é um núcleo atômico circundado por um número de elétrons, exatamente igual ao número de prótons do núcleo. As reações químicas envolvem a participação e o rearranjo dos elétrons mais externos. Por esta razão, os átomos que têm o mesmo número de elétrons (e, portanto, de prótons), têm as mesmas propriedades químicas e, conseqüentemente, constituem o mesmo elemento.

Os isótopos de um mesmo elemento diferem sòmente pelo número de neutrons do núcleo. (O neutron é semelhante a um próton e elétron firmemente unidos).

A massa de um isótopo qualquer, expressa em unidades de massa atômica, é quase exata-

mente igual a um número inteiro. Êste número é a soma dos neutrons e prótons do núcleo. Para tornar isto mais simples, o texto dá o nome de uma unidade hidrogênio, ou ao neutron ou ao próton. Devido ao número de unidades hidrogênio, que é (menos de 1%) igual à massa atômica, uma contagem de unidades hidrogênio é uma medida de matéria que poderia ser usada, em lugar da massa. Realmente, como essas unidades são os blocos constituintes, são uma medida básica da matéria. (Quando a massa atômica de um elemento difere de mais de 1% de um número inteiro, essa discrepância é sempre devida a uma mistura de isótopos).

Notas Suplementares Sôbre a Física Nuclear. Embora êste não seja certamente o momento para discutir quaisquer detalhes sôbre a física nuclear, o desenvolvimento do Apêndice 2, no fim dêste volume, pode ajudá-lo a responder perguntas. Nenhuma das informações do Apêndice é entendida como sendo para apresentação em classe. Para não correr o risco de confundir muitos alunos, perguntas sôbre êste assunto devem ser respondidas fora da classe.

Seção 10 — Moléculas — Estruturas e Propriedades

Seção 11 — O Estudo das Moléculas Orgânicas

Seção 12 — A Química da Vida

FINALIDADE. Mostrar que as propriedades físicas e químicas das moléculas estão relacionadas com as características atômicas das mesmas; indicar que as moléculas orgânicas, apesar de sua complexidade, são formadas dos blocos constituintes fundamentais de matéria — átomos; e estender a discussão dos átomos e moléculas à estrutura dos sêres vivos.

CONTEÚDO a. As características físicas e químicas das moléculas estão relacionadas não sòmente às identidades e números de átomos presentes, mas também, ao modo como os átomos estão fisicamente dispostos.

b. As moléculas orgânicas, especialmente as encontradas nos sêres vivos, são freqüentemente de grande complexidade. No entanto, como moléculas mais simples, são constituídas de átomos, e sua estrutura é a base de seu comportamento.

ÊNFASE. Apesar dêste tópico ser de grande interêsse, não deve ser conduzido além do nível apresentado no texto. Pode ser dado como um dever de leitura.

COMENTÁRIO. É interessante você ter *"The Physics and Chemistry of Life"* (Um livro do "Scientific American", publicado por Simon e Schuster, New York 1955), em sua biblioteca de classe. Êle apresenta uma boa bibliografia sôbre o assunto. Artigos adicionais interessantes aparecem, constantemente, no *"Scientific American"* e em outras revistas. "The Physical Solution of Biological Problems" é um dos títulos planejados no "Science Study Series".

Seção 13 — Moléculas e Sólidos

Seção 14 — Cristais: A Física do Estado Sólido

Seção 15 — A Geometria dos Cristais

Seção 16 — Ordem e Desordem

FINALIDADE. Introduzir ràpidamente o papel dos átomos na formação dos cristais, e como a estrutura cristalina afeta as propriedades da matéria sólida.

CONTEÚDO a. Quando os átomos ou moléculas tomam seus lugares em um cristal sólido, as moléculas e mesmo os átomos perdem as suas características individuais.

b. A maioria dos sólidos tem estruturas cristalinas bem definidas.

c. As belíssimas formas dos cristais e sua peculiar geometria dependem do modo como os átomos ou moléculas individuais se dispõem; o agrupamento local (e *não* a forma dos átomos individuais) determina a forma cristalina macroscópica.

d. Muitas propriedades físicas estão relacionadas à estrutura cristalina (ou a imperfeições na mesma).

ÊNFASE. O texto desenvolve bem êste assunto, e necessitar-se-á de pouco tempo de aula, para transmitir as idéias. Será melhor observar cristais, partí-los e formá-los, do que falar a respeito dêles.

Se puder, mostre aos alunos o filme "Crystals", de Alan Holden (25 minutos). Sugira aos alunos que formem cristais, como é sugerido na monografia do "Science Study Series" "Crystals and Crystal Growing", por Alan Holden e Phylis Singer.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

GERAL. A menos que seu planejamento de aula lhe permita um tratamento razoàvelmente extensivo da matéria dêste capítulo, provàvelmente você desejará dar sòmente alguns dos problemas. A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com o nível avaliado de dificuldade e as seções a que se referem. Aquêles, que são especialmente indicados para discussão em classe, estão marcados. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

As respostas de todos os problemas, que requerem uma resposta numérica ou abreviada, são dadas depois da tabela. Soluções detalhadas são dadas nas páginas 155-161.

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. (a) Não.
   (b) Veja discussão na página 155.
2. 1 átomo de carbono para 2 átomos de hidrogênio.
3. (a) Relacionados por números inteiros simples.
   (b) Todos, exceto o 2.º par.
4. (a) 3×10^{-7} kg.
   (b) 6×10^{-9} kg.
5.

Amostra N.º	Massa de Oxigênio (gramas)	(a) Número de átomos de Oxigênio/molécula
(1)	1,6	1
(2)	1,6	1
(3)	4,8	3
(4)	3,2	2
(5)	4,8	3

Massa de Nitrogênio (gramas)	(b) N.º de átomos de Nitrogênio/molécula	(c) Fórmula Química
2,8	2	N_2O
1,4	1	NO
2,8	2	N_2O_3
1,4	1	NO_2
1,4	1	NO_3

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe
1, 2	2	1, 3*		1, 2, 3*
4, 5		5*	6	
6		4, 7, 8, 9*		7
7	10, 11*	14, 16*		11*
8	13		12	
11	15		17	17
12	18, 19			

6. (a) $2\ NO + O_2 \rightarrow 2\ NO_2$.
   (b) 1/2 volume de oxigênio.
   (c) Um volume de NO_2.
7. (a) 18,0 g.
   (b) 16,0 g.
   (c) 35,5 g.
   (d) 23,0 g.
   (e) 1,0 g.
8. (a) 1/4 Carbono
   2/4 Hidrogênio
   1/4 Oxigênio
   (b) $C_2H_4O_2$.
9. Cu_1Cl_2 e Cu_1Cl_1.
10. (a) 284 u.m.a.
    (b) $4{,}71 \times 10^{-22}$g.
11. $6{,}0 \times 10^{23}$ moléculas/mol.
12. (a) Não.
    (b) 238,1025 u.m.a.
    (c) Não.
13. 63 u.m.a.
14. 3×10^{-23}cm^3.
15. (a) 10^3 cm^2.
    (b) 10^7 cm^2.
16. (a) 18g.
    (b) 18 cm^3.
    (c) $3{,}0 \times 10^{-23}$ cm^3.
    (d) $3{,}1 \times 10^{-8}$ cm.
17. Veja discussão na página 160.
18. (a) $2{,}5 \times 10^{13}$.
    (b) 4×10^8.
19. 3×10^{16} átomos.

COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

No hidróxido de sódio, as massas que se combinam são 23 gramas de sódio para 16 gramas de oxigênio e 1 grama de hidrogênio. Na água, como você sabe, há 8 gramas de oxigênio para 1 grama de hidrogênio.

(a) Se a água fôsse HO, como acreditava Dalton, poderia o hidróxido de sódio ser Na OH?

(b) Que pares possíveis de fórmulas químicas para a água e o hidróxido de sódio são sugeridos pela combinação destas massas?

a) Se a água fôsse HO, com uma razão de 8:1, então o hidróxido de sódio, ou qualquer substância que demonstrasse uma razão de 16:1, entre o oxigênio e o hidrogênio, deveria conter duas vêzes uma quantidade de oxigênio por unidade de hidrogênio, como a água — por exemplo, HO_2 H_2O_4, etc. Logo, se a água fôsse HO, o hidróxido de sódio seria NaO_2H.

b) Possíveis pares de fórmulas:

água	hidróxido de sódio
HO	NaO_2H
HO_2	NaO_4H
H_2O	NaOH
H_3O	$Na_2O_2H_3$
H_2O_2	NaO_2H
H_2O_3	Na_2O_3H

Note que HO e H_2O_2 (ou quaisquer múltiplos simples de uma dada proporção) podem resultar na mesma fórmula para o hidróxido de sódio. A tabela acima é sòmente parcial — òbviamente, um número infinito de combinações é possível.

PROBLEMA 2

Dalton determinou a relação entre as massas de carbono e de oxigênio no monóxido de carbono como valendo 3/4, de hidrogênio e oxigênio na água como 1/8, e de carbono e hidrogênio no composto metano como 3/1. Sem conhecimento seguro do contrário, êle supôs que as moléculas de água continham sòmente um átomo de hidrogênio para cada átomo de oxigênio, e afirmou corretamente ser 1/1 a relação entre os átomos de carbono e de oxigênio no monóxido de carbono. De acôrdo com estas idéias, qual é a relação entre os números de átomos de carbono e hidrogênio no metano?

Se, seguindo o raciocínio de Dalton, a água fôsse HO, e o monóxido de carbono CO, o metano seria CH_2, pois $2 = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1} \times \frac{1}{3}$.

PROBLEMA 3

O cobre e o cloro se combinam em proporções diferentes para formar dois compostos, N.º 1 e N.º 2, cujas massas relativas de cobre para cloro são respectivamente, 0,895 para 1, e 1,79 para 1.

(a) Como ilustra êste exemplo a lei das proporções múltiplas?

(b) Com base nas informações dadas, quais dos seguintes pares de fórmulas podem estar certos?

Composto 1		Composto 2
Cu_1Cl_1	e	Cu_2Cl_1
Cu_1Cl_1	e	Cu_1Cl_2
Cl_1Cl_2	e	Cu_1Cl_1
Cu_1Cl_3	e	Cu_2Cl_3

a) As massas de cobre, que se combinam com a massa unitária de cloro nos dois compostos, têm a razão simples inteira de 2/1, isto é, 1,79/0,895 = 2/1.

b) O segundo par (CuCl e $CuCl_2$) não é possível. Todos os outros contêm duas vêzes mais cobre do que cloro no composto 2, em relação ao composto 1, e são possíveis.

PROBLEMA 4

Em uma experiência com polônio, durante um período de dois anos, ocorre um total de 9×10^{17} desintegrações, segundo medidas feitas pela contagem dos flashes.

(a) Qual era a massa original de polônio?

(b) Que massa de hélio será formada?

a) A Seção 3 mostra que, quando a atividade de 10^{-7}kg de polônio é controlada durante dois anos, observa-se a emissão de 3×10^{17} partículas. Para que 9×10^{17} desintegrações ocorram em dois anos, deve ser necessário 3×10^{-7}kg de polônio, originalmente.

b) 9×10^{17} partículas de hélio são formadas cada uma com massa $\frac{4\,g}{6{,}025 \times 10^{23}} =$

$= 6{,}6 \times 10^{-24}$g.

Massa de hélio $= 9 \times 10^{17}$ partículas $\times$ $\times$ $6{,}6\ 10^{-24}$g/ partícula $= 6 \times 10^{-6}$g $=$ 6×10^{-9}kg

PROBLEMA 5

Em certa experiência, você tem amostras de diferentes compostos gasosos de oxigênio e nitrogênio; todos têm o mesmo volume, e estão à mesma temperatura e pressão. Os gases são decompostos, e produzem massas diferentes de oxigênio, conforme indica a tabela seguinte:

Massa de oxigênio (gramas)		Massa de oxigênio (gramas)	
(1)	1,6	(4)	3,2
(2)	1,6	(5)	4,8
(3)	4,8		

(a) Dê o número mais provável de átomos de oxigênio na molécula de cada substância relacionada.

Para tentar estabelecer as fórmulas completas, meça, então, as massas de nitrogênio que resultam, quando são decompostas amostras equivalentes.

Massa de nitrogênio (gramas)		Massa de nitrogênio (gramas)	
(1)	2,8	(4)	1,4
(2)	1,4	(5)	1,4
(3)	2,8		

(b) Qual é o número mais provável de átomos de nitrogênio em cada molécula?

(c) Dê a fórmula completa de cada substância.

Como havia volumes equivalentes dos vários gases à mesma temperatura e pressão, cada volume de gás tem o mesmo número de molé-

culas. O número de átomos de oxigênio por molécula, para êsses gases, é proporcional às massas de oxigênio, obtido por decomposição. O mesmo é verdadeiro para o nitrogênio.

	Massa de oxigênio (gramas)	(a) N.º provável de átomos de oxigênio/molécula	Massa de Nitrogênio (gramas)	(b) N.º provável de átomos de Nitrogênio/molécula	(c) Fórmula Química
(1)	1,6	1	2,8	2	N_2O
(2)	1,6	1	1,4	1	NO
(3)	4,8	3	2,8	2	N_2O_3
(4)	3,2	2	1,4	1	NO_2
(5)	4,8	3	1,4	1	NO_3

PROBLEMA 6

O óxido nítrico (NO) combina-se com o oxigênio do ar para formar dióxido de nitrogênio (NO_2).

(a) Escreva a equação que corresponde a esta reação.

(b) Se é consumido um volume de NO, que volume de O_2 foi gasto?

(c) Que volume de NO_2 se obtém à mesma pressão e temperatura?

Os alunos que não estudaram Química podem necessitar de ajuda, para resolverem êste problema.

a) $2\ NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$.

b) Se se consumiu um volume de NO, 1/2 volume de O_2 foi gasto, pois os volume têm as mesmas razões que o número de moléculas, na fórmula.

c) Se um volume de NO é gasto, um volume de NO_2 é obtido à mesma temperatura e pressão.

PROBLEMA 7

Quarenta gramas de hidróxido de sódio (NaOH) reagem completamente com 36,5 gramas de ácido clorídrico (HCl), produzindo água (H_2O) e sal comum (NaCl). Após a evaporação da água, constatamos que ficaram 58,5 gramas de sal.

(a) Usando a lei da conservação da massa, calcule o número de gramas de água que se formaram.

(b) Sempre que decompomos a água, verificamos que nela a relação entre as massas de hidrogênio e oxigênio é de 1 para 8. Calcule a massa de oxigênio contida em nossos materiais originais.

(c) Decompomos um pouco de ácido clorídrico e verificamos que as massas de hidrogênio e cloro estão na relação de 2 para 71. Quanto cloro havia no cloreto de hidrogênio que usamos para fazer o sal?

(d) Quantos gramas de sódio existiam no hidróxido de sódio do qual partimos?

(e) Quanto hidrogênio havia no hidróxido de sódio?

a) Como a massa inicial = massa final, 40 g (NaOH) + 36,5 g (HCl) = X g (H_2O) + 58,5 g (NaCl), X = 18,0 g

b) As substâncias originais continham a mesma quantidade de oxigênio que 18,0 g de H_2O (todo o oxigênio está contido no H_2O, após completada a reação). Como a razão das massas de oxigênio e hidrogênio na água é de 8:1, devemos ter

$$\frac{8}{8+1} \times 18{,}0\ \text{g} = 16{,}0\ \text{g de oxigênio.}$$

c) Como a razão de H para o Cl no HCl é de 2:71, a massa inicial de Cl deve ser

$$\frac{71}{71+2} \times 36{,}5\ \text{g} = 35{,}5\ \text{g de cloro.}$$

d) Massa de Na = massa de NaCl − massa de Cl = 58,5 g − 35,5 g = 23,0 g Na (sódio).

e) Massa de H no NaOH = massa de NaOH − massa de Na − massa de O = = 40,0 g − 23,0 g − 16,0 g = 1,0 g de H.

PROBLEMA 8

Um estudante analisa cuidadosamente um ácido orgânico, e acha os seguintes pesos, em que se combinam os elementos constituintes: Carbono 6, Hidrogênio 1, Oxigênio 8.

(a) Conhecendo as massas atômicas dêstes elementos, indique os números relativos de átomos de cada um, existentes em uma molécula do composto.

(b) Os ácidos orgânicos contêm, em geral, o grupo carboxila COOH. Admitindo que há um de tais grupos por molécula, qual é a fórmula de uma molécula dêste ácido?

a)

átomo	massa atômica	n.º relativo de átomos
carbono	12	1/4
hidrogênio	1	2/4
oxigênio	16	1/4

b) Como o grupo COOH contém 2 átomos de Oxigênio, o ácido deve conter 2 átomos de C (Carbono) e 4 átomos de H (Hidrogênio); logo, a fórmula seria CH_3 COOH, ou $C_2H_4O_2$.

PROBLEMA 9

As massas atômicas relativas do cobre e do cloro são 63,6 u.m.a. e 35,5 u.m.a. Quais dos pares de fórmulas no Problema 3 (b) são corretos, à luz desta informação?

A razão de 0,895 para 1 (massas relativas do cobre para o cloro) é análoga a de 63,6 para (2 × 35,5) e a razão de 1,79 para 1 é a mesma que 63,6 para 35,5. Portanto, o terceiro par de fórmulas (Cu_1Cl_2 e Cu_1Cl_1) é possível, mas os outros pares não são possíveis.

PROBLEMA 10

(a) Determine a massa aproximada, em unidades de massa atômica, de uma molécula de ácido esteárico ($C_{17}H_{35}COOH$).

(b) Usando o número de Avogadro, determine a massa da molécula, em gramas.

a) O pêso molecular = (18 × 12) + + (36 × 1) + (16 × 2) = 284 u.m.a.

b) A massa da molécula = 284 u.m.a. ÷ 6,025 × 10^{23} u.m.a/g = 4,71 × 10^{-22}g.

PROBLEMA 11

Os resultados de uma experiência de monocamada mostram que há 2,1 × 10^{21} partículas por grama de ácido esteárico (massa molecular 284 u.m.a). Calcule, a partir dêste dado, o número de Avogadro.

Êste problema é um bom complemento para a experiência de laboratório com monocamadas. Se houver 2,1 × 10^{21} partículas de pêso molecular 284 u.m.a por grama, logo, num mol (284g) haverá

284 g/mol × 2,1 × 10^{21} moléculas/g = 6,0 × 10^{23} moléculas/mol.

PROBLEMA 12

O urânio sofre desintegração radioativa, formando um elemento inteiramente diferente, que pode ser separado de seu elemento antecessor por meios químicos. Êste nôvo elemento, tório, tem propriedades diferentes, e apresentaria uma densidade bem inferior, se dêle pudessem ser obtidas quantidades suficientemente grandes. Sua massa atômica é aproximadamente 4 u.m.a inferior à do urânio, quantidade que corresponde à contribuição a outro produto de cada desintegração — um átomo de hélio. Em um curto período de tempo, e em ritmo perfeitamente previsível, êste tório sofre mais duas reações de desintegração. Nenhuma mudança perceptível de massa acompanha estas reações, mas o eventual produto é um material que possui propriedades químicas indistinguíveis das do nosso primeiro material, o urânio. Êste elemento mais nôvo exibe igualmente as propriedades físicas gerais do urânio, mas sabemos que êle perdeu 4 unidades de massa, e não pôde, em nenhuma das duas últimas reações, recuperar qualquer massa.

(a) À luz desta evidência, pode o urânio na natureza consistir de um único isótopo?

(b) Qual é a massa, em u.m.a., do urânio natural, o qual consiste de 0,72 por cento

de U^{235}, cuja massa é 235,1156 u.m.a, e 99,28 por cento de U^{238}, cuja massa é 238,1242 u.m.a.?

(c) Podem ser êstes os dois isótopos envolvidos no processo radioativo anteriormente descrito?

Êste problema realça o significado de isótopos. Se você passar êste problema, use sòmente as informações dadas. Não é oportuno, aqui, entrar em discussão sôbre a série radioativa.

a) O urânio natural deve consistir, pelo menos, de dois isótopos, o átomo original e o nôvo átomo descrito, sendo êste menor que o original, de 4 u.m.a.

b) Massa de U $= 0{,}0072 \times 235{,}1156 + 0{,}9928 \times 238{,}124 = 238{,}1025$ u.m.a.

c) *Não.* U^{235} é mais leve que U^{238} de 3 u.m.a., enquanto o isótopo descrito é mais leve por 4 u.m.a., e deve ser, portanto, U^{234}.

PROBLEMA 13

A massa atômica do cobre é 63,54, e sabe-se que êle consiste de uma mistura de dois isótopos estáveis. Se um dêstes, que constitui cêrca de 30 por cento do cobre, tem uma massa de aproximadamente 65 u.m.a., qual é a massa atômica do outro isótopo, aproximada ao número inteiro mais próximo de u.m.a.?

Como $0{,}30 \times 65 + 0{,}70\ x = 63{,}54$; $x \approx 63$. O outro isótopo deve ser Cu^{63}, isto é, sua massa atômica é 63 u.m.a.

PROBLEMA 14

A densidade do chumbo é 11,34g/cm³, e a massa de um átomo de chumbo é, aproximadamente 207 u.m.a. Calcule o volume efetivo de cada átomo neste estado sólido.

Como 207 g de chumbo contêm $6{,}025 \times 10^{23}$ átomos, 1 cm³ (11,34g) deve conter $\frac{11{,}34}{207} \times 6{,}025 \times 10^{23} = 3{,}3 \times 10^{22}$ átomos. Logo, o volume por átomo é $1\ cm^3/3{,}3 \times 10^{22} \approx 3 \times 10^{-23} cm^3$.

PROBLEMA 15

Quando uma película de óleo na água forma configurações coloridas, sabemos que ela deve ter a espessura de, pelo menos, 3 a 5×10^{-4} cm. As configurações coloridas constituem uma indicação de espessura variável.

(a) Admitindo uma espessura média em tôda a camada de 10^{-3}cm, que área cobrirá 1 cm³ de óleo nas águas perturbadas?

(b) O comprimento das moléculas de ácido oléico tem ordem de grandeza de 10^{-7}cm. Que área de água poderia ser coberta por 1 cm³ dêste material, se êle se estende em uma monocamada?

a) Como volume = área × espessura, 1 cm³ de óleo, com uma espessura de 10^{-3}cm, cobrirá uma área de $10^3 cm^2$.

b) Anàlogamente, uma monocamada de ácido oléico de 1 cm³ de volume deve cobrir uma área de 10^7 cm².

PROBLEMA 16

(a) Qual é a massa em gramas de um mól de água?

(b) Qual é o volume dessa massa de água?

(c) Determine o volume ocupado por uma molécula de água.

(d) O átomo de oxigênio nesta molécula ocupa cêrca de metade do volume. Qual é o diâmetro aproximado de um átomo de oxigênio?

a) A fórmula química da água é H_2O e, conseqüentemente, sua massa atômica total, segundo a Tabela 3, página 160, é 18. A massa em gramas de um mol de água é numèricamente igual à massa em u.m.a. ou 18 g. $(2 \times 1\ g) + (1 \times 16\ g) = 18$ g.

b) Se a densidade da água é considerada como sendo uma grama por cm^3, o volume de um mol de água é 18 cm^3.

c) Como $6{,}025 \times 10^{23}$ moléculas ocupam 18 cm^3, o volume de uma molécula de água $= 18\ cm^3/6{,}025 \times 10^{23}$ moléculas $= 3{,}0 \times 10^{-23}\ cm^3$.

d) O átomo de oxigênio ocuparia $1{,}5 \times \times 10^{-23}\ cm^3$. Volume de uma esfera $= \frac{4}{3} \pi R^3$ e $R = \frac{1}{2} D$. Portanto, $V = \frac{\pi D^3}{6}$ e $D^3 = \frac{6V}{\pi}$

$$D^3 = \frac{6 \times 1{,}5 \times 10^{-23} cm^3}{\pi}$$

$$= 2{,}9 \times 10^{-23} cm^3.$$

$$D = 3{,}1 \times 10^{-8} cm$$

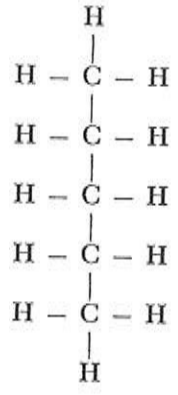
PROBLEMA 17

O pentano, que tem a fórmula C_5H_{12} consiste de uma cadeia de átomos de carbono, com átomos de hidrogênio dispostos de modo similar aos do butano na Fig. 8-4. Nesta molécula, cada carbono está ligado a quatro átomos, e cada hidrogênio a um átomo.

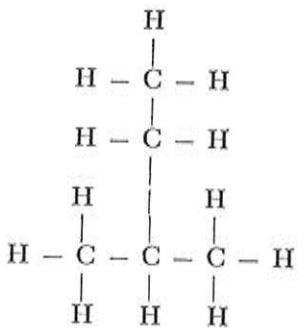
(a) Mostre que pode haver três compostos com a fórmula molecular C_5H_{12}, nos quais existem estas relações de ligação. (Os átomos de carbono não precisam estar estendidos nesta cadeia linear). Faça diagramas dos três compostos. Julga você poder existir mais de três compostos?

(b) Espera você que êstes compostos tenham as mesmas propriedades?

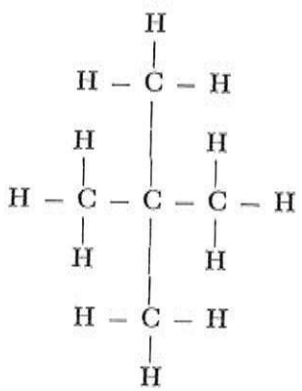
a) Êste será um exercício difícil de topologia, bem como de Química Orgânica, se o aluno realmente tentar *provar* que *não* pode haver *mais* do que três possíveis compostos de fórmula C_5H_{12}. Entretanto, com um pouco de imaginação (e com ajuda do texto), o aluno talvez seja capaz de demonstrar que pode representar ao menos três, como se segue:



(1)



(2)



(3)

b) Não se deve esperar que êsses compostos tenham as mesmas propriedades.

PROBLEMA 18

Sabe-se que os glóbulos vermelhos da corrente sanguínea humana são discos achatados de aproximadamente 7×10^{-6}m de diâmetro e 10^{-6}m de espessura. Contagens de sangue indicam aproximadamente 5×10^6 dêstes glóbulos por milímetro cúbico de sangue.

(a) Se o corpo do adulto contém 5 litros de sangue, qual é o número total de glóbulos vermelhos nêle existentes?

(b) Acredita-se que a massa de uma molécula de hemoglobina é $6{,}8 \times 10^4$ u.m.a. Quantas destas moléculas haveria em um glóbulo vermelho, se a hemoglobina tem uma densidade de um g/cm³, e se admitimos que um glóbulo vermelho é inteiramente formado de hemoglobina?

a) Como há 5×10^6 glóbulos vermelhos por mm³ e 10^3cm³/litro $= 10^6$mm³ por litro, há aproximadamente 5×10^6 glóbulos/mm³ $\times$ $\times$ 5 litros $\times$ $10^6 \frac{\text{mm}^3}{\text{litro}} = 2{,}5 \times 10^{13}$ glóbulos no corpo do adulto.

b) Como a densidade é de 1 g/cm³, o volume molecular da hemoglobina é de cêrca de $6{,}8 \times 10^4\text{cm}^3/(6{,}025 \times 10^{23}) = 1{,}1 \times 10^{-19}\text{cm}^3 = 1{,}1 \times 10^{-25}\text{m}^3$. O volume da célula vermelha deve conter aproximadamente $\frac{1}{4}\pi(7 \times 10^{-6}\text{m})^2 \times 10^{-6}\text{m} \approx 4 \times 10^{-17}\text{m}^3$. Logo, a célula vermelha deve conter aproximadamente $4 \times 10^{-17}\text{m}^3/1{,}1 \times 10^{-25}\text{m}^3$/molécula $\approx 4 \times 10^8$ moléculas de hemoglobina.

PROBLEMA 19

Uma única célula nervosa humana pode estender-se 100 cm, da coluna espinhal ao pé, e ter 10^{-4}cm de diâmetro médio. Se admitimos que cada um dos átomos constituintes dessa estrutura ocupa um volume de 3×10^{-23}cm³, qual é o número total de átomos necessários para construí-la?

Êste problema fornece um aspecto interessante da variabilidade da dimensão física de uma única célula. O volume desta longa célula nervosa é, aproximadamente,

$$100 \text{ cm} \times \frac{\pi}{4}(10^{-4}\text{cm})^2 \approx 8 \times 10^{-7}\text{cm}^3.$$

Portanto, o número total de átomos necessários para construí-la é, aproximadamente,

$$8 \times 10^{-7}\text{cm}^3/3 \times 10^{-23}\text{cm}^3 \approx 3 \times 10^{16}$$

CAPÍTULO 9

A NATUREZA DE UM GÁS

O capítulo é relativo, principalmente, à introdução da idéia de um modêlo físico, como meio de analisar e extrapolar observações de sistemas relativamente complicados. A discussão centraliza-se no modêlo molecular de um gás, e mostra como isto nos capacita a entender muitas das propriedades importantes dos gases. O tratamento, neste capítulo, é sòmente semi-quantitativo, pois uma análise mais desenvolvida deve se seguir ao estudo da dinâmica. (Êste assunto é tratado quantitativamente no Capítulo 26.)

Ao desenvolver o Capítulo 9, o professor deve ter o cuidado de dar a matéria no nível em que é apresentada, e não tentar uma justificação dinâmica rigorosa dos resultados. Definições exatas de têrmos como "pressão" devem ser evitadas, pois os alunos não têm ainda o conceito de uma fôrça. (O texto usa, deliberadamente, palavras como "empurrão", em lugar de fôrça, neste capítulo.) Uma discussão quantitativa da teoria cinética (como é apresentada no Capítulo 26), requer uma familiarização com o conceito de fôrças e das leis da conservação de quantidade de movimento e energia. Neste capítulo, o importante é que os alunos desenvolvam algum entendimento em relação à lei dos gases, como uma descrição útil das propriedades dos gases, e em relação ao modo como um cientista usa um modêlo, não sòmente como uma visão simplificada de alguns fenômenos, mas como uma ferramenta para estender os conhecimentos e determinar a direção na experiência.

RESUMO DO CAPÍTULO

O Capítulo 9 compõe-se naturalmente das três partes seguintes:

Seções 1 e 2. Nestas seções, o texto introduz o conceito de um modêlo físico, em contraste com o uso familiar do têrmo "modêlo". Os modelos físicos são considerados não como algo construído de madeira e cimento, mas de idéias e suposições, que nos permitem analisar situações complicadas. Um modêlo deve ser testado experimentalmente, e deve-se tomar cuidado ao extrapolar além das medidas testadas. Tomamos, como modêlo para o gás, uma grande quantidade de moléculas largamente espaçadas, em constante movimento, colidindo entre si e com as paredes do recipiente. Êste modêlo parece ser consistente com muitas propriedades óbvias dos gases, sua baixa densidade, alta mobilidade, etc.

Seções de 3 a 5. O modêlo molecular é agora examinado mais detalhadamente. Notamos que o modêlo prediz que a pressão de um gás deve ser proporcional ao número de moléculas por unidade de volume (lei de Boyle). Esta relação poderá ser verificada experimentalmente, se a pressão não fôr suficientemente grande; sob grandes pressões, desvios significativos são notados. Quando a experiência é repetida a diferentes temperaturas, observa-se que a pressão também depende da temperatura. Esta relação pode ser usada para construir um termômetro de gás para a medição da temperatura, e define uma escala de temperatura absoluta. A partir do modêlo molecular, a temperatura é vista como identificável com a massa e a velocidade das moléculas (na realidade mv^2, embora êste fato não seja provado aqui).

Seções 6 e 7. O modêlo molecular prediz que, à densidade suficientemente baixa, o movimento desordenado de moléculas individuais pode ser perceptível. Encontra-se isso nas observações do movimento browniano, que estabelece uma limitação natural na precisão de qualquer medida física. Finalizando, observamos que grandes quantidades de gás (por

exemplo, a atmosfera terrestre, as nuvens estelares) podem ser confinadas sem paredes, pela atração gravitacional.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO 9

Êste capítulo é uma leitura bem acessível, e a maior parte desta matéria pode ser transmitida através do texto, reservando-se pouco tempo para discussão em classe. Os períodos de aula serão, provàvelmente, melhor aproveitados com a discussão de alguns dos problemas quantitativos do CCL, selecionados da matéria referente às Seções de 3 a 5. Um tratamento aprofundado de todo o assunto do Capítulo 9 tomaria muito tempo. Os tópicos proeminentes, que podem ser dados quantitativamente para alunos do científico, serão novamente examinados com detalhes, no Capítulo 26.

	Planejamento de 10 semanas para a Parte I			Planejamento de 6 semanas para a Parte I		
Tópico	Período de aula	Período de lab.	Exp.	Período de aula	Período de lab.	Exp.
Sec. 1, 2	0	0	-	0	0	-
Sec. 3, 4, 5	3	1	I-9	2	0	-
Sec. 6, 7	0	0	-	0	0	-

MATERIAIS RELATIVOS AO CAPÍTULO 9

Laboratório. Experiência I-9 — *Escala Natural de Temperatura.* Nesta experiência, os alunos calibram um termômetro de gás simples a várias temperaturas. Veja sugestões nas Notas de Laboratório sôbre a Experiência I-9.

Casa, Classe e Laboratório. A tabela seguinte classifica os problemas de acôrdo com seu avaliado nível de dificuldade e as seções a que se referem. Estão marcados os que são especialmente apropriados para discussão em classe. Os problemas que são particularmente recomendados estão marcados com um asterisco (*). As respostas são dadas nas páginas do CCL: respostas abreviadas na página 169; comentários e soluções detalhadas nas páginas 169-179.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projeto de casa
1				1	
2	3, 4, 5 6, 16	2		2, 4	
3	7, 8, 9 10	11, 12	13	9*, 11	
4	14, 17	15, 18		14	
5	20	19, 21			
6	22			22	22

Filme. "Behavior of Gases", pelo Dr. A. V. Baez do Physical Science Study Committee. O movimento browniano de partículas de fumaça é mostrado, com a ajuda de um microscópio. O movimento é comparado com o de um modêlo mecânico, que consiste em bolas de aço em movimento rápido. Uma experiência da lei de Boyle é realizada, e explicada por intermédio do modêlo molecular. Tempo de projeção: 15 minutos.

Demonstrações. Não seja precipitado com as demonstrações, neste capítulo. Esta não é a ocasião para um tratamento mais detalhado do calor ou dos gases. A maioria das propriedades dos gases, aqui discutidas, são bem familiares mesmo sem demonstrações. A demonstração da lei de Boyle poderá ser dada, se se dispuser de tempo.

Seção 1 — Modelos Físicos

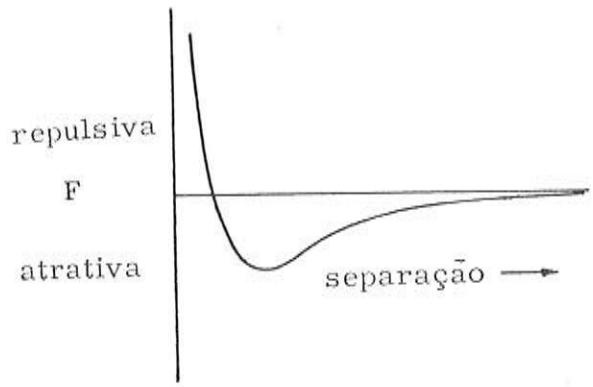
Seção 2 — O Modêlo Molecular de um Gás

FINALIDADE. Explicar o papel de um modêlo na investigação científica, e introduzir o modêlo molecular familiar de um gás.

ÊNFASE. Estas seções devem ser tratadas inteiramente, como uma tarefa de leitura. Uma discussão extensiva, em aula, do que é e do que não é um "modêlo" tornar-se-ia excessivamente filosófica e infrutífera. Nestas seções, não se tem a intenção de aprofundar-se no assunto, e muitos alunos estarão parcialmente familiarizados (embora, algumas vêzes, sem exatidão) com esta matéria.

COMENTÁRIO. O "bom vácuo", descrito na página 182, com moléculas espaçadas cêrca de 5×10^{-6}m de distância entre si, corresponde a uma pressão de, aproximadamente, 10^{-9} atmosferas (cêrca de 10^{-6}mm de Hg). Esta pressão é, aproximadamente, 1 000 vêzes menor do que se pode obter com uma bomba de vácuo mecânica, e pode ser obtida sòmente com o auxílio de uma bomba adicional. Com novas técnicas de vácuo (normalmente designadas por "alto-vácuo") é agora possível conseguir pressões tão baixas quanto 10^{-13} atmosferas em pequenos volumes.

O texto comenta ràpidamente(página 182) que uma das suposições básicas do modêlo molecular é de que as moléculas "não puxam ou empurram umas às outras, quando estão distanciadas." Esta afirmação não é precisa, mas é a melhor que podemos dar, neste ponto, sem nos aprofundarmos. Naturalmente, as moléculas interagem. Aliás, sem isto, seríamos quase incapazes de explicar a existência da matéria nos estados líquido ou sólido. As fôrças de interação não são exatamente zero nas distâncias intermoleculares médias. Um gráfico aproximado do campo de fôrça, presente entre um átomo e outro, aparece como está mostrado abaixo.



Quando as moléculas têm entre si uma distância igual ao diâmetro de um átomo (da ordem de 10^{-8}cm) ou menos, as fôrças repulsivas e atrativas são notáveis. A grandes separações, entretanto, há uma fôrça muito pequena entre as moléculas. Num gás, as moléculas, em sua maioria, se movem numa região onde a fôrça é muito pequena, e pode-se considerá-las como se movendo livremente.

A situação é grosseiramente análoga a algumas bolas de pingue-pongue pegajosas, sendo sopradas por um golpe de ar. (O golpe de ar fornece a energia cinética que, no caso atômico, resulta da agitação térmica). Se a corrente de ar fôr bastante forte (temperatura bastante alta), as bolas (átomos) se moverão sem direção, chocando-se umas contra as outras e contra as paredes de seu recipiente. A aderên-

cia (fôrça atrativa) não terá efeito notável. Entretanto, se a corrente de ar fôr fraca (baixa temperatura), as bolas (átomos) tendem a colar-se umas às outras, quando se encontram e, eventualmente, unem-se para formar um "sólido".

Note que a idéia de *movimento* é fundamental para o modêlo de um gás. Uma coleção de moléculas bem espaçadas, em repouso, não poderia exercer uma pressão nas paredes do recipiente, e, por causa de sua massa, as moléculas eventualmente cairiam, simplesmente, no fundo do recipiente.

O texto comenta que a velocidade de movimento das moléculas bem espaçadas é "um pouco mais rápida" do que a velocidade do som (página 182). Se fôrem feitas perguntas sôbre êste ponto, será suficiente explicar que o som é propagado por colisões entre moléculas (não introduza ondas, aqui), e que leva um tempo pequeno, mas finito, para que as colisões se completem. Além disso, as moléculas não se movimentam uniformemente, na direção da propagação do som. Elas se movem em tôdas as direções; assim, espera-se que a velocidade de propagação de uma pulsação sonora seja um pouco menor do que se entende por velocidade molecular.

Seção 3 — Lei de Boyle

Seção 4 — Temperatura e Termômetros de Gás

Seção 5 — Temperatura e o Modêlo de um Gás

FINALIDADE. Estender o modêlo molecular, de um modo semi-quantitativo para a predição detalhada e a verificação das relações pressão-volume dos gases, e mostrar que a temperatura de um gás é a medida da velocidade molecular.

CONTEÚDO a. A pressão necessária para confinar um gás é a média dos empurrões perpendiculares por unidade de área, exercidos por moléculas chocando-se contra a parede do recipiente. Diferenças de pressão podem ser medidas, determinando-se a diferença na altura de um líquido em dois ramos de um tubo em U.

b. A pressão é diretamente proporcional ao número de moléculas por unidade de volume. A constante de proporcionalidade é a mesma para qualquer gás. Experimentalmente, no ponto de fusão do gêlo, P (cm de mercúrio) $= 2{,}81 \times 10^{-24} \frac{N}{V}$, para N moléculas contidas num volume de V m^3.

c. A constante de proporcionalidade depende da temperatura na qual a medida é realizada. No ponto de ebulição da água, é $3{,}84 \times 10^{-24}$. Em geral, podemos escrever $P = \Theta\ N/V$, onde Θ é função da temperatura. Esta relação (lei de Boyle) é valida para uma grande escala de pressões e temperaturas, mas falha em altas pressões e baixas temperaturas, quando as moléculas estão bem próximas.

d. Podemos usar a dependência da temperatura com a pressão a volume constante de um gás, para construir uma escala de temperatura.

e. O modêlo molecular permite identificar a temperatura com a velocidade do movimento das moléculas de um gás. A temperatura também depende da massa molecular. A temperatura é considerada (num estudo mais detalhado) como sendo proporcional à quantidade mv^2.

f. A escala de temperatura, definida por um termômetro de gás, é a escala de temperatura "absoluta". O zero desta escala parece corresponder à velocidade molecular zero. (Atualmente, considerado como o ponto no qual as moléculas estão a uma menor velocidade).

ÊNFASE. Estas idéias são importantes, mas não podem ser desenvolvidas quantitativamente, nesta altura. Êste assunto será estudado detalhadamente, no Capítulo 26. Por enquanto, adie qualquer tratamento dinâmico. Não tente introduzir os conceitos de fôrça, quantidade de movimento ou energia cinética, agora. Limite sua aula na solução de problemas, de modo que os alunos venham a saber quais os tipos de problemas que podem ser

resolvidos pela lei dos gases, e ainda, se devem aceitá-la, no momento, muito mais como uma relação empírica. Não procure definir diferentes escalas de temperatura, ou modos de conversão entre escalas.

COMENTÁRIOS. Perguntas talvez sejam feitas, sôbre os detalhes da experiência da "lei de Boyle", discutida na Seção 3. O equipamento mostrado nas Figuras 9-5 e 9-6 é puramente esquemático. Necessitamos de alguns requisitos, para colocar o volume conhecido de gás (V_o) em um banho de gêlo ou na água fervendo, e isto dificilmente é conseguido pela simples montagem mostrada. Há certos detalhes, sôbre os quais os alunos podem indagar, mas que, de outro modo, não devem ser mencionados:

1. Supomos que o volume V_o seja conhecido por uma calibração prévia.

2. Supomos que o volumo V_o não varie, enquanto adicionamos gás ao recipiente — isto é equivalente a supor que o volume de mercúrio deslocado seja desprezível, comparado a V_o.

3. Supomos que V_o não varie por uma mudança de temperatura do recipiente — assim, ignoramos a dilatação térmica do vidro ou de outro material que envolve V_o.

4. Supomos que a calibração da pressão não dependa, explìcitamente, da temperatura — portanto, estamos supondo que o mercúrio não mude de temperatura ou, se mudar, podemos ignorar a mudança de densidade, devido à expansão térmica.

Com estas suposições, a experiência prova empìricamente que a pressão depende sòmente do número de moléculas por unidade de volume, à temperatura constante. Da equação ($P = \theta\ N/V$), observamos que é equivalente à afirmação de que, se o número de moléculas, N, fôr mantido constante, o produto PV também será uma constante, à temperatura constante. Assim, de modo prático, quando usamos nosso dispositivo como termômetro de gás, não faz diferença, se nos dispomos a medir a variação de pressão, a volume constante, ou a mudança de volume, à pressão constante. Enquanto N é fixado e conhecido, a temperatura é determinada por qualquer medida.

° ° °

Alguns professôres talvez fiquem intrigados com as estranhas unidades, usadas no desenvolvimento da lei dos gases. Observe que esta relação é introduzida, neste capítulo, como uma lei puramente empírica, e que as diferenças de pressão são definidas em centímetros de mercúrio, de um modo natural. Por ora, não podemos definir unidades "apropriadas" para a pressão (dina/cm² ou newton/m²), ou para a "constante do gás" (joules ou calorias por grau Kelvin por mol). As definições apresentadas bastam, para a finalidade que se tem no momento.

° ° °

Os argumentos plausíveis, dados aqui ao "deduzir" a lei de Boyle, do modêlo molecular, não pretendem ser rigorosos. Os alunos podem compreender que uma das suposições implícitas citadas é a de que a velocidade média não varia, quando se introduz uma quantidade adicional de gás no recipiente. (Como vemos, isto é equivalente a supor que a temperatura não varia). Há outras suposições que estão relacionadas com o modo pelo qual calculamos o empurrão médio sôbre a parede, e relacionamos êste à velocidade média das moléculas e ao número de colisões por segundo, de tal modo, que a pressão, à velocidade constante, torne-se independente da massa e da velocidade. Esta matéria é estudada no Capítulo 26. Alunos mais interessados talvez indaguem porque a massa molecular e a velocidade não entram explìcitamente na pressão, mas sòmente na temperatura. Êste fato não é intuitivamente óbvio, portanto, não pode ser verificado, por enquanto.

° ° °

Numa definição idealizada da temperatura absoluta, em têrmos do movimento das moléculas de um gás, o zero absoluto é definido como o estado no qual o movimento molecular cessa. Esta idéia é, agora, considerada incorreta, sem levar em conta se os gases se condensam ou não, nas fases sólida e líquida, a

baixas temperaturas. (Neste ponto, esta idéia tem de ser transmitida como uma afirmação, sem maior explicação, além do que a dada no texto).

O zero absoluto é definido como a temperatura na qual todo o sistema está em seu estado mais baixo de energia, mas êsse estado não precisa corresponder ao estado de movimento nulo. Com efeito, no zero absoluto, mesmo em sólidos, as moléculas devem estar ainda em movimento (com o chamado "ponto-zero" de energia). O zero absoluto não é algo como o Polo Norte, ao qual podemos chegar ou passar, mas, ao contrário, é algo do qual só podemos nos aproximar como o limite de uma medida física.

Aqui, estamos definindo a escala absoluta de temperatura, em têrmos de um termômetro de gás. Os alunos talvez perguntem porque escolhemos êste padrão de medida. Naturalmente, podemos definir a escala de temperatura, em têrmos de qualquer propriedade dependente da temperatura de qualquer substância. Por exemplo, poderíamos definir uma escala, em têrmos da mudança de comprimento de uma barra de ferro com a temperatura. Poder-se-ia escrever $T = KL$.

Assim, qualquer valor medido de L definiria uma temperatura correspondente. Entretanto, agora definimos uma temperatura diferente, por exemplo, por meio de duas barras de diferentes comprimentos. Poderíamos retificar isto, reescrevendo nossa equação:

$$T = \frac{K}{L_o} L$$

onde L_o é o comprimento da barra em algum meio ambiente padrão (gêlo fundente). Agora, definimos uma temperatura que seria a mesma, quando medida por qualquer barra de ferro; mas suponha que usássemos uma barra de latão, ao invés de ferro. As temperaturas medidas não seriam as mesmas. Um valor diferente de K teria de ser usado para o latão, e nenhum dos valôres das duas constantes, K_{ferro} e $K_{latão}$, concordaria ao longo da escala. Além disso, se tentarmos alcançar o "zero absoluto" desta escala de temperatura, correspondente a $L = O$, não conseguiremos nos aproximar dêste ponto. Êle não tem significado físico real.

A escala de temperatura, que é definida pelo comportamento de um gás, tem muito mais generalidade e significado. Em primeiro lugar, todos os gases se comportam do mesmo modo, quando suas densidades são suficientemente baixas. Isto é, a mesma constante de proporcionalidade dá as mesmas determinações de temperatura, sem levar em conta que gás usamos. Em segundo lugar, o zero absoluto da escala no termômetro de gás tem significado empírico, pelo fato desta temperatura *ser* o limite, que mesmo os mais engenhosos sistemas de refrigeração não conseguem alcançar. Assim, apesar de empregarmos o comprimento de colunas sólidas ou líquidas (por exemplo, em termômetros) como padrões secundários para medir temperaturas, dentro de um certo intervalo, será muito melhor usar termômetros de gás como padrões primários, para definir a escala tôda de temperatura.

* * *

Alguns alunos podem perguntar como funcionam os refrigeradores de baixa temperatura. Esta não é a ocasião para entrar numa discussão da primeira e segunda leis da termodinâmica. Entretanto, a seguinte explicação simples poderá ser dada, se a pergunta fôr feita. A maioria das pessoas está familiarizada com o fato de um gás aquecer-se, quando comprimido, e resfriar-se, quando descomprimido. Num refrigerador, o gás é primeiramente comprimido, elevando, assim, a sua temperatura. O gás aquecido passa, então, por um "radiador de calor", onde sua temperatura é reduzida novamente à do ambiente. Em seguida, deixa-se o gás se expandir abaixando, assim, a sua temperatura para um valor menor do que o do meio ambiente. Dêste modo, um grande volume de "gás de trabalho" frio pode ser acumulado. Uma pequena parte do gás frio pode, então, ser novamente comprimida e deixada para esfriar, antes da expansão, à temperatura do restante do gás frio. Dêste modo, uma outra porção menor de gás mais frio ainda pode ser obtido. Por sucessivos passos dêsse tipo, qualquer gás pode, eventualmente, ser levado a uma temperatura tão suficientemente baixa, que chega a se liqüefazer. O ar se liquefaz a, aproximadamente, 70°K. O hélio, que se liqüefaz a, aproximadamente, 4°K, tem a menor temperatura de liqüefação de

tôdas as substâncias conhecidas. A temperatura do hélio líquido pode ser reduzida, "fervendo" o hélio, sob baixa pressão, e por vários outros meios. Dêsse modo, temperaturas tão baixas como 0,001°K podem ser atingidas, pelo processo rotineiro. Por meio de técnicas especializadas, temperaturas que são menores por um fator de 100 ou 1 000, algumas vêzes, foram alcançadas. Entretanto, não importa de quanto os cientistas possam, eventualmente, se aproximar do zero absoluto; tem-se a certeza de que esta temperatura nunca será alcançada.

Seção 6 — Movimento Browniano e Ruído Johnson

Seção 7 — Gases sem Paredes

FINALIDADE. Mostrar que o movimento molecular pode ser observado (e que as moléculas de um gás [como outra forma de matéria] estão sujeitas à fôrça de gravidade).

CONTEÚDO a. A observação do movimento errático de pequenas partículas (movimento browniano) é a evidência do movimento molecular.

b. O movimento browniano estabelece um limite superior na sensibilidade de qualquer medida física.

c. Um gás pode ser "contido" sem paredes, devido à atração gravitacional.

ÊNFASE. Êste assunto pode, repentinamente, tornar-se bastante complicado, se se procurar ampliar o nível da discussão, além do apresentado no texto. Será melhor tratado, principalmente, como leitura. Referências suplementares às limitações das medidas serão feitas no próximo capítulo.

COMENTÁRIO. O movimento browniano é fácil de ser observado através de um simples microscópio, e os alunos podem estar interessados em fazer isto no laboratório ou em casa. Qualquer suspensão de partículas suficientemente pequenas servirá, embora o efeito aumente, quando se usa partículas menores.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

A tabela seguinte classifica os problemas, de acôrdo com o nível calculado de dificuldade e as seções a que se referem. Estão indicados os que são especialmente apropriados para discussão em classe e projetos para casa. Os problemas, que são particularmente recomendados, estão marcados com um asterisco (*).

As respostas de todos os problemas, que requerem uma resposta numérica ou abreviada, são dadas após a tabela. Soluções detalhadas são dadas nas páginas 169-179.

Seção	Fácil	Médio	Difícil	Discussão em classe	Projeto de casa
1				1	
2	3, 4, 5 6, 16	2		2, 4	
3	7, 8, 9 10	11, 12	13	9*, 11	
4	14, 17	15, 18		14	
5	20	19, 21			
6	22			22	22

RESPOSTAS ABREVIADAS

1. Veja discussão detalhada na página 169.
2. Veja discussão detalhada na página 169.
3. Veja discussão detalhada na página 170.
4. Veja discussão detalhada na página 170.
5. Veja discussão detalhada na página 170.
6. $1{,}24 \times 10^{-3}$ g/cm^3.
7. 3 vêzes a densidade atmosférica.
8. 0,83 vêzes a densidade ao nível do mar.
9. (a) 76 cm.
   (b) 114 cm.
   (c) Veja discussão na página 172.
10. (a) 76 cm.
    (b) 38 cm.
11. (a) 2,73 m.
    (b) 11 atmosferas.
12. Sobe.
13. (a) $1{,}86 \times 10^{-4}$ g/cm^3.
    (b) 1,13.
14. (a) 1,92.
    (b) 1,92.
    (c) Nenhuma variação.
15. (a) $3{,}57 \times 10^{21}$ moléculas/m^3.
    $3{,}57 \times 10^{18}$ moléculas.
    (b) $7{,}53 \times 10^{-25}$ $\frac{cm\ de\ mercúrio}{(\text{moléculas/m}^3)}$.
    73° Kelvin.
16. Menos.
17. 1,1
18. (a) $9{,}10 \times 10^{24}$ moléculas.
    (b) 3,2 atmosferas.
    (c) $5{,}7 \times 10^{23}$ moléculas.
19. (a) Hidrogênio.
    (b) 4 para 1.
20. (a)

Gás	mv^2 em u.m.a. m^2/s^2.
He	$3{,}76 \times 10^6$.
Ne	$3{,}82 \times 10^6$.
A	$3{,}80 \times 10^6$.

    (b) Veja discussão detalhada na página 176.
21. Veja discussão detalhada na página 177.
22. Veja discussão detalhada na página 178.

COMENTÁRIOS E SOLUÇÕES

PROBLEMA 1

Considere a idéia de que tôda a matéria é formada de átomos. A idéia de que a matéria é construída a partir de 100 diferentes tipos de átomos conduz a um modêlo físico? Por que?

Não se pretende que haja uma única resposta, bem definida, para êste problema. O problema pode ser utilizado como base para uma breve discussão em classe, onde os alunos têm uma oportunidade de apresentar uma teoria, a partir do que aprenderam.

Em nossa procura da simplificação, descobrimos que tôda a matéria é constituída sòmente por 100 tipos de partículas, bàsicamente diferentes, chamadas átomos. Há, certamente, muito mais do que êste número de substâncias bàsicamente diferentes, no mundo. Assim, devemos considerar um modêlo no qual os átomos possam combinar-se, em vários agrupamentos diferentes, compostos, a fim de formarem essa multidão de formas da matéria. A menor partícula, em que um dêsses agrupamentos está completamente representado, poderia ser chamada molécula.

PROBLEMA 2

(a) Esboce o modêlo atômico de sólidos, discutido brevemente no último capítulo.

(b) Como é o volume de um sólido em relação aos volumes dos átomos individuais? Por exemplo, é o volume de um sólido aproximadamente igual ao volume total dos átomos individuais? Muito maior? Muito menor?

(c) Em um modêlo atômico, como espera você deveriam diferir as compressibilidades de sólidos e gases?

a) As importantes características do modêlo atômico dos sólidos são: Os átomos estão ligados, para formarem moléculas. A massa da molécula é igual à soma das massas dos átomos que constituem a molécula. Numa molécula grama de substância, há $6{,}025 \times 10^{23}$ moléculas.

Em reações químicas, há um intercâmbio dos átomos de uma molécula com os de outra molécula. A estrutura atômica das moléculas varia, do simples ao complexo. Em algumas substâncias, como o sal de cozinha, os átomos estão agrupados de tal modo, que é difícil definir moléculas individuais. A estrutura atômica dos cristais é refletida numa configuração geométrica dos átomos, que é sempre a mesma para a mesma substância. Alguns sólidos não têm estrutura particular (sólidos amorfos).

b) O volume de um sólido é, aproximadamente, a soma dos volumes dos átomos individuais que formam o sólido. (Na solução de alguns dos problemas do Capítulo 8, o volume de um átomo foi calculado, dividindo-se o volume total pelo número de átomos daquele volume).

c) Como os átomos nos sólidos estão bem juntos, com pouco espaço entre si, deve-se esperar que os sólidos sejam pràticamente incompressíveis (como, de fato, são). Os gases são bastante compressíveis, pelo fato da distância média entre os átomos ou moléculas ser grande (comparada com os átomos nos sólidos).

PROBLEMA 3

Na Seção 9-2 salientamos que o movimento é uma característica essencial do modêlo molecular dos gases. Use a idéia (discutida no Capítulo 4) de que os efeitos gravitacionais se tornam menos importantes em pequena escala, para explicar que as "moléculas" de um gás podem estar em movimento, embora as "moléculas de madeira", como as da Fig. 8-6, fiquem imóveis sôbre uma mesa.

Com pequenas massas, as fôrças gravitacionais tornam-se desprezíveis. As fôrças são tão pequenas, que o movimento térmico ou velocidade de uma molécula é suficientemente grande para que ela escape do efeito atrativo das outras moléculas, da mesa ou da Terra, e, portanto, move-se livremente. As moléculas da madeira (bem maiores) sentem, proporcionalmente, fôrças gravitacionais bem maiores, e, assim, são fortemente atraídas à Terra e à mesa.

Apesar de um bom aluno ser capaz de compreender a idéia geral desta questão, na Parte III isso será esclarecido.

PROBLEMA 4

(a) Que acontecerá se você inverter um copo, e o empurrar para dentro da água, de bôca para baixo?

(b) Pode você usar êste efeito para reconstruir o raciocínio de que Heron de Alexandria se valeu para mostrar que o ar é uma substância material?

a) Quando um copo invertido é empurrado para dentro da água, esta sobe no interior do copo, mas se mantém sempre abaixo do nível da água que está fora do copo.

b) Se o ar fôsse um vazio ou uma falta de matéria, deveríamos então esperar que a água de fora e a de dentro do copo mantivessem o mesmo nível. Êste não é o caso. O fato observado pode ser entendido sob a suposição de que o ar consista de partículas que estão em movimento e, portanto, oferecem resistência à subida da água, no interior do copo.

PROBLEMA 5

Que evidências lembraria você para demonstrar a mobilidade, interpenetrabilidade, e mistura de gases?

Como início, responda às questões: "Como chega até você a maior parte dos odôres?" e "Que acontece ao ar ao seu redor quando você se move?"

A transmissão de odôres pode ser explicada, supondo-se que as partículas que transportam o odor estejam em movimento rápido, e que, devido a êste movimento, se entremeam com as outras partículas do ar (interpenetram), e difundem-se uniformemente (mistura de gases) através da sala. O tempo que isto leva para acontecer é bem maior do que se poderia esperar, pela propagação retilínea. Isto é causado pela colisão das partículas do odor com as outras partículas de ar e, assim, sofrem uma mudança na direção de seu movimento.

Quando você se move, as partículas de ar, que se chocam de frente contra você, refletem-se com uma velocidade bem maior e, assim, exercem uma pressão bem maior em você. Você sente isto, especialmente quando se move ràpidamente. Mesmo assim, pode movimentar-se no ar com relativa facilidade, demonstrando a mobilidade das moléculas de ar. É muito mais difícil mover-se na água. Isto indica que as moléculas do ar têm uma mobilidade maior do que as da água.

PROBLEMA 6

Dois estudantes planejam determinar a densidade do ar. Primeiro, êles pesam um recipiente vazio, e verificam ser sua massa 20g. Em seguida, êles inflam um balão plástico flexível até êle alcançar o diâmetro de 21 cm, e pressionam seu conteúdo para o recipiente. Verifica-se, então, que o recipiente com o ar do balão tem a massa de 26g. Qual é a densidade do ar, a partir destas medições?

$$\text{Densidade do ar} = \frac{\text{massa de ar}}{\text{volume de ar}} = \frac{26\ \text{g} - 20\ \text{g}}{4/3 \times \pi \times (21/2\text{cm})^3} = \frac{6\ \text{g}}{1/6 \times \pi \times 21^3\text{cm}^3} = 1{,}24 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3.$$

PROBLEMA 7

Infla-se um pneu a uma pressão 3 vêzes maior que a atmosférica.

Qual é a densidade do ar no pneu?

Devemos supor que a temperatura do ar no pneu não varie, quando êste é inflado. Então, se a pressão fôr aumentada por um fator 3, a densidade também deverá aumentar por um fator 3. Uma vez que, tanto a pressão como a densidade são proporcionais ao número de moléculas por unidade de volume, variando uma por um fator 3, varia a outra pelo mesmo fator. Observe que o volume real do pneu não entra no argumento, e, assim, não consideramos se o pneu é feito de borracha delgada ou aço.

PROBLEMA 8

Ao nível do mar, um barômetro de mercúrio indica uma pressão de 76 cm de mercúrio, e a uma altura de 1 500 metros, indica 63 cm. Qual é a densidade relativa do ar a esta altitude, comparada a que possui ao nível do mar? Suponha que a temperatura seja a mesma em ambos os níveis.

Como, a uma temperatura constante, a pressão é diretamente proporcional à densidade, a pressão a 1 500 m deve ser 63/76 = = *0,83 vêzes a do nível do mar.* Os alunos talvez fiquem um pouco embaraçados, por usarem um centímetro de mercúrio como unidade de pressão, mas é uma unidade perfeitamente aceitável, embora arbitrária. Neste caso, como estamos interessados sòmente na razão de pressões, não fará diferença a escolha da unidade, enquanto fôr a mesma em ambos os lugares. (Para mostrar isso, você pode perguntar — "Se medíssemos a pressão com um barômetro de água ao nível do mar, e achássemos que a pressão suportou 10 m de água, qual seria a altura da coluna de água, a 1 500 m de altitude?")

PROBLEMA 9

No aparelho indicado na Fig. 9-5, prendemos um saco plástico de volume V_o, cheio gás. Forçamos êste gás para dentro do espaço gasoso V_o, no lado direito do aparelho. A altura do mercúrio à esquerda se eleva de aproximadamente 76 cm. Fechamos a válvula da direita; prendemos, então, outro saco de gás, de volume V_o, à pressão atmosférica. Finalmente, abrimos a válvula, e pressionamos o gás dêste saco para dentro do volume V_o.

(a) De que altura adicional se eleva a coluna de mercúrio?

(b) Com o saco plástico ainda conectado, abrimos a válvula. De quanto desce a altura da coluna de mercúrio?

(c) Por que a coluna desce mais de 76 cm?

a) Como foi discutido na Seção 3, a segunda porção extra de moléculas em V_o produzirá o mesmo aumento de pressão que a primeira. Assim, o nível subirá novamente de 76 cm.

b) No volume V_o do aparelho, há agora 3 vêzes mais moléculas do que as que originalmente ocupavam êste volume. (O número apresentado inicialmente, mais os adicionados nas duas porções extras). Quando a válvula é aberta, permitindo-se a entrada do gás no saco de plástico vazio, que tem um volume V_o quando inflado, as moléculas de gás também serão distribuídas igualmente entre os dois volumes, de modo que no aparelho haverá 1 1/2 porções de moléculas ou 1/2 porção de moléculas extras. O excesso de pressão será 1/2 da exercida por uma porção de moléculas; assim, a coluna de mercúrio agora tem 38 cm a mais do que inicialmente, mantendo-se a $h_o + 38$. Antes de abrir a válvula, era $h_o + 76 + 76 = h_o + 152$ cm. Assim, deve ter descido para $152 - 38 = 114$ cm.

c) Se o ar correspondente ao volume V_o à pressão atmosférica, tivesse escapado do aparelho, o nível do mercúrio cairia a 76 cm (veja parte a). Ao invés disso, o ar correspondente a 1,5 V_o da pressão atmosférica (veja parte b) escapou. Assim, a coluna caiu $1{,}5 \times 76 = 114$ cm.

PROBLEMA 10

Em um barômetro de mercúrio (Fig. 9-16), ao nível do mar, a pressão normal do ar (uma atmosfera) atuando sôbre o mercúrio na cuba, suporta uma coluna de mercúrio em um tubo fechado.

(a) Que altura *h* esperaria você para a coluna de mercúrio no barômetro?

(b) Se você se elevar na atmosfera até que a densidade do ar se reduza à metade do valor que tem ao nível do mar, que altura h esperaria você, agora?

a) A pressão do ar ao nível do mar é considerada como 76 cm de mercúrio, que é a altura h na Figura 9-16.

b) A densidade de um gás varia diretamente com a pressão exercida pelo gás. Se a densidade variar de um fator 1/2, a pressão também variará pelo mesmo fator. A pressão seria de 38 cm de mercúrio.

PROBLEMA 11

Uma coluna de água de 10 m de altura exerce uma pressão aproximadamente igual à atmosférica. Um sino submarino (um cilindro aberto no fundo) com 2 metros de diâmetro e altura de 3 metros é submergido em água, a uma profundidade de 100 metros.

(a) Supondo que a temperatura da água seja a mesma em tôdas as profundidades, a que altura se elevará a água no sino submarino?

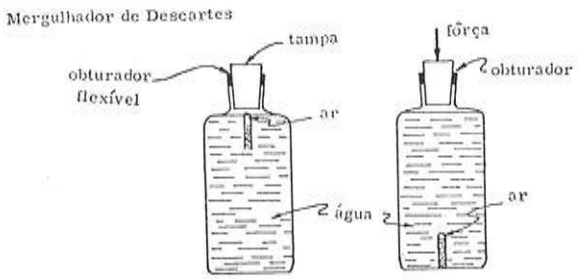
(b) Qual deve ser a pressão do ar comprimido bombeado para o sino submarino para mantê-lo inteiramente livre de água?

(c) Você já construiu um ludião ou mergulhador de Descartes? (Seu professor não vai bonificá-lo por sua resposta a esta pergunta).

a) Suponha que a pressão inicial no sino, antes de ser mergulhado, seja 1 atmosfera. Então, a uma profundidade de 100 metros de água, a pressão será aumentada de 100 metros ÷ 10 m/atmosfera = 10 atmosferas. A pressão final total será, então, de $1 + 10 = 11$ atmosferas (devemos somar a pressão do ar acima da água, que é 1 atmosfera). Então, como os valôres inicial e final de PV devem ser os mesmos (lei de Boyle), o volume final deve ser 1/11 do volume inicial. A coluna de ar no sino de imersão variará sòmente no comprimento, não no diâmetro, enquanto a água entra, de modo que o comprimento final da coluna de ar deve ser 3 m/11 = 0,27 m. Assim, a água deve subir 3,00 m − 0,27 m = 2,73 m, no interior do sino.

b) Para manter o sino livre de água, deveríamos fornecer uma pressão de, ao menos *11 atmosferas* de ar comprimido (igual à pressão da água e do ar acima da água).

c) Ao invés de tomar tempo de aula, deve-se ensinar os alunos a fazer um ludião ou mergulhador de Descartes, durante as horas de folga. (O melhor modo de fazer isto é ter um, disponível e em funcionamento para demonstração e experiência). Como é mostrado nos esboços, inverta um pequeno tubo fechado (um pequeno frasco cilíndrico do tipo que os farmacêuticos usam para pílulas) numa garrafa de água, que tenha um obturador flexível e uma rôlha funcionando como pistão. Ponha bastante água no tubo, de modo que só flutue, quando não se aplicar pressão alguma sôbre a rôlha. Quando se aplicar uma pressão, o tubo afundará, pois a pressão adicional será transmitida através da água, comprimindo o ar no tubo e diminuindo o volume do ar que está no interior do tubo. Quando a pressão é diminuída, o "imersor" sobe. Versões comerciais dêste aparelho estão à venda, com um tubo no formato de uma figura humana — normalmente chamados "Ludiões de Descartes".



PROBLEMA 12

Um cepo ou um barco flutuará em água se sua massa fôr menor que a massa de água que desloca; um balão se elevará enquanto a massa do recipiente e do gás que contém fôr menor que a de igual volume de ar que o rodeia. Se uma bôlha de sabão de 20 cm de diâmetro e paredes de 10^{-3} cm de espessura, fôr enchida com gás néon, ela se elevará ou descerá no ar (de densidade $1{,}2 \times 10^{-3}$ g/cm³) à mesma temperatura? Considere a densidade do material da bôlha como sendo 1,1 g/cm³, e a densidade do gás néon, $8{,}4 \times 10^{-4}$ g/cm³.

Devemos calcular as massas relativas da bôlha de sabão, preenchida com néon e um igual volume de ar. A massa da bôlha de sabão é massa da bôlha = volume do material da bôlha × densidade do material de bôlha + + volume do néon × densidade do néon,

$$= 4\pi\,(10\text{cm})^2 \times (10^{-3}\text{cm}) \times 1{,}1\ \text{g/cm}^3 + \frac{4}{3}\pi\,(10\text{cm})^3 \times 8{,}4 \times 10^{-4}\text{g/cm}^3 = 1{,}4\ \text{g} + 3{,}5\ \text{g} = 4{,}9\ \text{g}.$$

$$\text{Massa de ar deslocado} = \frac{4}{3}\pi\,(10\text{cm})^3 \times 1{,}2 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3 = 5{,}0\ \text{g}.$$

Como 5,0 g é maior do que 4,9 g, *a bôlha subirá.*

PROBLEMA 13

Um balão de massa 10,3 g é inflado com hélio até atingir um diâmetro de 32,0 cm. Êle se eleva no ar, levantando 9,2 metros de corda antes de alcançar o equilíbrio. Verifica-se que a corda tem a massa de 0,78 g/m.

(a) Qual é a densidade do hélio no balão?

(b) Qual é a relação entre as pressões dentro e fora do balão?

NOTA: A densidade do ar é 1,20 g/litro; a densidade do hélio, à temperatura ambiente, é 0,165 g/litro.

a) Êste é um exercício bom, direto e um pouco difícil, que trata da densidade dos gases e do significado de equilíbrio. Sòmente experimente êste exercício com seus melhores alunos.

Se o balão está em equilíbrio, sabemos que a massa total do balão = massa total de ar deslocado. A massa de ar deslocado é $\frac{4}{3}\pi\,(16\ \text{cm})^3 \times 1{,}2 \times 10^{-3}\text{g/cm}^3 = 20{,}7$ g. A massa do balão é a massa do material + massa de hélio + massa de 9,2 m de corda = 10,3 g + massa de hélio + 9,2 m × 0,78 g/m = = 17,5 g + massa de hélio. Portanto, a massa de hélio deve ser 20,7 g − 17,5 g = 3,2 g.

Como o balão tem um volume de $1{,}72 \times 10^4$ cm³ (calculado antes, ao se determinar a massa do ar deslocado), a densidade do hélio é

$$\text{densidade de hélio} = \frac{3{,}2 \text{ g}}{1{,}72 \times 10^4 \text{cm}^3} = 1{,}86 \times 10^{-4} \text{ g/cm}^3.$$

b) Como a densidade normal do hélio é $1{,}65 \times 10^{-4}$ g/cm³, a pressão interna do balão deve ser 186/165 = 1,13 vêzes maior do que a pressão externa.

PROBLEMA 14

(a) Um termômetro de gás contendo hélio está à temperatura do ponto de fusão do amoníaco no qual estêve imerso durante algum tempo. Lê-se o volume de He à pressão atmosférica normal. Transfere-se, então, o termômetro para um banho de água fervente. A pressão sôbre o volume de gás He é, ainda, a pressão atmosférica. De que fator varia o volume de He? (Use a Fig. 9-10 para avaliar a temperatura do amoníaco em fusão).

(b) Se o termômetro fôsse de volume constante, de que fator variaria a pressão do gás He?

(c) Se utilizássemos no termômetro, gás oxigênio ao invés de He, como afetaria isto as respostas de (a) e (b)?

a) Para o mesmo número de moléculas e pressão, o volume de um gás é proporcional à escala de temperatura básica ou escala Kelvin. O fator pelo qual o volume varia é o mesmo fator pelo qual a temperatura varia. A temperatura do amônio em fusão é

$$2{,}00 \times 10^{-24} \frac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)} \text{ ou } 195^\circ \text{ Kelvin,}$$

e para o ponto de ebulição é $3{,}84 \times 10^{-24}$ $\frac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}$ ou 373° Kelvin. O volume varia de um fator

$$\frac{3{,}84 \times 10^{-24}}{2{,}00 \times 10^{-24}} = \frac{373^\circ}{195^\circ} = 1{,}92$$

b) Para volume constante, o fator pelo qual a pressão varia é o mesmo fator pelo qual a temperatura varia $\left(\frac{PV}{N} = \Theta \right)$ e, portanto, é o mesmo fator acima, 1,92.

c) Um termômetro de gás cheio de oxigênio, ao invés de hélio, daria os mesmos resultados. Num grande intervalo de temperatura gases simples se comportam quase que da mesma maneira, em relação à pressão e à dilatação do volume. Por esta razão, a temperatura pode ser medida de modo mais fundamental, por meio de termômetros de gás do que pela dilatação de outras substâncias. Um termômetro de gás afastar-se-á do comportamento de um gás ideal, quando a temperatura se aproximar da temperatura de liquefação do gás usado. Para o oxigênio, isto seria, aproximadamente, 80°K.

PROBLEMA 15

A pressão em um tubo de volume $1{,}00 \times \times 10^{-3}$m³, contendo hélio, foi reduzida a $1{,}00 \times 10^{-2}$cm de mercúrio, a O°C.

(a) Qual é o número de moléculas por unidade de volume? Qual é o número total de moléculas no tubo?

(b) O tubo é imerso em nitrogênio líquido. Depois de esperar um pouco, um manômetro a êle conectado se estabilizou em $2{,}68 \times \times 10^{-3}$cm de mercúrio. Qual é a temperatura na escala básica dos gases (Θ)? Qual é a temperatura na escala Kelvin?

(c) Se o hélio fôsse substituído por ar, como seriam afetadas suas respostas às questões (a) e (b)? (Veja Fig. 9-10).

a) A partir da lei de Boyle $PV/N = \Theta$, o número de moléculas por unidade de volume é

$$N/V = P/\Theta = \frac{1{,}00 \times 10^{-2}\text{cm de Hg}}{2{,}81 \times 10^{-24}\text{cm de Hg}} = \frac{}{(\text{moléculas/m}^3)}$$

$$= 3{,}57 \times 10^{21} \text{ moléculas/m}^3.$$

O número total de moléculas = N = 3,57 × × 10^{21} moléculas/m^3 × 1,00 × 10^{-3} m^3 = = 3,57 × 10^{18} moléculas.

b) Como a temperatura é proporcional à pressão do gás hélio, a temperatura de ebulição do nitrogênio será encontrada a partir de

$$\frac{P_N}{Pi} = \frac{\theta_N}{\theta i}, \text{ ou } \theta_N = \frac{P_N}{Pi}\,\theta i$$

$$\theta_N = \frac{2{,}68 \times 10^{-3}\text{cm}}{1{,}00 \times 10^{-2}\text{cm}}\,\theta i$$

$$= 0{,}268 \times 2{,}81 \times 10^{24}\,\frac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)},$$

ou 0,268 × 273° Kelvin

$$= 7{,}53 \times 10^{-25}\,\frac{\text{cm de mercúrio}}{(\text{moléculas/m}^3)}, \text{ ou } 73^\circ \text{ Kelvin.}$$

c) Todos os componentes gasosos do ar se liquefariam, nesta temperatura ou a temperaturas maiores. Assim, o ar não se comportaria, de acôrdo com a lei de Boyle, e não poderia ser usado num termômetro de gás para medir a temperatura de ebulição do nitrogênio. O gás do termômetro, mudando a líquido ou mesmo a sólido, exerceria menor pressão do que se fôsse um gás, dando leituras de temperaturas bem menores para o ponto de ebulição do nitrogênio.

PROBLEMA 16

O ar contendo vapor de água é mais ou menos denso que o ar sêco à mesma temperatura e pressão?

O ar que contém vapor de água é *menos denso* do que o ar sêco, à mesma temperatura e pressão. A uma dada temperatura e pressão, o número de moléculas por unidade de volume é uma constante, independentemente das massas das moléculas. Assim, uma molécula de água deverá *substituir* uma molécula de nitrogênio ou oxigênio, se a pressão se mantiver fixa. Mas as massas moleculares em questão são:

N_2 : 2 × 14 = 28
O_2 : 2 × 16 = 32
H_2O: (2 × 1) + 16 = 18

Assim, a mistura gasosa com moléculas de H_2O será menos densa do que o ar sêco.

PROBLEMA 17

Quando um carro roda por um período prolongado, especialmente no verão, os pneus e o ar que os infla, se aquecem, tanto pela flexão como pelo atrito sôbre os pneus, e pelo calor da superfície da estrada. Se a temperatura do ambiente é de 27°C, de que fator, espera você, cresceria a pressão, se a temperatura dos pneus e do ar se elevasse 30°C?

Como o volume do pneumático não varia, apreciàvelmente, com a pressão e a temperatura, a pressão será proporcional à temperatura, e o fator pelo qual varia é o mesmo fator de variação da temperatura, na escala Kelvin.

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{30 + 27 + 273}{27 + 273} = \frac{330}{300} = 1{,}1.$$

Logo, se P_1 tiver, digamos, 28 psi, a pressão aumentará para 28 psi × 1,1 = 31 psi. Uma vez que o pneu, de algum modo, dilatar-se-á um pouco, o fator será menor que 1,1.

PROBLEMA 18

NOTA: Neste problema, você certamente verificará a vantagem de usar relações para obter as respostas a diferentes temperaturas e pressões. Para esta finalidade, lembre que a 273°K e pressão de uma atmosfera, há 2,70 × 10^{25}moléculas/m^3 (Seção 9-3). Um certo pneu contém (10/81)m^3 de ar. Êle é normalmente inflado a uma pressão total de 3 atmosferas (3 vêzes a pressão atmosférica normal).

(a) Se esta pressão foi medida à temperatura de 27°C, quantas moléculas de ar há no pneu?

(b) Depois de algumas horas de viagem, a temperatura dentro do pneu se eleva a 47°C. Qual é a pressão agora?

(c) Quantas moléculas de ar teria você que extrair do pneu aquecido para reduzir a pressão para novamente 3 atmosferas, a 47°C?

a) $\dfrac{P_1V_1/N_1}{P_2V_2/N_2} = \dfrac{\Theta_1}{\Theta_2}$, ou $N_2 = N_1 \dfrac{P_2V_2\Theta_1}{P_1V_1\Theta_2}$

$N_2 = 2{,}70 \times 10^{25}$ moléculas $\times \dfrac{3}{1} \times \dfrac{10/81}{1} \times \dfrac{273}{300} = 9{,}10 \times 10^{24}$ moléculas.

b) $P_3 = P_2 \dfrac{\Theta_3}{\Theta_2} = 3$ atmosferas $\dfrac{47 + 273}{300} = 3 \times \dfrac{320}{300}$ atmosferas $= 3{,}2$ atmosferas.

c) O número de moléculas, que daria uma pressão de 3 atmosferas a 47°C, é

$$N_4 = N_2 \frac{P_4}{P_2} = 9{,}10 \times 10^{24} \times \frac{3}{3{,}2} = 8{,}53 \times 10^{24}$$

moléculas. O número de moléculas a serem extraidas para reduzir a pressão novamente a três atmosferas, seria simplesmente a diferença

$N = N_2 - N_4 = 9{,}10 \times 10^{24} - 8{,}53 \times 10^{24} = 5{,}7 \times 10^{23}$ moléculas.

(É interessante observar que não é considerado uma boa prática "sangrar" os pneumáticos, sob estas condições. O aumento na flexão dos pneus causa um aumento de temperatura, que novamente elevará a pressão).

PROBLEMA 19

Um gás é constituído por moléculas de hidrogênio e de oxigênio.

(a) Que moléculas se movem mais ràpidamente?

(b) Qual é aproximadamente a relação entre as velocidades?

a) Como a temperatura de um gás é proporcional a mv^2 e as moléculas de hidrogênio têm uma massa menor do que as do oxigênio, as *moléculas de hidrogênio* mover-se-ão com velocidade bem maior do que as moléculas de oxigênio (quando os dois gases estiverem à mesma temperatura).

b) Para a mesma temperatura, sabemos que $m_Hv_H^2 = m_Ov_O^2$, portanto,

$$\frac{v_H}{v_O} = \sqrt{\frac{m_O}{m_H}} = \sqrt{\frac{2 \times 16}{2 \times 1}} = 4$$

As moléculas de hidrogênio têm uma velocidade que é aproximadamente, *4 vêzes* a das moléculas de oxigênio.

PROBLEMA 20

Há boas razões para acreditar que, para gases monoatômicos, a velocidade do som é sempre uma fração definida da velocidade do movimento molecular. (A grosso modo, é o movimento molecular que transporta o som; por consequência, as duas velocidades devem estar relacionadas).

(a) Utilizando a tabela seguinte, calcule os produtos da massa pelo quadrado da velocidade do som, para cada um dos gases monoatômicos relacionados.

Gás	(273°K) Massa (u.m.a.)	Velocidade do som (m/s)
He	4,00	970
Ne	20,2	435
A	39,9	308,5

(b) Explique a relação existente entre os seus resultados e as afirmações feitas a respeito das velocidades térmicas das moléculas, perto do fim da Seção 9-5.

a)

Gás	mv^2 (em u.m.a. m^2/s^2)
He	$3{,}76 \times 10^6$
Ne	$3{,}82 \times 10^6$
A	$3{,}80 \times 10^6$

b) A velocidade do som e a velocidade do movimento molecular para gases monoatômicos são proporcionais. Assim, as razões de mv^2,

para as diferentes moléculas, são as mesmas mostradas acima. Como os valôres de mv^2 são os mesmos para todos os casos, esta é uma indicação de que as velocidades do som na tabela foram tôdas determinadas à mesma temperatura.

PROBLEMA 21

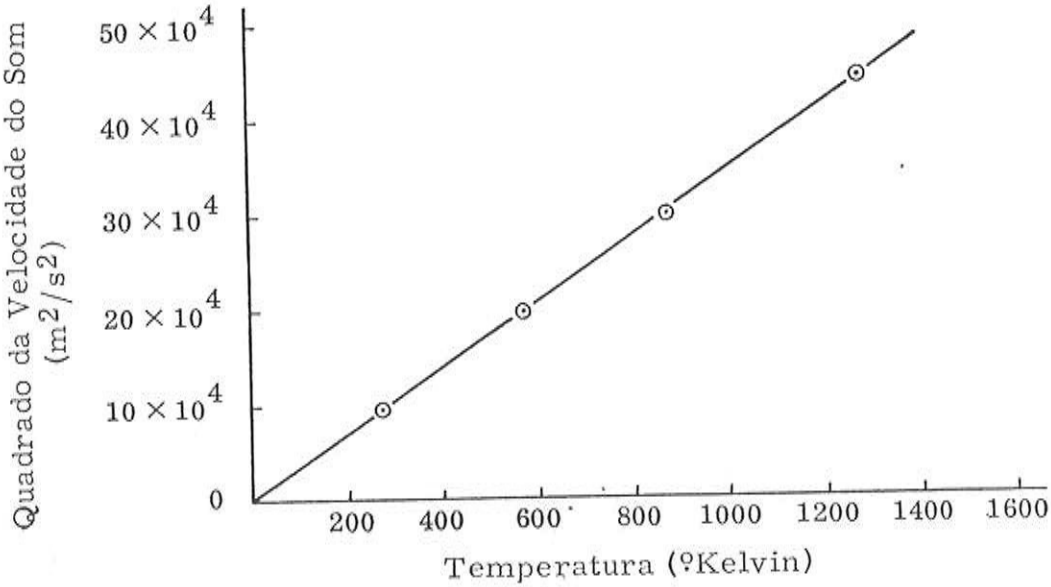
Temp. (°K)	Velocidade do som v_s (m/s)	v_s^2 (m^2/s^2)
273	308,5	$9{,}55 \times 10^4$
573	446,5	19,9
873	551,1	30,0
1273	665,5	44,3

Esta tabela, para o gás argônio mostra a velocidade do som medida, e seu quadrado, para diferentes temperaturas na escala Kelvin.

(a) Faça um gráfico do quadrado da velocidade do som, representado no eixo vertical, em função da temperatura absoluta, representada no eixo horizontal.

(b) Supondo que a velocidade do som seja sempre a mesma fração da velocidade molecular, compare seu resultado com a afirmação feita perto do fim da Seção 9-5, de que a temperatura e o quadrado da velocidade molecular são proporcionais.

a) Quadrado da Velocidade do Som em função da Temperatura.



b) Supondo que a velocidade do som seja sempre a mesma fração da velocidade molecular, o fato de que os pontos do gráfico da (velocidade)^2 em função da temperatura estejam, aproximadamente, em linha reta indica que a temperatura é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade das moléculas. Isto acrescenta mais evidências ao modêlo do gás.

O gráfico da função dada é uma reta passando pela origem. Assim, a relação representada pode ser expressa por uma equação na forma: $v_s^2 = AT$. (No nosso gráfico, A tem o valor aproximado de $3{,}4 \times 10^2$ metros^2/s^2 por grau Kelvin).

Se v_s^2 fôr proporcional a T, mv_s^2 também deverá ser proporcional a T.

PROBLEMA 22

O movimento browniano ocorre porque, num intervalo de tempo, uma partícula é atingida por mais moléculas de um lado do que de outro. Dêste modo, a partícula se move ao acaso para a direita ou para a esquerda.

(a) Para um modêlo grosseiro dêste movimento browniano, lance uma moeda, e dê um passo à direita se obtiver cara, ou um à esquerda, se obtiver coroa. Faça 10 lances, seguindo, em cada vez, as instruções que obtém. Anote, então, a que distância você está do ponto de partida, e se está à direita ou à esquerda. Repita todo o procedimento várias vêzes. Ao fim de 10 lances, você sempre volta ao mesmo lugar?

(b) Associe seus resultados com os de seus colegas, e faça um gráfico que mostre (verticalmente) o número total de vêzes que qualquer um de vocês alcançou uma determinada posição final, em função (horizontalmente) da posição final, medida a partir do ponto inicial. Por exemplo, se no cômputo final, você ou qualquer um de seus companheiros, ficaram 18 diferentes vêzes a 3 passos para a esquerda, você marcará um ponto no gráfico 3 unidades para a esquerda do centro e 18 unidades de altura. Se você e seus companheiros voltaram ao ponto inicial 27 vêzes, você marcará um ponto no centro do eixo horizontal, e que tenha 27 unidades de altura, etc.

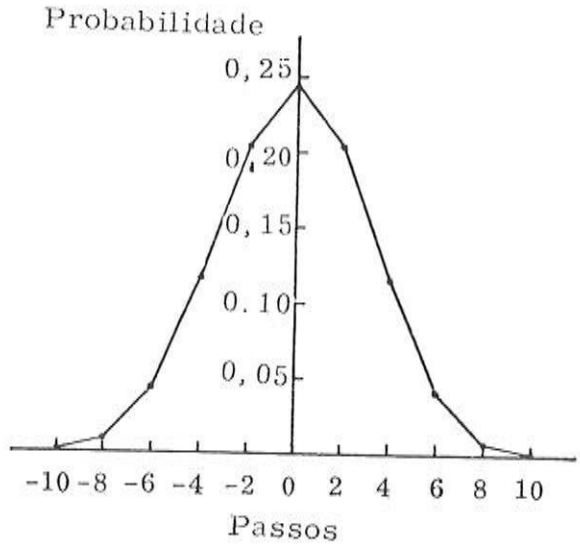
(c) Examine êste gráfico para ver onde você (ou a partícula em movimento browniano) mais provàvelmente estaria no fim da caminhada. Deveria a curva ser simétrica em relação ao ponto de partida? Ela o é?

(d) Se você mede as distâncias percorridas, sem considerar a direção, desde o ponto inicial, qual é aproximadamente a distância média, em passos, que corresponde a uma série de 10 lances? Esperaria você que esta média fôsse zero?

(e) Compare o tipo de movimento que acabou de estudar com observações do movimento browniano real. Veja a Fig. 9-17, ou utilize suas próprias observações do movimento browniano. Lembre-se que cada lance da moeda, indicando-lhe o caminho a seguir, representa o bombardeio errático de moléculas golpeando uma partícula browniana.

Êste problema contém uma experiência simples sôbre o movimento ao acaso, numa direção. Pede-se ao aluno que generalize suas conclusões para o caso tridimensional do movimento browniano. Como a probabilidade de se conseguir caras (ou coroas), em qualquer arremêsso da moeda, é independente da de outro arremêsso, o deslocamento à direita ou à esquerda é uma função, ao acaso, do número de arremessos. Êste é chamado um andar ao acaso.

a) Se, em 10 arremessos, um aluno chegar ao mesmo lugar 10 vêzes, será aconselhável examinar a sua moeda! A probabilidade de se chegar a 10 passos à direita (10 caras, em seguida), por exemplo, é de 1 em $2^{10} = 1024$.



b) A curva dos resultados de sua classe deve ser semelhante à figura mostrada acima. Como não sabemos o número de alunos em sua classe, o eixo vertical de nosso gráfico é uma escala de probabilidade, em lugar do número de casos. Se quiser, compare a distribuição de sua classe com a distribuição teórica. Se você tiver N alunos e cada um dêles con-

tribuir com 10 tentativas, o número teórico de tentativas a que chegarão em cada passo será:

Passo	Número esperado de casos a cada passo
0	10 N × 0,246
−2 ou + 2	10 N × 0,205
−4 ou + 4	10 N × 0,117
−6 ou + 6	10 N × 0,044
−8 ou + 8	10 N × 0,00975
−10 ou + 10	10 N × 0,00098

c) A mais provável posição final é a origem ou ponto de partida. A menos que a moeda seja viciada, há iguais probabilidades para que uma determinada distância esteja à direita ou à esquerda do ponto de partida. O gráfico de sua classe deve mostrar isto claramente (a não ser que essa classe seja muito pequena).

d) Os alunos não devem esperar que o módulo do deslocamento médio seja zero. *Tôdas* as tentativas teriam de resultar em um deslocamento zero, para o módulo médio ser zero.

O módulo do deslocamento médio é encontrado, multiplicando-se cada um dos deslocamentos (incluindo o deslocamento zero) pelo número de tais deslocamentos, somando êstes produtos, e dividindo a soma dos produtos pelo número de tentativas.

O deslocamento médio, achado por sua classe, pode ser comparado ao que se esperaria teòricamente. Não estamos interessados em diferenciar a distância à direita da distância à esquerda. Assim, achamos, a partir da curva (na parte b), que a probabilidade de chegar a zero passos do ponto de partida, no final, é de 0,246; a probabilidade de chegar a ±2 passos do ponto de partida será de 0,205 + + 0,205 = 0,410; para 4 passos, temos 0,234; 6 passos 0,088; 8 passos 0,0195; e 10 passos 0,00196. Se fizermos 1 000 experiências, esperamos obter os seguintes resultados:

Distância total percorrida após 10 passos	Número de vêzes em 1 000 em que é provável obter êste resultado
0	246
2	410
4	234
6	88
8	20
10	2

Para calcular a distância média total percorrida, seguimos o processo indicado:

$$\frac{0 \times 246 + 2 \times 410 + 4 \times 234 + 6 \times 88 + 8 \times 20 + 10 \times 2}{1\,000} = \frac{820 + 936 + 528 + 160 + 20}{1\,000} = \frac{2464}{1\,000} = 2{,}46 \text{ passos.}$$

e) Se o movimento unidimensional, num caminhar ao acaso, fôr estendido a três dimensões, comparar-se-á ao movimento browniano de pequenas partículas suspensas, no qual, em lugar de arremessar moedas para decidir a direção a tomar, as colisões ao acaso, não contrabalançadas, causam o movimento. Os dois diferem pelo fato da viscosidade do fluido resultar em fôrças retardadoras, que variam com a velocidade. Em nosso exemplo simples de movimento ao acaso, nenhuma consideração foi feita sôbre a velocidade. Também o tempo entre impactos, no movimento browniano, afetará o tempo em que acharemos uma partícula em determinada posição. Não se deu importância a isto, no caminhar ao acaso.

Se se desejar maiores informações sôbre funções de probabilidades e o caminhar ao acaso, uma boa fonte é o livro *"Introduction to Mathematical Physics"*, por William Band, Van Nostrand, 1959, página 163-169.

CAPÍTULO 10

MENSURAÇÃO

RESUMO DO CAPÍTULO

A finalidade dêste capítulo é examinar, de maneira preliminar, a natureza fundamental e as limitações da medida; considerar a própria medida como um dos ramos da Física; e mostrar a importância da mensuração na pesquisa física.

Por causa de sua relação com muitas discussões comuns sôbre a teoria da informação, você ou alguns de seus alunos podem estar interessados neste capítulo. O capítulo não é essencial para o desenvolvimento futuro dêste curso. Você pode, fàcilmente, dá-lo como leitura. Pode solicitar um estudo dêle, ou eliminá-lo completamente, segundo o seu programa ou gôsto, sem correr o risco de que venha lhe fazer falta alguma matéria essencial. Há seis seções neste capítulo:

Seções 1 e 2. O julgamento humano é necessário, em tôda mensuração física. Embora sejam usados instrumentos complexos para ampliação e demonstração, um observador deve tomar decisões do tipo "sim-não" (binárias), decisões sôbre o valor da quantidade da medida. O número de decisões "sim-não", que devem ser feitas, é a medida quantitativa da precisão da mensuração. No caso de um instrumento que parece realizar uma medida e dar uma "resposta" direta, tais decisões são freqüentemente tomadas, ao projetar-se o instrumento.

Seção 3. Há incertezas naturais (ruído, *exatamente* onde o objeto "termina", etc.), que limitam a precisão de qualquer medida.

Seção 4. Os instrumentos podem ser usados para a medida, sem um conhecimento detalhado do "que os faz funcionar". Utilizados assim, devem ser calibrados pela medição de quantidades que já conhecemos.

Seções 5 e 6. O ato da mensuração perturba intrìnsecamente o sistema a ser medido. Uma mensuração útil necessita de que a perturbação seja sem conseqüências, ou que se leve em conta a perturbação, ao efetuar a medida. A Seção 6 serve como introdução à Parte II.

PLANEJAMENTO DO CAPÍTULO

O Capítulo 10 trata, implìcitamente, do ramo da ciência conhecido como teoria da informação. É difícil tratar dêste assunto mais do que superficialmente, sem antes introduzir um considerável estudo sôbre estatística. Isto seria bastante difícil para alunos dêste nível. Entretanto, os resultados gerais de tais estudos podem ser apresentados qualitativamente (como estão aqui). Tais assuntos formam uma parte importante da compreensão dos alunos, sôbre a natureza e problemas de investigação científica.

Pretende-se que êste capítulo seja *lido*. Êle não requer muitas aulas, a menos que você deseje desenvolver alguns dos tópicos, mais detalhadamente do que são tratados no texto. Os exercícios são entendidos como questões "para pensar", e não necessitam ser passados ou discutidos em classe. Se o tempo fôr limitado, o capítulo poderá ser inteiramente tratado como leitura, ou omitido, sem ocasionar dificuldades posteriores.

MATERIAIS SUPLEMENTARES PARA O CAPÍTULO

Casa, Classe e Laboratório. Os três primeiros exercícios, no fim do capítulo, são discutidos no CCL. São exercícios quantitativos, mas não devem ser dados para casa, a não ser que você tencione despender algum tempo com uma discussão, em classe, do material do capítulo. Os outros três exercícios são "perguntas para pensar" ou "experiências" para casa.

Filme. "Measurements", por William Siebert, do Massachusetts Institute of Technology. A medição da velocidade da bala de uma espingarda é usada, como base para a discussão da mensuração; os problemas discutidos também incluem o ruído, "caixas pretas" e o elemento de decisão, inerente em tôdas as mensurações. Tempo de projeção: 22 minutos.

Êste filme pode ser aproveitado para sintetizar as idéias do capítulo, ou para introduzir uma discussão geral, em classe, sôbre a mensuração. O filme, embora tenha originalmente a finalidade de ajustar-se ao estudo do Capítulo 10, também pode ser usado com proveito, quase no fim do Capítulo 3.

Seção 1 — Decisão: A Unidade de Medição

FINALIDADE. Indicar o papel do observador numa medição, e evidenciar a natureza binária fundamental da decisão.

ÊNFASE. Trate de modo prático, como uma leitura. Alguns de seus alunos talvez apreciem uma breve discussão complementar, tal como a que se segue.

DISCUSSÃO EM CLASSE. Os alunos não pensarão que seis ou sete decisões, do tipo sim-não, são necessárias para medir o comprimento de uma fôlha de papel de 28 cm. Êles passam por cima do fato de tais decisões estarem implícitas no processo. Algumas das decisões foram tomadas, ao construir a régua, a fim de evitar a necessidade de repeti-las, sempre que desejamos medir.

O texto se refere ao fato de que há um número mínimo de decisões que devem ser tomadas, para determinar uma quantidade com um grau específico de precisão. Os Problemas 1 e 2 tratam disso. A prova dêste teorema é um tanto difícil, mas muitos de seus alunos talvez possam ver que há meios eficientes e ineficientes de estabelecer o valor de uma quantidade, através de uma série de decisões binárias.

Suponha, por exemplo, que desejemos tomar uma série de decisões tipo sim-não, para determinar o comprimento de uma dada mesa até o centímetro mais próximo, com uma régua de um metro. O problema básico é decidir quantos 1/100 de um metro se aproximam mais do comprimento da mesa. Supondo-se que a mesa não tenha mais do que um metro de comprimento, e tomando-se sòmente decisões binárias, poderíamos tomar 100 decisões, ao medir a mesa. Por exemplo, poderíamos construir uma lista de todos os comprimentos possíveis, até o centímetro mais próximo, e, sucessivamente, perguntar se a mesa corresponde a cada comprimento:

Comprimento	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	5 cm ...
Igual à mesa?	não	não	não	não	não ...

Comprimento	65 cm ...	98 cm	99 cm	100 cm
Igual à mesa?	sim ...	não	não	não

Novamente considerando a mesa menor do que um metro de comprimento, e usando uma régua de um metro, podemos tomar a seguinte sequência de decisões binárias:

Pergunta: É a mesa —	*Resposta*	*Conclusão*
1. maior que 1/2 régua (50 cm)?	Sim	50 cm $<$ L $<$ 100 cm
2. maior que 50 cm + 1/4 = 3/4 régua (75 cm)?	Não	50 cm $<$ L $<$ 75 cm
3. maior que 50 cm + 1/8 = 5/8 régua (62,5 cm)?	Sim	62,5 cm $<$ L $<$ 75 cm
4. maior que 62,5 cm + 1/16 = 11/16 régua (68,8 cm)?	Não	62,5 cm $<$ L $<$ 68,8 cm
5. maior que 62,5 cm + 1/32 = 21/32 régua (65,6 cm)?	Não	62,5 cm $<$ L $<$ 65,6 cm
6. maior que 62,5 cm + 1/64 = 41/64 régua (64,1 cm)?	Sim	64,1 cm $<$ L $<$ 65,6 cm
7. maior que 64,1 cm + 1/128 = 83/128 régua (64,8 cm)?	Sim	64,8 cm $<$ L $<$ 65,6 cm
8. maior que 64,8 cm + 1/256 = 167/256 régua (65,2 cm)?	Não	64,8 cm $<$ L $<$ 65,2 cm
		= 65 cm CQD

É evidente que êste processo consiste em achar que meia-parte de um dado alcance inclui a quantidade desejada e, depois, achar metade desta parte que inclui a quantidade, e assim por diante. Deve-se notar que o passo número 7 limitou o alcance, no qual a quantidade desejada ficou a menos de 1 cm. Êsse passo especificou a quantidade até 1/100 de um metro. * Não é acidental que a menor potência de 2, que dá um número maior do que 100, seja 2^7. Sete decisões é o número mínimo, que pode ser tomado para especificar uma quantidade até 1/100 (na realidade, $\frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$) de um dado padrão.

Assim, podemos determinar o número mínimo de decisões necessárias para fazer qualquer mensuração, até uma precisão específica. Por exemplo, no Problema 1, pede-se determinar o número mínimo de decisões necessárias para especificar o tempo até a hora mais próxima, minuto e segundo. Não importa que determinado tempo pede-se especificar. Não importa se estamos utilizando um relógio com um ponteiro (hora), dois ponteiros (hora e minuto) ou três ponteiros (hora, minuto e segundo). Fundamentalmente, pede-se especificar um *ângulo* até $\frac{1}{12 \times 60 \times 60} = \frac{1}{43\,200}$ de 360° (12 horas). A menor potência de 2, maior do que 43 200, é $2^{16} = 56\,472$. Portanto, um mínimo de 16 decisões é necessário para determinar o tempo a menos de um segundo.. ** Poderíamos ter chegado ao mesmo resultado, observando que $2^4 = 16 > 12$; $2^6 = 64 > 60$; $2^6 = 64 > 60$. Somando os expoentes, $4 + 6 + 6 = 16$.

Seção 2 — Amplificação e Apresentação

FINALIDADE. Mostrar que o uso de instrumentos para amplificação e percepção não isenta o observador da necessidade de tomar decisões fundamentais, a respeito do resultado da mensuração.

ÊNFASE. Trate dêste assunto como parte de uma tarefa de leitura, simplesmente assegurando-se de que os alunos vejam que mesmo os instrumentos mais elaborados, usados na mensuração, não substituem o julgamento humano. Êles são apenas acessórios para ajudar o observador a "ver melhor". Mesmo na simples contagem, deve-se decidir o que é contável e o que não é. Veja COMENTÁRIOS, na Seção 3.

Seção 3 — Sinais e Ruído

FINALIDADE. Mostrar que há limitações inerentes à precisão de qualquer medida física.

ÊNFASE. Trate, primeiramente, como parte de uma tarefa de leitura, simplesmente fazendo com que os alunos entendam algumas das limitações na precisão da medida.

COMENTÁRIOS. Os exemplos do texto — o efeito que limita onde *precisamente* estão os bordos da mesa; a largura da divisão de uma escala; e o efeito, no domínio do tamanho

* Neste ponto, poderíamos dizer que L = 65,2 ± 0,4 cm. Isto especifica o comprimento até um intervalo de menos de 1 cm. Entretanto, o intervalo especificado, 64,8 cm — 65,6 cm opta por 65 cm, de tal forma, que não podemos ter certeza se a quantidade não está mais próxima de 66 cm do que de 65 cm. Poderíamos denominá-la tanto 65 cm como 66 cm, e estar certos até 1/100 de um metro. Se queremos especificar o comprimento até o *mais próximo* número inteiro de centímetros, devemos tomar mais uma decisão, neste caso. Esta decisão complementar especifica a quantidade até, aproximadamente, 1/250 de um metro. Decorre daí que, se se precisar de uma medida "até o centímetro inteiro mais próximo", pedir-se-á, às vêzes, uma distinção além de "1/100 do metro".

** Como foi o caso, em nosso exemplo que tratava da medição de uma mesa até o centímetro *mais próximo*, se quisermos definir o tempo até o *mais próximo* número inteiro de segundos, uma decisão ulterior será necessária. Será necessária, se o intervalo de menos de um segundo, estipulado pela 16.ª decisão, não "enquadrar" um segundo específico, de tal modo que todos os valôres do intervalo estejam mais próximos àquêle segundo do que o segundo precedente ou o segundo seguinte.

atômico, do movimento browniano, podem ser usados como ilustrações de limitações naturais, na precisão da medida.

° ° °

Os alunos talvez pensem que a contagem, como uma forma de mensuração, pode ser feita com um alto grau de precisão. Às vêzes, é assim. Entretanto, como o texto evidencia na Seção 1 dêste capítulo, frequentemente, é difícil decidir sôbre o que contar e o que não contar. Talvez uma ilustração, tal como a que se segue, possa ser utilizada, para introduzir esta idéia.

Se, por alguma razão, mandássemos várias pessoas contarem tôdas as bolinhas de gude existentes na cidade, seria provável que suas contagens não concordassem. Isto não se daria, simplesmente pelo fato de que alguns contariam bolinhas que outros não contariam. Por vêzes, seria difícil determinar o que seria e o que não seria uma bolinha. Como definiríamos uma bolinha? Pela sua aparência? Por seu tamanho? Pelo fato de ter sido usada para jogar "bolinha de gude"? Quão grande ou pequena deve ser uma bola de vidro, antes de ser outra coisa, ao invés de uma bolinha de gude? Poderíamos estabelecer um domínio de tamanhos, e dizer com certeza que tôdas as bolas de vidro dentro dêste domínio são bolinhas de gude, e que tôdas as menores ou maiores não são bolinhas de gude?

Alguns meninos usam bolas de aço como bolinha de gude. Como poderíamos distinguir entre "bolinhas de aço", que são de gude, e "bolinhas de aço", que são bolas de rolamentos? Pelo fato de estarem no bôlso de um menino e não em uma loja de auto peças? Algumas, que estão na loja, irão terminar no bôlso de um menino. Quais delas devem ser contadas?

É evidente que nossa contagem não seria precisa, a menos que nossos contadores, submetidos a um teste que os capacitasse, concordassem, tomando a mesma decisão binária definitiva: "É uma bolinha de gude", ou "Não é uma bolinha de gude". Embora possa ser difícil achar uma finalidade útil para tal contagem, como a citada acima, frequentemente as finalidades, para as quais se deseja uma contagem, sugerirão a natureza do teste ou definição. Por exemplo, se quisermos saber quantas bolinhas de gude foram ingeridas por crianças, no ano passado, talvez seja bem mais fácil imaginar um teste para o que será contado como bolinhas de gude.

Seus alunos, provàvelmente, pensarão em algumas das limitações naturais sôbre a precisão, ao contar estrêlas.

° ° °

Os alunos talvez estejam interessados em saber que o *único* modo de reduzir os efeitos do ruído térmico é reduzir a temperatura. Não há graus de complexidade em instrumentos que podem ser usados para reduzir a ambigüidade de uma única medida, além dêsse limite. Entretanto, se uma sequência de medidas puder ser feita, e se houver conhecimento, *a priori*, útil sôbre o estado do sistema (por exemplo, que está realmente estacionário), então, várias correlações técnicas poderão ser utilizadas, para aumentar a precisão. Por exemplo, o valor médio da posição de um objeto estacionário pode ser encontrado, arbitràriamente, com grande precisão: para uma sequência de n observações de incerteza X, a incerteza em média (supondo uma série de observações ao acaso) é $\frac{X}{\sqrt{n}}$. (Por exemplo, em 100 observações, o êrro é reduzido por um fator de 10).

Seção 4 — Caixas Pretas e Calibração

FINALIDADE. Esta seção é uma discussão elementar da filosofia da mensuração, com a finalidade de fazer os alunos compreenderem que, se fôrem cuidadosos ao calibrar seus instrumentos, não precisarão saber tudo a respeito do funcionamento interno dêles, a fim de obter dados úteis.

ÊNFASE. Trate desta parte como tarefa de leitura.

COMENTÁRIO. Embora "caixas pretas" sejam frequentemente úteis, o texto procura mostrar que a maior parte do desenvolvimento da Física depende de abrir caixas pretas. E

é sòmente pelo conhecimento detalhado do "funcionamento" de uma peça do equipamento, que podemos esperar entender a extensão dos êrros *sistemáticos* (em contraste com os êrros fortuitos) que entram nas medidas físicas. A calibração capacita-nos a determinar a precisão relativa de um instrumento, que é uma medida dos êrros fortuitos inerentes ao seu uso, mas, frequentemente, os êrros fortuitos são sòmente parte da história. Podemos calibrar um par termoelétrico, com um termômetro, mas, se o termômetro não fôr acurado, nossa precisão real na medição da temperatura, através da leitura de um potenciômetro de um par termoelétrico, poderá ser bem mais imprecisa do que pensamos.

Seção 5 — Interação

FINALIDADE. Mostrar que o ato da mensuração, inevitàvelmente, altera o sistema medido, e determina, além disso, um limite fundamental na precisão da medida.

ÊNFASE. Esta seção refere-se a tais idéias, assim como ao famoso Princípio da Incerteza de Heisenberg, mas uma discussão detalhada, em classe, de tais assuntos criaria confusão, no momento. Deixe os alunos entenderem a interação, no nível apresentado, sem entrar mais profundamente no assunto. Trate-o como um dever de leitura.

COMENTÁRIO. As afirmações inocentes desta seção têm suas raízes em publicações filosóficas controvertidas. Devemos fazer perguntas, tais como: "É real o sistema, se não podemos medi-lo?" (O que queremos dizer, quando afirmamos que algo está *lá*? Está *lá*, mesmo que não determinemos êste fato, ou está onde determinamos que esteja... *lá*, mais ou menos alguma incerteza, devido à medida?) Êstes não são assuntos para discussão em classe, mas você talvez queira estimular alguns de seus melhores alunos, fora da classe.

Seção 6 — Luz.

FINALIDADE. Esta seção é uma introdução à Parte II.

ÊNFASE. Trate inteiramente, como um dever de leitura.

PARA CASA, CLASSE E LABORATÓRIO — RESPOSTAS DOS PROBLEMAS

COMENTÁRIO. Nenhum problema dêste capítulo necessita ser passado para casa, ou discutido em classe. Podem ser considerados como "questões para pensar", para consolidar a leitura feita pelos alunos. Soluções para os Problemas 1 e 2 não podem ser esperadas, a menos que se dedique uma aula para a discussão do assunto da Seção 1 (veja comentários prévios). Os Problemas de 4 a 6 não requerem soluções, e não são discutidos abaixo.

PROBLEMA 1

Analise a série de decisões que você toma ao verificar que seu relógio marca 11 horas, 37 minutos e 23 segundos. Como se modificará êste conjunto de decisões, se o relógio fôr girado de 90°, a partir de sua posição normal? Se você o olhasse em um espelho, que decisões tomaria?

Êste é um problema sôbre a teoria da informação. Como se discute no guia para a Seção 1, 16 decisões são necessárias para determinar o tempo com a precisão de 1 segundo (às vêzes, 17 decisões são necessárias para determinar o tempo até o segundo *mais próximo*). Em princípio, a rotação ou reflexão do relógio não faz diferença, pois estamos interessados na medida de um ângulo até uma certa precisão específica. Entretanto, talvez necessitemos de decisões posteriores, para deduzir o *significado* do ângulo medido (como no caso simples — êle é medido antes ou depois do meio-dia?)

PROBLEMA 2

Qual das medidas é mais complexa e por que: medir uma mesa de, aproximadamente, 75 centímetros de comprimento com aproximação de 1/6 de centímetro, ou medir o diâmetro de um cabelo, ao microscópio, com

aproximação de um centésimo de milímetro? Discuta as decisões necessárias.

Êste é um outro problema sôbre a teoria da informação. No caso da mesa, estamos pedindo uma precisão de, pelo menos, 1 parte em $75 \times 6 = 450$, ou seja, 1:450. No caso do cabelo, estamos pedindo uma precisão entre 1 para 2 a 1 para 10 (provàvelmente, a maior parte dos cabelos têm um diâmetro entre 0,01 e 0,1 mm). A primeira medida é bem mais complexa. A primeira medição precisa de 9 a 10 decisões ($2^9 = 512$), enquanto a segunda necessita sòmente de 1 a 4 decisões ($2^1 = 2; 2^4 = 16$), embora a segunda medição possa tomar muito mais tempo (ajustar o microscópio, etc.).

PROBLEMA 3

Faça uma tabela mostrando tôdas as possíveis combinações das condições acesa-apagada de um grupo de cinco luzes. Use-a para fazer um código acesa-apagada, representando o alfabeto.

Êste é um exercício binário de aritmética. Como $2^5 = 32$, há 32 possíveis combinações de "ligar-desligar", para cinco luzes. Há 00000, 00001, 00010, 00011, 00100, 00101, 00110, 00111, 01000, 01001, 01010, 01011, 01100, 01101, 01110, 01111, 10000, 10001, 10010, 10011, 10100, 10101, 10110, 10111, 11000, 11001, 11010, 11011, 11100, 11101, 11110, 11111.

APÊNDICES

APÊNDICE 1. ACELERAÇÃO NO MOVIMENTO CIRCULAR

(Suplemento ao Guia do Professor para o Capítulo 6, Seção 6 *)

Tradicionalmente, um dos assuntos mais difíceis a transpor, na física elementar, é a aceleração de um corpo que se move à velocidade constante, num círculo. É importante desenvolver uma boa compreensão, por várias razões:

1. A parte da compreensão é de natureza básica, e vale a pena explicá-la adequadamente.

2. O movimento circular uniforme é um dos dois casos que podem ser tratados com relativa simplicidade, nos quais a natureza vetorial da aceleração é importante. (O outro caso é o do vetor aceleração constante).

3. O texto utiliza-se do movimento circular, para auxiliar a verificar a natureza vetorial de $\vec{F} = m\vec{a}$ (Capítulo 21). Devemos, portanto, deduzir $\vec{a}$ (dados $\vec{r}$ e $\vec{v}$), independentemente de afirmações, tais como: "A aceleração aponta para dentro, ao longo do raio, porque a fôrça aponta para dentro, ao longo do raio".

4. Alternativamente, para o movimento planetário, no qual não há "cordão" visível puxando para dentro, precisamos conhecer $\vec{a}$ para inferir sôbre a presença da fôrça gravitacional invisível.

Nas páginas seguintes, sugerimos uma sequência que ajudaria a isolar as dificuldades quando surgissem, uma de cada vez, sendo, portanto, mais fáceis de serem superadas.

Objetivo

Nossa pretensão é determinar a aceleração instantânea de um corpo, em movimento circular uniforme. Pelo Capítulo 6, sabemos que a aceleração média, $\vec{a}_m$, entre os instantes t_1 e t_2 (correspondendo às velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$) é:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

A aceleração instantânea $\vec{a}$, em qualquer instante, t, entre t_1 e t_2, é o limite da aceleração média, quando os tempos t_1 e t_2 aproximam-se, tendendo para o instante t.

Existem quatro dificuldades principais que geralmente atrapalham os alunos, ao calcular a aceleração instantânea:

1. Dados dois vetores $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, como obtemos a sua diferença? (Êste problema é particularmente difícil, quando ambos os vetores têm o mesmo comprimento e, porque a tendência natural *errada* é a de subtrair o mais curto do mais comprido).

2. Qual é o vetor que subtraímos? (Queremos $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ ou $\vec{v}_1 - \vec{v}_2$? Não importa se os dividimos por $t_2 - t_1$ ou $t_1 - t_2$, respectivamente, notando-se que a divisão de um vetor por um escalar negativo inverte a direção do vetor resultante).

3. Como escolher uma escala apropriada? Uma escala arbitrária, para traçar um vetor ace-

---

* Êste suplemento foi originalmente preparado para o Capítulo 21 da Parte III. Pela sua relação com o trabalho do Capítulo 6, êle é reproduzido aqui. Você poderá referir-se a êle, quando estiver dando o Capítulo 21.

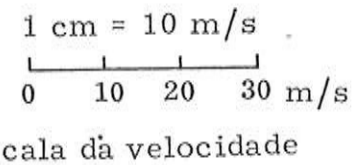
leração, pode ser escolhida independentemente da escala escolhida para o vetor velocidade. Em particular, não podemos traçar qualquer vetor, sem especificar a escala usada. A ignorância geral sôbre escalas, provàvelmente, explique porque muitos alunos podem achar $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$, mas não sabem o que fazer, em seguida, para traçar a aceleração.

4. O que acontece, quando tomamos o limite da aceleração média? Tanto o módulo do limite como a direção devem ser encontrados. Os alunos talvez tenham dificuldades em ver que, embora o vetor $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ se torne menor, quando t_2 e t_1 se aproximam, a razão $\frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$ se aproxima do valor limite.

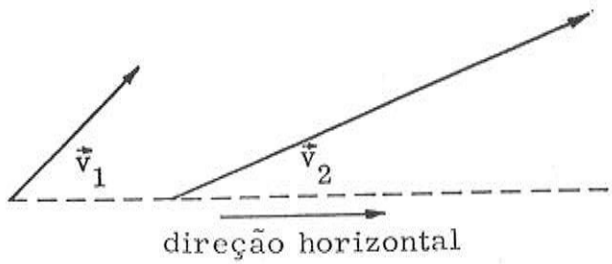
Exemplo da Sequência dos Problemas

É essencial que os alunos tracem, por si mesmos, alguns vetores velocidade e aceleração. Muitos exemplos podem ser idealizados. Uma sequência, que ilustra o que pode ser feito, é dada abaixo. Se você utilizar tais problemas em classe, será melhor mandar duplicá-los, usando um mimeógrafo.

Exemplo 1.



escala da velocidade



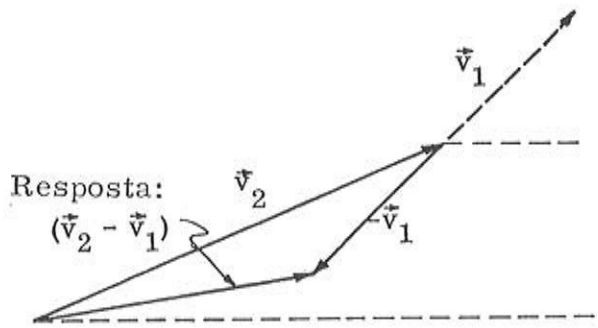
Problema: Construa $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$ gràficamente. Determine seu módulo em m/s, e dê a direção em têrmos de um ângulo, a partir da horizontal.

Solução: módulo de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 38$ m/s.

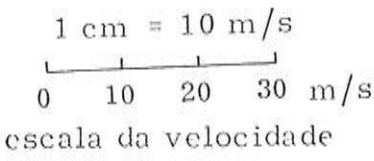
direção de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$:

9° acima da horizotal e para a direita.

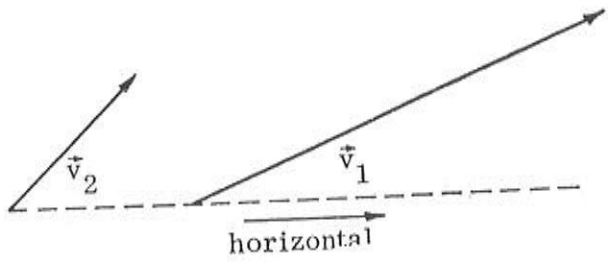
° ° °



Exemplo 2:



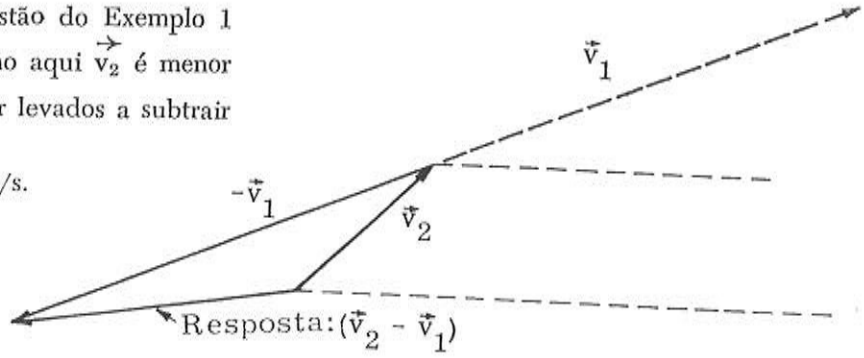
escala da velocidade



Problema: A mesma questão do Exemplo 1 (construa $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$). (Como aqui $\vec{v}_2$ é menor que $\vec{v}_1$, os alunos podem ser levados a subtrair erradamente).

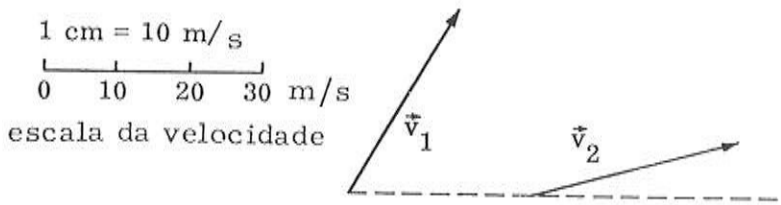
Módulo de $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 38$m/s.

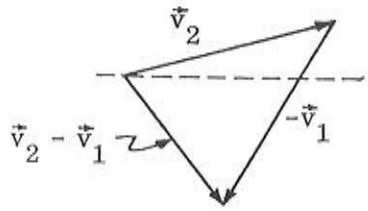
Direção: 9° abaixo da horizontal, à esquerda.



° ° °

Exemplo 3: Análogo aos exemplos 1 e 2 (construir $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$), exceto que usamos dois vetores de mesmo comprimento.

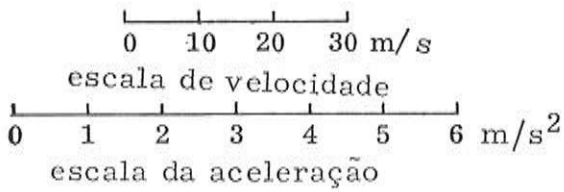




Módulo de $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = 23$ m/s.

Direção: 52° abaixo da horizontal, à direita.

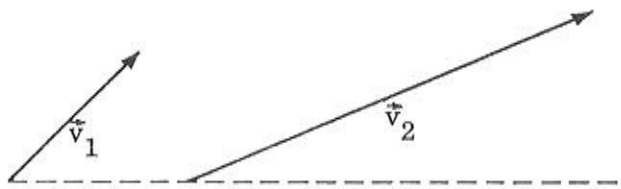
Os exemplos, assim, acentuam a subtração de vetores. O próximo elemento a ser acrescentado é o cálculo da aceleração.



Problema: Determine o módulo da aceleração média, no intervalo entre t_1 e t_2. Trace um vetor da aceleração em escala, mostrando seu módulo e direção.

° ° °

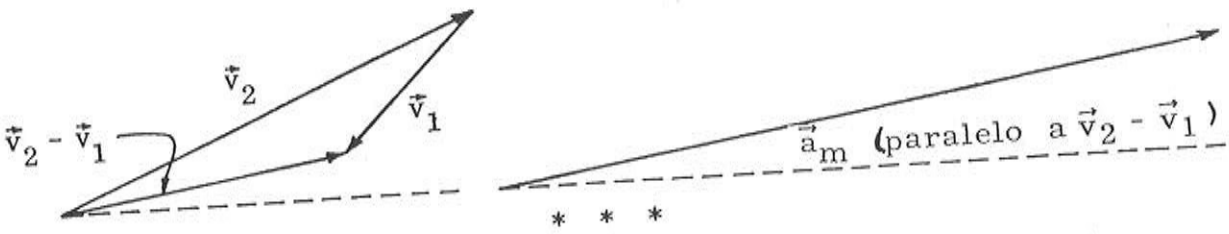
Exemplo 4: Dados $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, o mesmo que no Exemplo 1, $t_1 = 2$ segundos, $t_2 = 6$ segundos



Solução: A aceleração média, $\vec{a}_m$, é dada por $\vec{a}_m = \dfrac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$.

Sua direção é paralela a $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$, e seu módulo é calculado, dividindo-se o módulo do vetor $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ pelo intervalo de tempo $t_2 - t_1$.

Do Exemplo 1, o módulo de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ é 38 m/s, e $t_2 - t_1 = 6 - 2 = 4$ segundos. Portanto, o módulo da aceleração é $\frac{38}{4} = 9{,}5$ m/s². Usando a escala da aceleração, construímos o vetor de comprimento apropriado, paralelo a $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

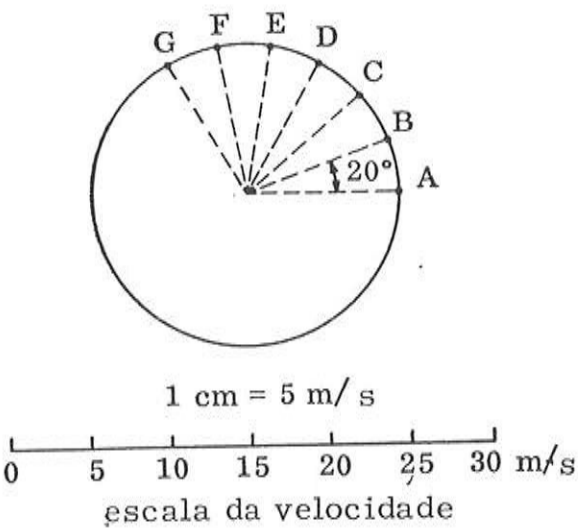


Talvez seja necessário dar outros exemplos para entender a sequência:

(i) Determinar $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

(ii) Medir o comprimento de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ e, a partir da escala, determinar o módulo de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ em m/s.

(iii) Dividir o módulo de $(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ pelo intervalo de tempo $(t_2 - t_1)$, e obter o módulo da aceleração média.

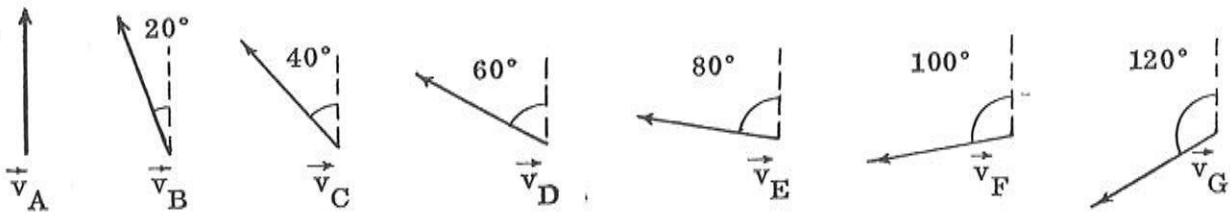


(iv) Usando uma escala de aceleração, obter o comprimento, e construir o vetor $\vec{a}_m$, paralelamente a $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$.

Exemplo 5: *Agora, retornamos ao movimento circular.* Mostramos uma trajetória circular com pontos consecutivos, A, B, C, D, E, F, cada um dêles separado por um arco de 20°. Supomos que a partícula esteja se movendo a 10 m/s, e que leve 5 segundos para ir de A a B, B a C, etc.

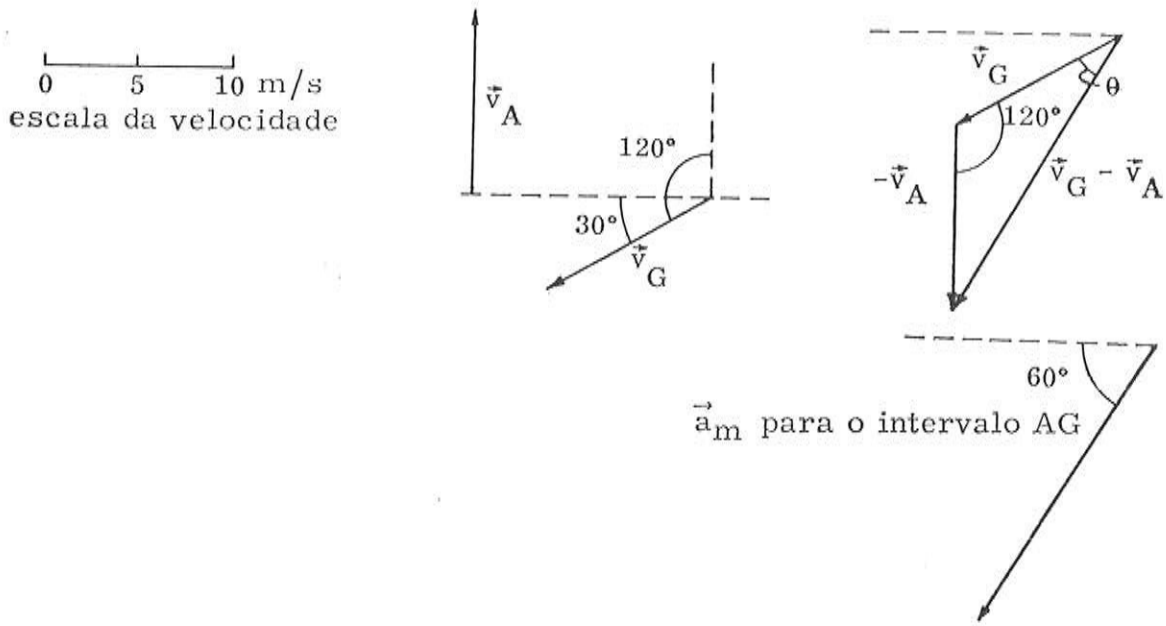
Problema: Construa uma série de diagramas, separadamente, mostrando as velocidades instantâneas $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, $\vec{v}_C$, etc., nos pontos A, B, C, etc. Trace todos os vetores velocidade na escala mostrada, e indique a direção de cada um, por um ângulo bem especificado.

Solução: Os vetores velocidade são tangentes à trajetória, estão apontados na direção do movimento, e têm um comprimento correspondente a 10 m/s, em nossa escala. Assim, temos:



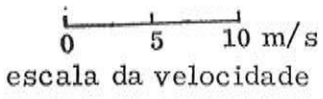
Problema: Calcule o módulo e direção da aceleração média para os seguintes intervalos, e trace-os numa figura, usando a escala indicada: Intervalos AG, AE, AC, AB.

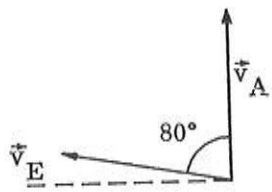
Solução: Primeiramente, calculamos $\vec{a}_m$ para o *intervalo AG*.

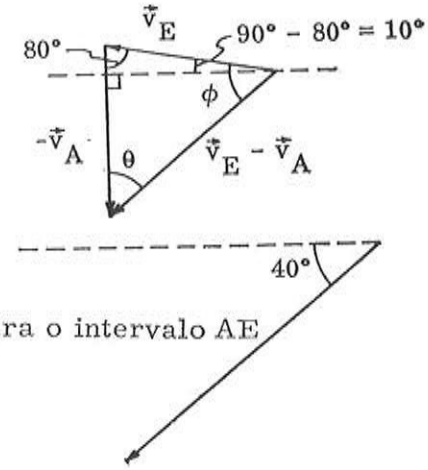


As medidas mostram que o módulo de $\vec{v}_G - \vec{v}_A$ é 17,5 m/s. Pela mensuração ou geometria (usando o fato de têrmos um triângulo isósceles) determinamos que o ângulo $\Theta = 30°$, e como $\vec{v}_G$ aponta para 30° abaixo da horizontal, vemos que $\vec{v}_G - \vec{v}_A$ está à esquerda a 60° abaixo da horizontal. O intervalo de tempo $t_G - t_A$ é 30 segundos. Portanto, a aceleração média entre A e G é de 0,58 m/s², na direção de 60° abaixo da horizontal e para a esquerda.

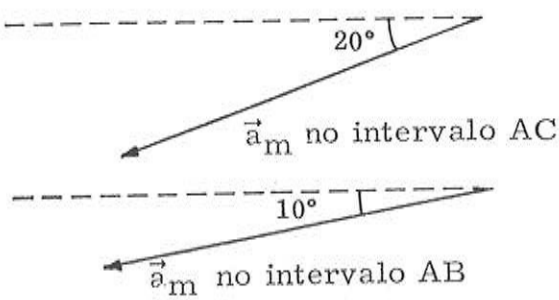
Para o intervalo AE, construímos a figura abaixo:

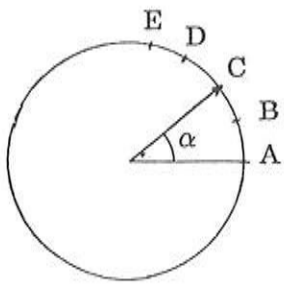






Podemos, tanto medir a direção de $\vec{v}_E - \vec{v}_A$, como usar a geometria. Pelo fato de têrmos um triângulo isósceles, vemos que $\ominus = \varnothing$. Portanto, $2\,\phi = 180° - 80° = 100°$; $\varnothing = 50°$; logo, $\vec{v}_E - \vec{v}_A$ está a 40° abaixo da horizontal e à esquerda.





A medição do comprimento de $\vec{v}_E - \vec{v}_A$ mostra que seu módulo é 13 m/s. O intervalo de tempo é de 20 segundos. A aceleração média tem um módulo de $\frac{13}{20} = 0{,}64$ m/s².

Para AC, a resposta é: $\vec{a}_m$ tem um módulo de 0,68 m/s², e a direção é de 20° abaixo da horizontal e para a esquerda.

Para AB, $\vec{a}_m$ tem um módulo de 0,70 m/s², e aponta para 10° abaixo da horizontal, para a esquerda.

Estudando os resultados, observamos dois fatos:

(i) O módulo dos vetores aceleração é, aproximadamente, constante para pontos que estão bem próximos.

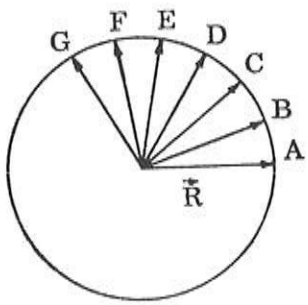
(ii) A *direção* do vetor aceleração aponta paralelamente, mas no sentido oposto ao vetor raio, que tem a sua origem no centro do círculo e sua extremidade no ponto médio do arco. Assim, no intervalo AE, o ponto médio é C, e o vetor raio, a partir do centro do círculo, aponta para C, e faz um ângulo $\propto$ de 40° com a horizontal, apontando para cima e à direita, enquanto $\vec{a}_m$ é de 40° abaixo da horizontal, para a esquerda. Seus melhores alunos talvez desejem provar a relação descrita neste parágrafo.

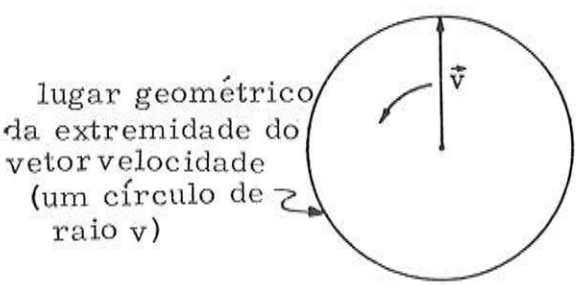
Note, particularmente, que a relação (ii) mostrada acima, bem como os desenhos nos levam a concluir que, enquanto os nossos dois pontos se aproximam, a aceleração média do intervalo aproxima-se cada vez mais da perpendicular à velocidade, em qualquer ponto do intervalo. Portanto, a aceleração instantânea é perpendicular à velocidade instantânea e "antiparalela" ao vetor raio, num dado momento.

Dedução da relação v^2/r: Os problemas anteriores levam, naturalmente, à derivação do módulo da aceleração.

Êste problema é abordado na Parte III do curso. A menos que você tenha um tempo disponível para a Parte I e, a menos que sua classe tenha apreendido firmemente essas idéias, deve deixar esta dedução para a Parte III.

No Exemplo 5, a posição da partícula, na sua trajetória circular, pode ser representada por um vetor raio $\vec{R}$, que gira uniformemente no círculo, com sua origem no centro do círculo e sua extremidade na partícula. A velocidade, $\vec{v}$, da partícula é, a cada instante, perpendicular a R e, se a partícula realiza uma rotação no tempo T, o módulo de v é $\frac{2\pi R}{T}$.





Nossa sequência de vetores velocidade $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$, etc., no Exemplo 5, sugere um modo conveniente de descrever a velocidade: ela varia com o tempo, como se girasse na sua origem, girando na mesma razão que o vetor raio (pois $\vec{v}$ é sempre perpendicular a $\vec{R}$). Como a aceleração é a razão da variação de velocidade com t, tem a mesma relação para o vetor girante $\vec{v}$, neste círculo, que a velocidade tinha para o vetor posição ($\vec{R}$), girante no círculo. Portanto, o módulo é $a = \frac{2\pi v}{T}$.

Eliminando T nas duas equações $v = \frac{2\pi R}{T}$ e $a = \frac{2\pi v}{T}$, obtém-se a relação desejada, que é a acelaração em qualquer lugar do círculo:

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{2\pi}{T} v = \frac{v}{R} v = \frac{v^2}{R}.$$

A direção de $\vec{a}$ deve ser dirigida para o centro, em qualquer instante, pois, como $\vec{v}$ (a razão de variação de $\vec{R}$) é perpendicular a $\vec{R}$, a aceleração a (a razão de variação de $\vec{v}$) deve ser perpendicular a $\vec{v}$.

Esta dedução da aceleração centrípeta é a mesma que a dada no Capítulo 21 e no filme "Deflecting Forces". Tanto o texto, como filme, deduzem esta equação em relação a forças; portanto, você não deverá se referir a quaisquer destas fontes, em classe, se decidir dar êste assunto, em conexão com o Capítulo 6 da Parte I.

APÊNDICE 2. NOTAS SUPLEMENTARES SÔBRE A FÍSICA NUCLEAR

(Suplemento do Guia do Professor para o Capítulo 8, Seções 8 e 9)

A. *Massas Atômicas de Isótopos.*

O núcleo é composto de Z prótons e N neutrons. A principal contribuição à massa de um átomo é a soma das massas de prótons, neutrons e eléctrons. Portanto, à primeira aproximação:

Massa de um átomo = Z × massa do próton + N × massa de neutron + Z × massa do eléctron − (têrmos menores discutidos abaixo). Ou podemos escrever: massa de um átomo = Z (massa do próton + massa do eléctron) + N (massa do neutron) − (têrmos menores).

Em unidades de massa atômica:

Massa de um átomo = 1,008142 Z + 1,008982 N − (têrmos menores).

Massa de um átomo ≈ 1,01 (Z + N) − (têrmos menores).

Z + N é chamado número de massa e recebe, usualmente, o símbolo A.

Medidas muito precisas mostram que a massa de um átomo não é 1,01 A, como seria, se os têrmos menores, acima mencionados, *não* existissem. De fato, as massas atômicas dos isótopos (não elementos) estão mais próximas de 1,00 A do que 1,01 A; evidentemente, a relação acima é exata para 0^{16}, pois êste é o átomo no qual a escala da massa atômica está baseada. Foi êste fato que levou os físicos a escolher 0^{16} como 16,00000, o padrão, ao invés de escolher o átomo do hidrogênio ou o neutron, como padrão.

B. *Energia de Ligação e Defeito de Massa.*

Os têrmos menores, acima mencionados, são agora bem entendidos pelos físicos. Considere o átomo mais simples, com mais de uma partícula no seu núcleo; êste é o deutério ou hidrogênio pesado. Quando um átomo de hidrogênio leve (ou comum) e um neutron estão próximos um do outro (mas não se combinaram para formar o deutério), a soma de suas massas é exatamente 1,008142 + 1,008982 ou 2,017124, como se esperaria pela simples soma das massas. Entretanto, após combinarem-se, a massa do deutério tem sòmente 2,014735. Portanto, durante a combinação, 0,002389 de uma unidade de massa foi "perdida". Esta perda é bem entendida em têrmos da equivalência de massa e energia, enunciada pela primeira vez por Einstein. A diferença na massa de 0,002389 unidades de massa atômica é igual a, aproximadamente, $3{,}94 \times 10^{-30}$kg; esta massa, multiplicada por c^2, isto é, $(3 \times 10^8\ \text{m/s})^2$ é a energia perdida, quando o neutron e o átomo de hidrogênio se combinam. Assim, a relação de Einstein prediz que $3{,}55 \times 10^{-11}$ joules de energia perderam-se, durante a combinação. (Em unidades de energia nuclear usuais, isto é 2,22 "mev"). Se observarmos os neutrons ao serem capturados pelo hidrogênio, descobriremos que, de fato, para cada combinação, um raio gama de energia $3{,}55 \times 10^{-11}$ joules (2,22 "mev") é emitido. Assim, a equação torna-se: neutron + átomo de hidrogênio → átomo de deutério + raio gama, e a massa-energia equilibrada é:

$$1{,}008982 + 1{,}008142 \rightarrow 2{,}014735 + 0{,}002389.$$

A "massa ausente" (usualmente chamada defeito de massa) foi levada como raio gama.

A formação do deutério, a partir de um neutron e hidrogênio, é reversível; um raio gama, cuja energia é de $3{,}55 \times 10^{-11}$ joules (2,22 "mev") ou mais, pode dividir o deutério em neutron e hidrogênio. Esta energia (que foi expelida quando da formação) é chamada energia de ligação. A fim de obter um equilíbrio de massa-energia, deve-se lembrar de incluir o têrmo Δm = energia de ligação/c^2, como "têrmos menores" a serem subtraídos das massas dos átomos constituídos acima.

A presença da "energia de ligação" explica porque a massa de um átomo não é a massa de suas peças. Se um átomo grande fôsse formado a partir de átomos individuais de hidrogênio e neutrons livres, haveria uma liberação de energia (em forma de raios gama), no momento da formação. Esta liberação de energia é análoga à emissão de luz, quando um próton captura um eléctron, para formar um átomo de hidrogênio.

C. *Porque as Massas Isotópicas são Números Inteiros*

A razão pela qual 0^{16} é uma substância conveniente, na qual se baseia a escala de massa atômica, é que a energia de ligação por partícula (isto é, por próton ou por neutron). no 0^{16}, está bem próxima à energia de ligação por partícula, na maioria dos núcleos. A massa total de conversão (ou "defeito de massa") no 0^{16} é: $8 \times (1{,}008142 - 1{,}000000 + 8 \times \times (1{,}008982 - 1{,}000000)$, que é 0,143992 unidades de massa; isto é uma média de 0,008562 unidades de massa por partícula (ou, aproximadamente, 8 "mev" de energia de ligação por partícula).

O fato de que a massa média convertida na ligação seja, aproximadamente, 0,00856 unidades de massa não significa que a energia equivalente seja liberada, tôdas as vêzes em que um único próton ou neutron é acrescentado a um núcleo. Às vêzes, uma menor conversão de massas ocorre, e outras vêzes, a conversão de massa é maior. Mas estas flutuações, que ocorrem para a adição de uma única partícula, tendem para a média, após várias partículas terem sido acrescentadas. Como essa perda média de massa por partícula nuclear não muda muito, massas isotópicas expressas em unidades de massa atômicas são números quase inteiros. As flutuações, na energia de ligação de uma única partícula extra, são relativamente insignificantes para o valor da massa total — mas estas mesmas flutuações são extremamente importantes para o físico nuclear, que mede constantemente e tenta interpretar êsses efeitos mais finos.

D. *O Neutron.*

O neutron é uma partícula que, num sentido geral, comporta-se como um átomo de hidrogênio extremamente condensado; por causa disso, o texto não se detém nos neutrons, mas simplesmente engloba-os no têrmo "unidade de hidrogênio". O neutron tem, aproximadamente, 10^{-15} m de diâmetro, ao passo que os átomos, incluindo o hidrogênio, têm um diâmetro de, aproximadamente, 10^{-10} metros.

Se o neutron não estiver no interior do núcleo, desintegrar-se-á em prótons, eléctron e um antineutrino. Esta desintegração assemelha-se com outros processos radioativos em muitos aspectos; a vida-média do neutron livre é de, aproximadamente, 12 minutos. Quando o neutron está no interior de um núcleo, as fôrças nucleares de ligação normalmente evitam a sua desintegração. Há ocasiões em um neutron, no interior de um núcleo, transforma-se em próton; então, um eléctron e um antineutrino são emitidos. Entretanto, há outros núcleos nos quais um próton se transforma em neutron e, simultâneamente, emite um pósitron (que é um "anti-elétron") e um neutrino. Estas transmutações são chamadas decaimentos beta ou radioatividades beta. Quando o texto se refere a neutrons como sendo "feitos a partir de unidades de hidrogênio no processo de condensação" (página 163), é uma simplificação. O único modo pelo qual um próton e um eléctron podem combinar-se, para formar um neutron, é com o auxílio de um antineutrino. Êste processo foi observado, mas é um processo muito raro. É mais provável que neutrons sejam formados nas estrêlas por processos nucleares complexos, nos quais o princípio da produção de neutrons vem de decaimentos radioativos beta de núcleos em que os prótons são convertidos em neutrons.

E. *Isótopos*

A mais simples família de isótopos é a do hidrogênio. No átomo normal de hidrogênio, o núcleo consiste de um único próton. Outro isótopo de hidrogênio, o deutério, tem um núcleo consistindo de 1 próton e 1 neutron. O deutério é estável e é encontrado na natureza. Um terceiro isótopo de hidrogênio, H^3, é chamado trítio; tem 1 próton e 2 neutrons, mas é radioativo. Com uma meia-vida de, aproximadamente, 12 anos, H^3 torna-se He^3 por emissão de um eléctron e um antineutrino. (He^3 é um isótopo estável de hélio: tem 2 prótons e 1 neutron).

Pelo menos, um isótopo estável existe para cada número inteiro de unidades de massa, de $A = 1$ a $A = 209$, com a exceção de $A = 5$ e $A = 8$. Alguns valôres de A têm vários isótopos estáveis, de modo que há, aproximadamente, 280 ao todo. Além disso, há muitos outros isótopos que são radioativos, e foram produzidos e estudados. Esta lista estende-se, agora, acima do número de massa 250 e os elementos de 102 prótons. O único número de massa que não tem um único elemento ra-

dioativo, associado a êle, é A = 5; êstes núcleos nunca são formados, porque se dividem logo em dois pedaços,

(A = 4 e A = 1, ou A = 2 e A = 3).

A maioria dos elementos tem muitos isótopos estáveis, o suficiente para serem encontrados na Terra; as exceções são: berílio ($_4Be^9$), flúor ($_9F^{19}$), sódio ($_{11}Na^{23}$), alumínio ($_{13}Al^{27}$), fósforo ($_{15}P^{31}$), escândio ($_{21}Sc^{45}$), manganês ($_{25}Mn^{55}$), cobalto ($_{27}Co^{59}$), arsênico ($_{33}As^{75}$), ítrio ($_{39}Y^{89}$), nióbio ($_{41}Nb^{93}$), tecnésio (43 prótons, isótopos instáveis), ródio ($_{45}Rh^{103}$), iôdo ($_{53}I^{127}$), césio ($_{55}Cs^{133}$), praseodímio ($_{59}Pr^{141}$), promécio (61 prótons, isótopos instáveis), térbio ($_{65}Tb^{159}$), hólmio ($_{67}Ho^{165}$), túlio ($_{69}Tm^{169}$), tantálio ($_{73}Ta^{181}$), ouro ($_{79}Au^{197}$), e bismuto ($_{83}Bi^{209}$). Um fato interessante e significativo é que todos os números de massa citados são impares; além disso, exceto para o berílio, o número de prótons, mostrados à esquerda, também são ímpares. Êste fato foi explicado nos últimos dez anos, baseando-se em um modêlo nuclear que apresenta uma estrutura em forma de concha, algo que se assemelha à estrutura de uma concha e à periodicidade de átomos.

Os sessenta elementos restantes têm, pelo menos, dois isótopos, encontrados na natureza; alguns têm muito mais, e o estanho é o que possui maior número, pois tem 10 isótopos estáveis.

F. *Outras Partículas Fundamentais.*

Os físicos, durante os últimos 30 anos, descobriram muitas partículas além do próton, eléctron e neutron, aqui mencionados. Uma lista completa incluiria (em ordem crescente de massa) o neutrino, o pósitron, mesons mu, mesons pi, mesons K, antiprótons, antineutrons, partículas lambda, partículas sigma, e partículas Csi. Nenhuma destas partículas existe por muito tempo, sem interagir com algo, ou desintegrar-se. Os físicos procuram ainda entender o papel destas novas partículas e a sua configuração. O que sabemos é que essas partículas não influem no comportamento químico dos átomos.

GUIA DO PROFESSOR PARA EXPERIÊNCIAS DE LABORATÓRIO

1. *As Atribuições do Laboratório Neste Curso*

Nosso conhecimento de Física é o resultado de vários anos de experimentação. Nenhum estudante pode fazer as experiências de tôdas as descobertas já realizadas, mas sempre que fôr possível, deveremos incentivá-lo a aprender Física no laboratório. Sua capacidade para compreender descrições de descobertas é ampliada, quando êle mesmo faz a experiência. Êle terá maior proveito, fazendo suas próprias descobertas.

Neste curso, o laboratório não substitui sòmente demonstrações do professor, como também, economiza o tempo despendido, nas aulas, com explicações. O trabalho de laboratório se relaciona bastante com o livro texto, e é de igual importância.

O Guia de Laboratório do Aluno fornece um mínimo de orientação, e chama a atenção do aluno para os pontos importantes numa experiência, expondo perguntas. Às vêzes, as respostas para essas perguntas dependem, apenas, de pensar; outras vêzes, uma experimentação ulterior é necessária. O aluno deve decidir o que fazer. Ao iniciar o curso, alguns alunos talvez se sintam hesitantes com êste tipo de trabalho de laboratório. Provàvelmente perguntarão, se obtiveram um resultado correto. É necessário esclarecer-lhes que a natureza não está errada; nossa função é entendê-la por meio de medidas e interpretações. Se um aluno não mediu o que se dispôs a medir, uma discussão, de preferência "sim" ou "não", será útil.

Na maioria dos casos, recomendamos que as experiências sejam feitas antes de seus tópicos serem apresentados no texto. Dêste modo, os alunos não saberão relatar o que se espera. À medida que êles progridem no curso, apreciarão fazer experiências, cujos resultados não conhecem antecipadamente. Gostarão de pesquisar, ainda que alguém já tenha realizado isso anteriormente. Os alunos defrontam as questões e procuram com mais empenho suas próprias respostas, neste tipo de laboratório, respondendo durante a leitura do texto ou mesmo durante as discussões em classe.

2. *Realizando uma Experiência.*

Quando um físico faz uma experiência, êle tem uma meta. Sugerimos que você reserve uma parte de sua aula, antes das experiências de laboratório, para discutir com os alunos a finalidade da experiência. As finalidades são gerais. Por exemplo, numa experiência de espectro dos elementos (Experiência I-7), queremos ver se cada átomo produz uma luz própria característica, uma configuração pela qual podemos identificar a espécie atômica. A principal finalidade da primeira experiência com a cuba de ondas (Experiência II-8) é observar as ondas e verificar como elas se comportam (sem considerar um parecer teórico ou uma descrição feita por outros). Na Parte III, a experiência sôbre colisões lentas (Experiência III-11) tem o objetivo de fornecer sòmente o que acontece, qualitativamente durante a colisão.

Outras experiências são de natureza quantitativa. Por exemplo, na Experiência I-5, um dado movimento é investigado detalhadamente. Na Experiência II-3, a intenção é encontrar a relação entre os ângulos de incidência e refração. Na Experiência III-2, queremos descobrir como uma fôrça constante varia a velocidade de um carrinho. (Note que os objetivos das duas últimas experiências não são os de verificar que a razão dos senos dos dois ângulos é constante, ou que uma fôrça constante produz

uma aceleração constante). Na Experiência III-2, alguns alunos podem dizer que o material não funciona; o carrinho não anda numa velocidade fixa. Os alunos necessitam, sòmente, de certo encorajamento, a fim de obterem suas próprias respostas; suas perguntas e o material irão auxiliá-los a descobrir a lei de Newton. Desta forma, a lei torna-se-lhes mais significativa, do que seria pela memorização através de um livro. Na discussão de uma experiência anterior ao laboratório, é importante não fornecer os resultados esperados (visto que você não pretende que êles sejam conhecidos, nem mesmo por alguns dos alunos).

3. *Precisão Experimental.*

Sempre que fôr necessário, sugerimos que seus alunos repitam a medição várias vêzes, calculem a média e, então, julguem a precisão dos resultados a partir das flutuações. Quando isso não fôr possível, faça os alunos avaliarem o êrro e expressá-lo com uma fração ou porcentagem. Por exemplo, para a medição do tempo de 30 revoluções do estroboscópio, na Experiência I-1, seria necessário repetir três ou quatro vêzes, para se ter uma idéia da precisão. Para muitas experiências, o Guia do Professor indicará a precisão que, razoàvelmente se pode esperar.

Parece haver uma idéia predominante de que tôdas as medidas devem ter uma precisão com três algarismos significativos, e que um resultado com um êrro de 50% é inútil. Isto não é verdade; tal como um experimentador, a precisão exigida é determinada pelo conhecimento que você tinha antes da experiência e pela finalidade da experiência. Por exemplo, suponha que um aluno não tenha idéia se o tamanho de uma molécula de ácido oléico é 10^{-10} ou 10^{-4} m. Pela Experiência I-8, êle pode concluir que está muito perto de 10^{-9} m. Isto enriquece o conhecimento do aluno, e, além do mais, provàvelmente êle vibrará com isso. O pequeno tamanho das moléculas não é maior do que as palavras, para êle; elas tornam-se parte do seu mundo. É inconveniente, neste ponto, tentar melhorar a precisão. Anàlogamente, os alunos não têm um conhecimento *anterior* da ordem de grandeza da massa de um eléctron. A execução da Experiência IV-10 é verificar que a massa é em ordem de grandeza 10^{-30} kg e não 10^{-25} ou 10^{-32} kg. Em geral, o mínimo que sabemos a respeito do que queremos medir é inferior à precisão necessária, para ganhar novas informações. De um outro modo, se o aluno quiser verificar qual é a constante: a razão dos ângulos de incidência e refração, ou a razão dos seus senos, êle precisará medir os ângulos com suficiente precisão, para poder concluir isso.

4. *Análise dos Resultados.*

Uma experiência consiste em montar o aparelho, tomando o material necessário, colhêr dados, analisá-los e, finalmente, tirar conclusões. Mas, sòmente, colhêr os dados não constitui uma experiência.

Os resultados experimentais, às vêzes, são melhor apresentados por meio de gráficos. A representação gráfica é particularmente útil, quando são requeridas as interpolações e extrapolações. É importante que seus alunos aprendam a construir e interpretar os gráficos. A Experiência I-4 é especialmente designada para isso.

A análise dos dados em muitas experiências, particularmente na sua parte final, requer mais tempo, e deve ser completada em casa. Uma régua de cálculo é muito útil para poupar tempo. Recomendamos o seu uso.

Relatório concernente ao laboratório: Frequentemente, o relatório é uma tarefa um tanto desagradável, não só para o aluno que precisa escrevê-lo, como para o professor que precisa lê-lo. Recomendamos a cada aluno que mantenha suas anotações bem feitas, tomando-as durante a experiência. Sòmente em raras ocasiões, uma experiência deve ser escrita em forma de relatório.

5. *Planejando.*

O valor de cada experiência é grandemente aumentado, se feita no momento apropriado. O primeiro parágrafo da discussão de cada experiência neste Guia ajudá-lo-á a adaptá-la ao seu programa. Assim, no começo da discussão de cada Parte do curso, logo após o prefácio, há uma tabela que indica a relação entre as experiências e o livro texto.

As experiências são flexíveis, de modo a adaptarem-se aos períodos de laboratório de diferentes durações e a diferentes habilidades

dos alunos. Há, comumente, tempo suficiente num período normal de laboratório para os alunos tomarem as medidas básicas e fazerem suas anotações. O restante deve ser feito em casa. Nem todos os alunos devem fazer tudo que é sugerido no Guia de Laboratório. Muitas vêzes, as últimas perguntas são para os mais interessados, e podem envolver um trabalho experimental adicional, transformando-se num projeto especial. Êsse tipo de experiência adicional é, muitas vêzes, apresentado neste Guia.

6. *Material*

Os materiais designados para serem usados nas experiências são encontrados em forma de kit, e podem ser obtidos fàcilmente. Os alunos, que quiserem modificar os materiais ou construi-los em casa, devem ser estimulados.

7. *Reconhecimentos*

A parte de laboratório do Guia do Professor foi preparada por Judson B. Cross, James M. Henry, Ervin H. Hoffart, Guenter Schwarz, James S. Strickland, John H. Walters, e eu. Percy Lund fêz os desenhos. J. Carolyn Safford auxiliou na publicação e produção da edição preliminar do Guia. Muitos comentários úteis foram feitos por pessoas que inicialmente trabalharam em outras partes do projeto do PSSC, e por professôres que se corresponderam conosco.

URI HABER-SCHAIM

GUIA DO PROFESSOR PARA EXPERIÊNCIAS, PARTE I

As experiências nesta Parte, como o próprio texto, fornecem uma base para todo o curso. O propósito inicial é fazer o aluno compreender que, para conhecer o tamanho das coisas, o tempo que elas levam para mover-se ou sua massa, êle necessita fazer medidas. Sem auxílio, sua capacidade de medir terá um alcance bastante limitado. Os instrumentos que êle usará aumentarão êsse alcance de muitas ordens de grandeza. Os dispositivos particulares e técnicas são de importância secundária.

Esta Parte constitui-se apenas de nove experiências, e recomendamos que tôdas sejam feitas. Suas prioridades relativas e suas relações com o texto são mostradas na tabela abaixo.

As figuras no Guia do Professor são designadas alfabèticamente; no Guia de Laboratório, as figuras são designadas numèricamente.

A lista do material, no fim da experiência, especifica o material necessário para a mesma — o que, nesta Parte, é para dois alunos.

Melhor Oportunidade	*Prioridade*
Antes da discussão da Seção 2-5	° ° °
Durante a Seção 3-2	° ° °
Durante a Seção 3-3	° °
Durante o Capítulo 4	° ° °
Após a discussão da Seção 5-3	° ° °
Após a discussão da Seção 7-2	° °
Durante a Seção 7-9	° °
Em qualquer ocasião após a Seção 7-9	° ° °
Antes da Seção 9-4	° °

° ° ° indispensável
° ° desejável
° facultativa

Número	*Experiência*
I-1	Pequenos Intervalos de Tempo
I-2	Grandes Distâncias
I-3	Pequenas Distâncias
I-4	Análise de uma Experiência
I-5	Movimento: Velocidade e Aceleração
I-6	Pequenas Massas
I-7	Espectros dos Elementos
I-8	Camadas Moleculares
I-9	Escala Natural de Temperatura

I-1. PEQUENOS INTERVALOS DE TEMPO

Nesta experiência, os alunos calibram uma lâmina vibrante (que realiza um movimento periódico de pequeno período), com um relógio (que tem um período relativamente longo). Após completada a calibração, a lâmina vibrante é usada para medir pequenos intervalos de tempo que não estão, necessàriamente, associados a um movimento periódico.

É melhor dar a experiência durante o estudo do Capítulo 2, preferìvelmente, antes da discussão da Seção 2-5. Se o período de labora-

tório fôr de uma hora ou menos, dois períodos serão necessários para efetuar tôda a experiência. Vale a pena proceder assim, levando-se em conta a importância da experiência e a morosidade natural, no comêço do curso. Se preferir fazer sòmente uma parte da experiência, o lugar onde, convenientemente, você deve parar está indicado com uma linha tracejada no Guia de Laboratório.

Êste é o ponto de partida, em que se expressa a precisão em têrmos de porcentagem. Pode ser melhor introduzido, quantitativamente, durante as discussões explicativas que se seguem.

Os exercícios do CCL, no fim do Capítulo 2, incluem um número de problemas relacionados com o estroboscópio, e julgamos *muito útil mandar fazê-los.*

Damos, a seguir, alguns pormenores técnicos de grande utilidade. Uma boa iluminação é importante, por causa do curto tempo de observação através das estreitas fendas do estroboscópio. É necessário precaver-se de um rápido e amortecido movimento da lâmina plana de aço, unida a uma presilha em forma de U, como mostra a Fig. 2. A lâmina plana de aço deve ser posta em movimento, puxando-se a presilha em forma de U. Puxando-se a lâmina pelo seu extremo livre, isto resultará em um movimento complexo, difícil de ser observado. Uma marca de giz branco, na extremidade da lâmina, tornará mais fácil a observação.

O bloco de madeira, no qual o martelinho bate, pode ser removido do marcador de tempo, antes de ser prêso à mesa. Quando os alunos prenderem o marcador à beira da mesa, como foi mostrado na Fig. 1, observe se êles não estão amassando a estrutura, apertando demais a presilha.

O estroboscópio pode ser utilizado, como mostra a Fig. 3 ou com o cabo voltado para a direção do rosto. Em qualquer um dos casos, é melhor manter a fenda aproximadamente paralela ao comprimento do vibrador, quando o objeto é observado.

A razão pela qual o período de vibração da lâmina varia, quando a posição da presilha é mudada, não tem relação direta com a experiência, e não precisa ser discutida aqui.

A fim de "parar" o movimento da presilha e do prendedor de roupa com as quatro fendas abertas do disco, o estroboscópio deve ser girado cêrca de 4 a 5 vêzes por segundo. Se o aluno tiver dificuldade em girar o disco nessa grande velocidade, por um certo espaço de tempo, poderá usar seis fendas.

O período do marcador de tempo é, aproximadamente, $\frac{1}{40}$ segundo. Êle varia com o ajuste do contato e com a voltagem da pilha. Sòmente um marcador pode ser ligado a uma pilha.

O modo mais conveniente de calibrar o marcador de tempo é o de puxar a fita de papel por 5 ou 10 segundos, contar os tiques, e dividir o tempo total pelo número de tiques. Não é necessário puxar a fita numa velocidade constante.

Alguns ajustes da lâmina vibrante podem ser necessários, a fim de bater a fita com fôrça suficiente para deixar uma marca visível. O disco circular rodará, enquanto a fita fôr puxada, renovando contìnuamente o carbono sob a fita.

Respostas às Perguntas.

Com um relógio de pulso, pode-se encontrar sòmente a ordem de grandeza do tempo de uma única vibração (aproximadamente, 1 segundo). O tempo de dez vibrações pode ser medido, a menos de 10%.

Quando o movimento da presilha é "parado" num dos extremos de sua vibração, com o uso do estroboscópio de uma fenda, o tempo de uma rotação é igual ao tempo de uma vibração.

O movimento da presilha também parará num dos extremos, se o disco fôr girado com metade da velocidade. Então, o tempo de uma rotação deve ser igual ao tempo de duas vibrações. Quando a presilha estiver no extremo da lâmina, será difícil girar o disco o mais uniformemente possível, a fim de parar o movimento na metade da velocidade normal. Será melhor testar êste efeito mais tarde, quando os tempos de vibração forem mais curtos.

Para certificar-se de que você mediu o tempo corretamente, após ter encontrado uma velocidade que pare o movimento, aumente a velocidade de rotação contìnuamente, até chegar ao dôbro. O período é corretamente deter-

minado pela velocidade de rotação maior, que pára o movimento.

Usando duas fendas, o tempo de uma rotação do estroboscópio é igual ao tempo de duas vibrações da lâmina.

Usando o estroboscópio com doze fendas, girado manualmente, os alunos ampliarão sua capacidade de medir pequenos intervalos de tempo por um fator de, aproximadamente, quarenta (cêrca de 1 segundo para $\frac{1}{40}$ de segundo).

O marcador pode ser calibrado com uma precisão de, aproximadamente, 5%, puxando-se a fita de papel por dez segundos, e contando-se o número de tiques. Isto faz supor uma medida de dez segundos, com uma precisão de meio segundo.

O tempo de uma vibração é maior (aproximadamente, 5%) quando o martelinho do marcador vibra livremente, ao invés de bater na fita. Isto está dentro do êrro experimental para a calibração de um tempo de 10 segundos, e, portanto, não pode ser detectado.

Observações Suplementares

Alguns alunos podem se interessar em fazer seus próprios estroboscópios, ou mesmo emprestar um do laboratório, a fim de "parar" o movimento de outros objetos, no laboratório ou em casa. Algumas coisas interessantes, para serem observadas, são as lâmpadas de néon, lâmpadas fluorescentes, ventiladores, rodas de bicicleta e gotas de água caindo verticalmente.

MATERIAL

1 lâmina de aço de 30 cm.
2 presilhas em U de 10 cm.
1 presilha em U de 5 cm.
1 estroboscópio manual de 12 fendas (kit).
1 marcador de tempo (kit).
Fita de papel.
Discos de papel carbono.
1 pilha de $1\frac{1}{2}$ volt.
1 relógio de pulso ou de parede, com ponteiro de segundos.
1 prendedor de roupa.

1 rôlo de fita isolante preta.

1-2. GRANDES DISTÂNCIAS

Dois dispositivos para medir grandes distâncias, o medidor de alcances e o visor de paralaxe, são usados nesta experiência. A idéia fundamental, aplicada em cada um dêles, é a triangulação. Êste fato é um tanto obscurecido, visto que há no medidor de alcances duas reflexões.

A experiência está correlacionada com a Seção 3-2. O visor de paralaxe não pode ser omitido, porque esclarece o significado de paralaxe, que é usado, muitas vêzes, na Parte II, e que abrange maior escala de distâncias do que o medidor de alcances. O medidor de alcances poderá ser suprimido, se a Experiência 1-3 fôr feita. Recomendamos que você peça aos alunos para calibrarem os instrumentos em metros.

O Medidor de Alcances.

Uma calibração experimental é apropriada, mas a calibração matemática deve ser esboçada para os interessados. Quando o braço e o espelho móvel do medidor forem girados de um ângulo Θ [Fig. (a)], a linha *1*, representando a linha de visada do espelho móvel, mover-se-á de um ângulo $2\,\Theta$. Você pode verificar isto, experimentalmente, com um espelho plano, ou prová-lo, usando a geometria elementar. De fato, quando o espelho gira de um ângulo Θ, tanto o raio incidente como o raio refletido giram de um ângulo Θ. Se o trajeto de um dêles permanecer o mesmo, então, o outro girará de um ângulo $2\,\Theta$.

Da Fig. (a), $\text{tg}\ \Theta = \frac{s}{c}$, onde s é a distância da marca zero da escala e c é a distância do espelho móvel à escala; $\text{tg}\ 2\,\Theta = \frac{b}{d}$, onde b é a distância entre os dois espelhos do medidor, e d é a distância do objeto ao espelho.

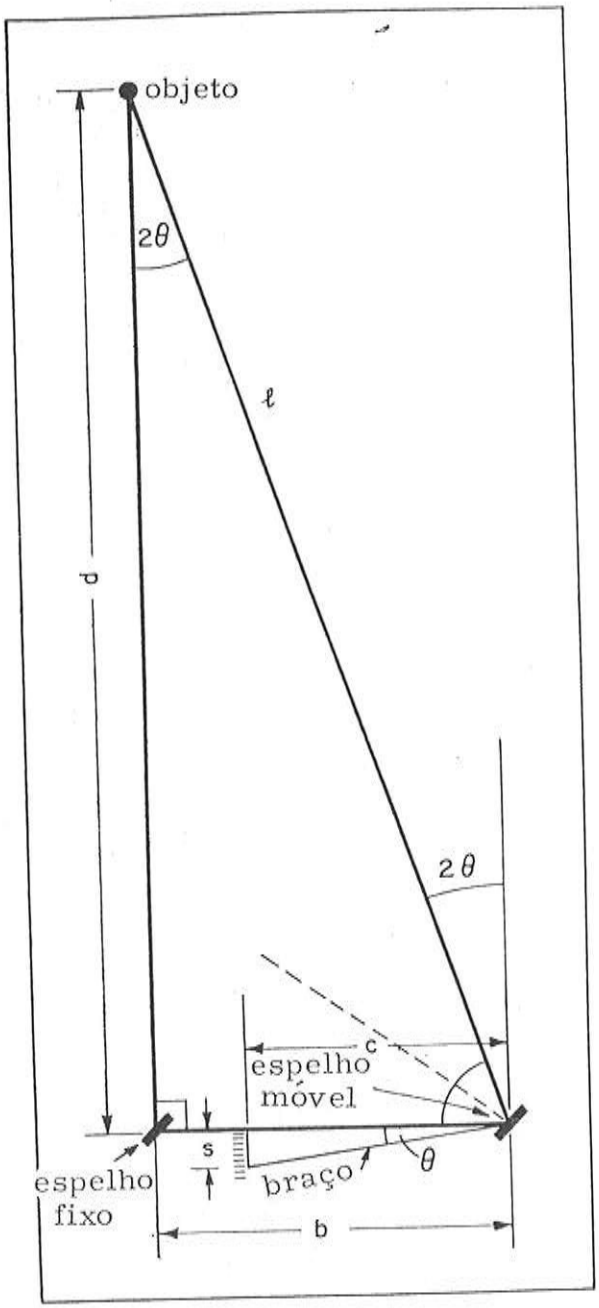


Figura (a)

Como o medidor de alcances é sempre usado para medir distâncias muito maiores do que a linha de base, $\frac{b}{d} << 1$ e os ângulos Θ e 2Θ são sempre pequenos. Portanto, $\text{tg}\, 2\Theta \approx 2\Theta$

$$\text{tg}\,\Theta \approx \Theta = \frac{s}{c} = \frac{b}{2d} \text{ ou } s = \frac{bc}{2d}.$$

Valôres de *s* podem ser calculados para diferentes valôres de *d*, e a escala é marcada de acôrdo, para completar a calibração.

Se a escala é feita junto ao espelho fixo, então, $b = c$ e a equação torna-se: $s = \frac{b^2}{2d}$, o que mostra que o alcance do instrumento aumenta com o quadrado da linha de base.

O Visor de Paralaxe

Ao contrário do medidor de alcances, o visor de paralaxe não inclui a linha de base. Isto é uma vantagem, desde que se possa escolher a linha de base de alguns metros ou muitos quilômetros, dependendo da distância a ser medida. Por isso, é conveniente marcar a escala no visor, em centímetros, e calcular a distância desejada a partir dela. Os alunos podem, naturalmente, acrescentar escalas adicionais para uma determinada linha de base, onde as distâncias possam ser lidas diretamente. Estimule seus alunos a usar o visor dentro de uma larga escala de distâncias.

Quando visamos o objeto através da fenda, o ôlho deve ser mantido em linha com o grampo de papel, fixado no visor, e com o ponto de referência. Movendo a cabeça, enquanto se visa o objeto, obter-se-á leituras incorretas. Uma vez que, com a fenda, a região visível da escala estende-se cêrca de 4 cm, a partir do centro, o ponto de referência deve ser escolhido de tal modo, que o objeto e o grampo de papel estejam dentro dessa faixa.

Respostas às Perguntas.

Na prática, as distâncias AD, BD, e CD (na Fig. 9) são as mesmas; portanto, encontra-se, a partir dos triângulos semelhantes:

$$AD \approx BD = AC \times \frac{OC}{S_2S_1}$$

Pode-se expressar AD e AC em metros, e OC e S_1S_2 em centímetros, desde que sòmente

a razão $\frac{OC}{S_2S_1}$ aparece na equação. Para evitar confusão, é conveniente expressar tôdas as distâncias em metros.

Sempre se pode fazer a aproximação de AD ≈ BD, escolhendo uma linha de base, suficientemente pequena. Se se quiser, a precisão poderá ser aumentada, usando a relação:

$$AD \approx AC \times \frac{AS_1}{S_2S_1}$$

Porque supomos que as linhas AO e CO sejam paralelas, a precisão é máxima, quando o ponto de referência está o mais longe possível.

MATERIAL

1 medidor de alcances.
1 visor de paralaxe.
1 trena ou fita métrica.
1 papel de escala para o medidor de alcances.
Fita adesiva.
1 régua.
1 lápis bem apontado.

I-3. PEQUENAS DISTÂNCIAS

Nesta experiência, os alunos usam um micrômetro óptico, para medir distâncias da ordem de 10^{-6} m. Esta experiência está relacionada com a Seção 3-3, e deverá ser dada, se o medidor de alcances da Experiência I-2 fôr omitido.

Os alunos devem calibrar o micrômetro no sistema métrico. Uma calibração por meio de fios de diâmetro conhecido é mais precisa, do que a calibração feita com pequenas fôlhas de papel. Entretanto, a calibração com fôlhas de papel é mais fundamental, porque requer sòmente uma régua. Além disso, com fôlhas de papel, a escala ficará marcada com múltiplos da espessura de uma fôlha de papel. Isso facilitará a interpolação.

O método será útil, na Experiência II-14, para determinar a distância entre duas fendas.

Se um paquímetro ou micrômetro fôr vantajoso, provàvelmente, você quererá que seus alunos tomem conhecimento do seu uso, aqui. Não há necessidade para os alunos, neste curso, de aprender a ler um paquímetro, mas nunca será demais poder dar-lhes êsse conhecimento. Os alunos ganharão confiança na precisão do micrômetro óptico, comparando as medidas feitas com êle, com as feitas pelo calibre micrométrico.

Respostas às Perguntas.

A finalidade das perguntas é, simplesmente, inteirar o aluno do grande aumento da espessura do papel. É evidente que o micrômetro pode registrar espessuras muito menores do que a do papel. Nenhuma afirmação quantitativa pode ser feita, neste ponto.

A distância entre cortes feitos com duas lâminas de barbear, colocadas juntas, é igual à espessura de uma lâmina de barbear.

A suposição é de que as lâminas sejam de igual espessura, e que os fios da lâmina estejam no centro da espessura da lâmina. Para determinar a distância entre os cortes, deve-se medir apenas a espessura de uma lâmina.

MATERIAL

1 micrômetro óptico (kit).
2 lâminas de barbear.
Sortimento de materiais para medir: fôlha de alumínio, fios metálicos, cabelos, etc.
1 fôlha de papel para calibrar a escala.
1 régua.

Paquímetro.
Micrômetro.
Fôlhas de papel.
Pequenas tiras de papel de mesmo pêso.

I-4. ANÁLISE DE UMA EXPERIÊNCIA

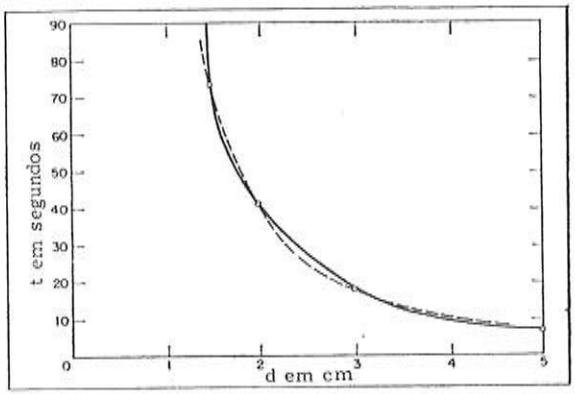


Figura (a)

Esta experiência fornece a oportunidade de desenvolver, com seus alunos, um completo período de laboratório para a análise de uma experiência, sob sua orientação. A experiência foi feita, de maneira a adaptar os alunos possuidores de diferentes bases em Matemática. Está correlacionada ao Capítulo 4, e deve ser feita após os alunos terem resolvido alguns exercícios do CCL.

Todos os alunos devem completar os gráficos de t em função de d e t em função de $\frac{1}{d^2}$, e um gráfico de t em função de h. Os melhores alunos devem ser estimulados a fazer a dupla interpolação e a investigação da relação matemática entre t e h. Sòmente os alunos, que estudaram logaritmos em Matemática, devem tentar resolver os dois últimos parágrafos.

Recomendamos papel milimetrado para os gráficos. Os alunos podem fazer o seu próprio mono-log ou log-log, usando uma fôlha de papel e a escala C ou B de uma régua de cálculo.

Respostas às Perguntas.

A Fig. (a) mostra uma curva de t em função de d para h = 30 cm em uma escala aumentada. Pode-se ver claramente que a curva não é a única, ainda que se suponha uma variação pouco comum entre os pontos dados. O x na Fig. (b) mostra o ponto de interpolação para d = 4 cm. A fim de extrapolar para d = 8 cm, a escala d deve ser reduzida, como mostra a Fig. (b). A curva mais acima, na Fig. (c), mostra que o prognóstico $t \propto \frac{1}{d^2}$ é aparentemente correto para h = 30 cm. Para essa altura, $t = 165 \frac{1}{d^2}$.

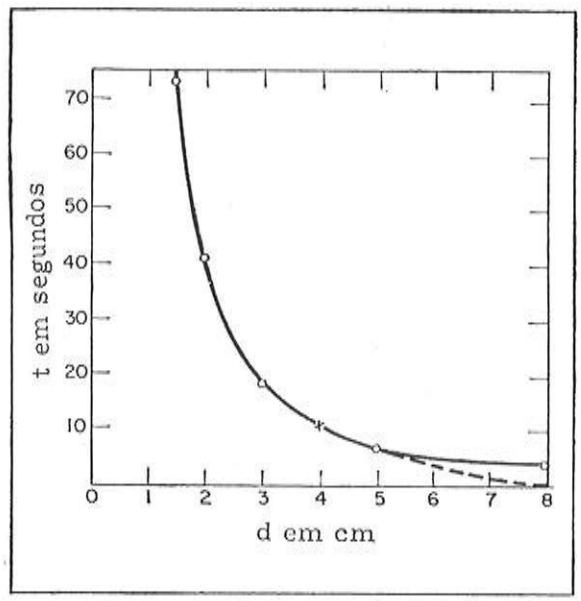


Figura (b)

As outras na Fig. (c) mostram que o prognóstico parece valer para as outras alturas.

Na escala de t, aumentada [Fig. (d)] verifica-se claramente que os pontos experimentais não estão sôbre uma reta, mas sim dentro do êrro experimental dessa reta. Concluímos que, para h = 1 cm, a experiência é consistente com a relação inversa do quadrado $t \propto \frac{1}{d^2}$, mas não é suficientemente exata, para evitar um grande desvio dessa relação. Na prática,

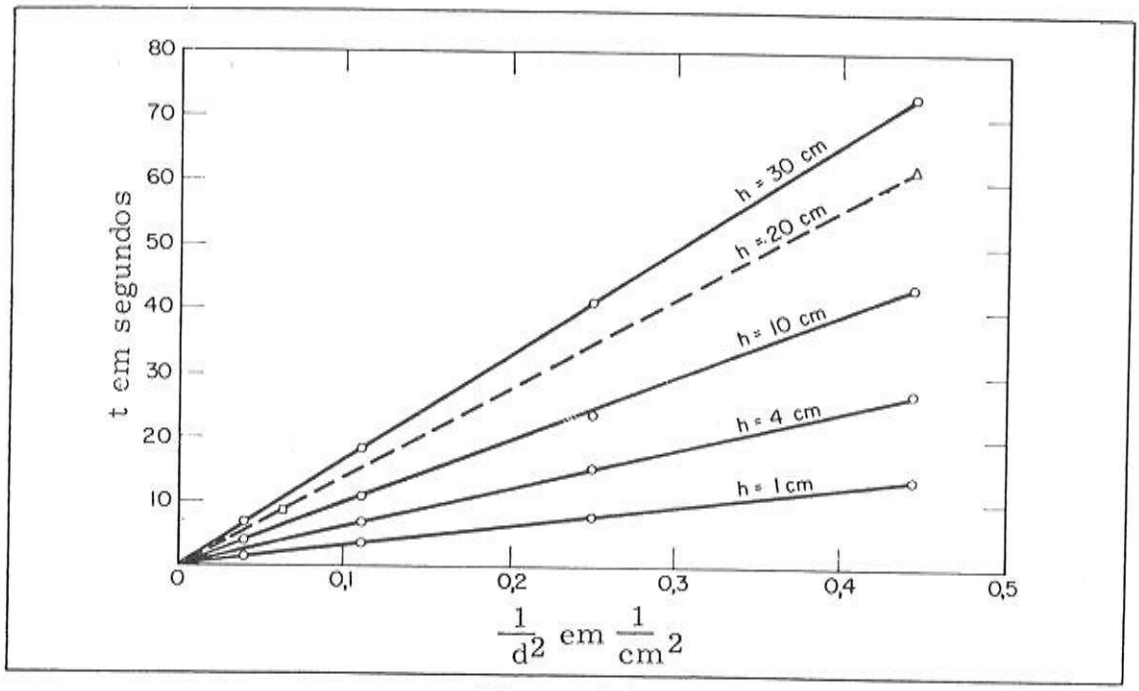


Figura (c)

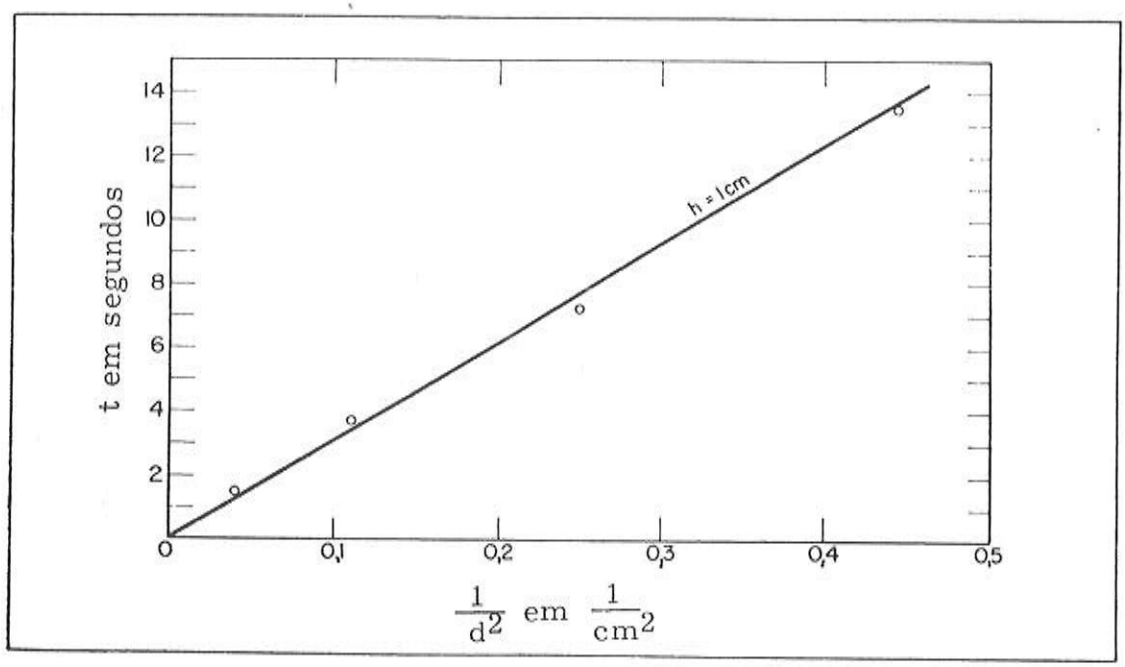


Figura (d)

tais situações normalmente inspiram maior precisão nas medições.

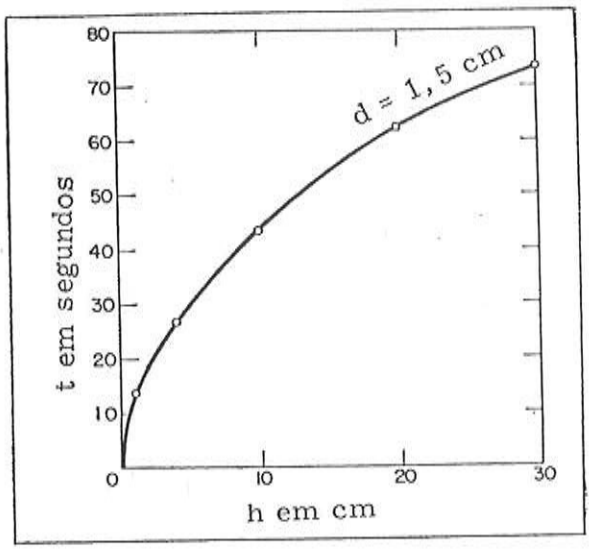


Figura (e)

A curva de t em função de h [Fig. (e)] deve, naturalmente, passar pela origem, uma vez que, não havendo água no recipiente, não levará nenhum tempo para esvaziá-lo.

Para realizar a dupla interpolação para h = 20 cm e d = 4 cm, primeiramente, devemos encontrar t para h = 20 cm e d = 1,5 cm, na Fig. (e). Desde que estabeleçamos que $t = \text{constante} \times \frac{1}{d^2}$, podemos marcar o ponto, encontrado na Fig. (e), na Fig. (c), e traçar a reta passando pela origem. Sôbre esta reta, lemos o valor de t para $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{4^2}$. Um outro método seria obter os valôres de t, na Fig. (c), para todos os quatro valôres de h e $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{4^2}$, e, depois, utilizar êsses valôres para traçar uma nova curva de t em função de h, em seguida, interpolar para $h = 20$ cm. Êste método seria também válido, se t não fôsse uma função linear de $\frac{1}{d^2}$.

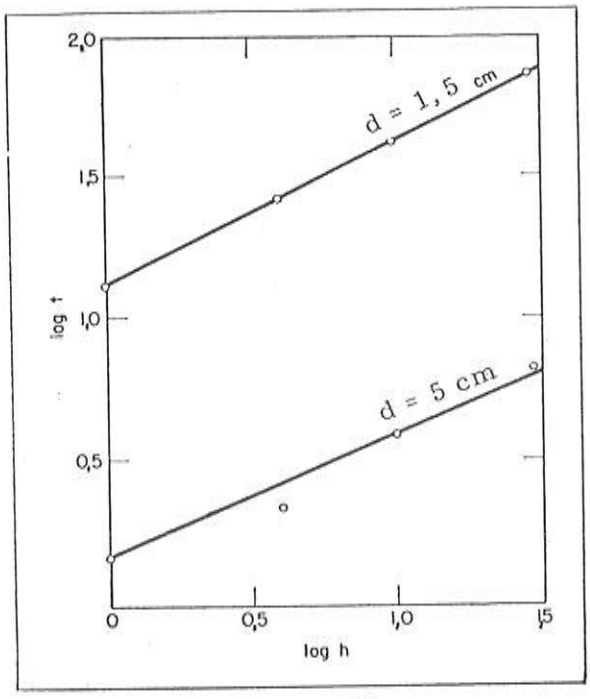


Figura (f)

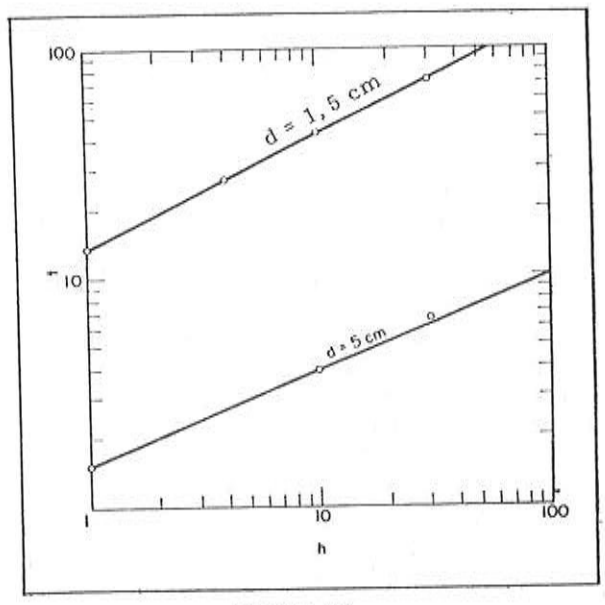


Figura (g)

Os alunos podem determinar, por tentativa, que $t \propto \sqrt{h}$. Esta relação não se mantém tão precisa para d = 5 cm, como acontece para maiores intervalos de tempo. Log t em função de log h dá uma reta. A inclinação da curva log t em função de log h ou a inclinação de t em função de h, no papel log-log, é medida diretamente com uma régua, e é igual a $\frac{1}{2}$, dentro do êrro experimental [Figs. (f) e (g)].

Conhecendo-se que a dependência de t com d e h é da forma $t = \text{constante} \times \frac{\sqrt{h}}{d^2}$, a constante é encontrada, multiplicando o valor mais acurado do tempo por $\frac{d^2}{\sqrt{h}}$; o resultado será constante = 30 cm. O valor de t, calculado para h = 20 cm e d = 4 cm é mais digno de confiança do que o valor encontrado pela interpolação gráfica.

MATERIAL

4 fôlhas de papel milimetrado.
1 fôlha de papel log-log.

I-5. MOVIMENTO: VELOCIDADE E ACELERAÇÃO

Esta experiência é essencial para o estudo da cinemática, no Capítulo 5, e pode ser feita, após discutida a Seção 5-3. (O gráfico de a em função de t é aconselhável que seja feito, depois do estudo da Seção 5-6). Embora a maior parte do tempo o aluno gaste na análise da informação da fita e na construção de gráficos, muitas destas análises, na medida do possível, devem ser feitas no laboratório, onde você pode auxiliar os alunos a fazer análises de gráficos.

A experiência demonstra que formas complicadas de movimento ocorrem, e que elas podem ser descritas e analisadas. Executando esta experiência, o aluno adquire prática e confiança na análise gráfica, como um instrumento para estudar o movimento.

Um ou dois marcadores de tempo, montados como mostra a Fig. 13, podem ser usados para marcar fitas, para tôda a classe. Deixe que cada aluno puxe a fita através do marcador, enquanto anda normalmente, e, depois, que construa seus próprios gráficos.

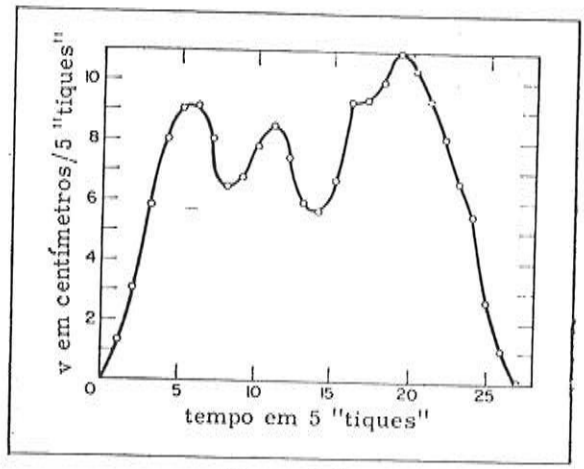


Figura (a)

Aproximadamente, 1,5m de fita será suficiente para se obter 20 a 25 pontos no gráfico, com 5 tiques por unidade de tempo. Certifique-se de que seus alunos começaram a traba-

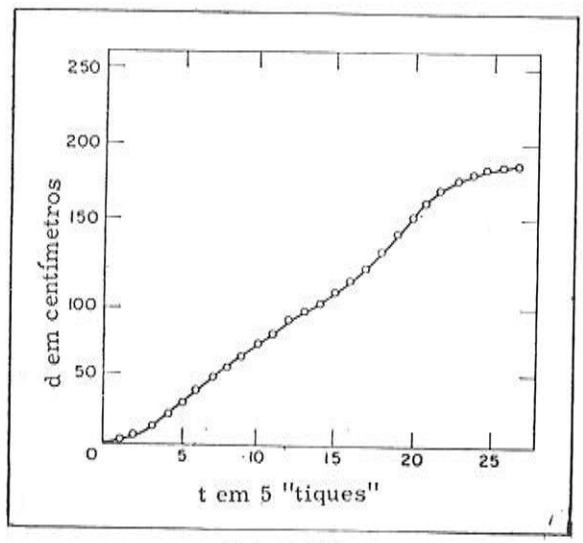


Figura (b)

lhar nos gráficos (v e d em função de t) na classe. Poderão, então, continuar o trabalho em casa. O gráfico da aceleração em função do tempo pode ser feito mais tarde, após ter sido estudada a Seção 5-6. Uma análise típica é mostrada nas Figs. (a), (b) e (c).

Não é necessário conhecer a calibração do marcador de tempo para esta experiência; pode-se tomar qualquer unidade de tempo. Podemos tomar 5 tiques como unidade de tempo, para a análise da velocidade.

Os alunos devem construir uma tabela da velocidade como uma função do tempo e, a partir dela, traçar o gráfico da velocidade em função do tempo. Entretanto, os gráficos distância-tempo e aceleração-tempo devem ser construídos a partir do gráfico da velocidade.

A velocidade média é obtida, medindo-se a distância entre o primeiro e o último tique na fita, e dividindo esta pelo número de unidade de tempo (5 tiques).

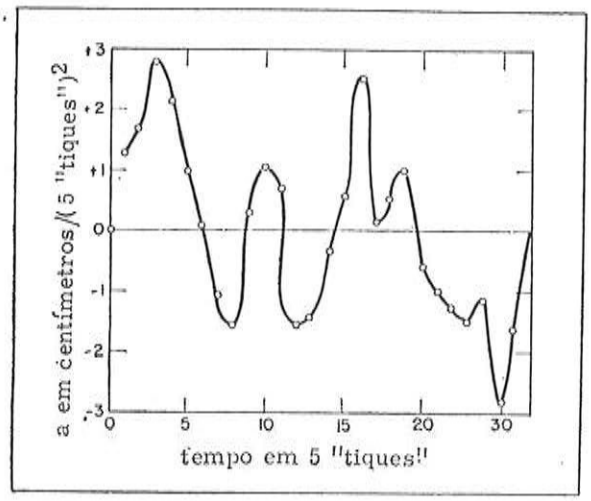


Figura (c)

Pode, também, fazer seus alunos prepararem um gráfico da velocidade em função do tempo, cortando a fita em comprimentos correspondentes à distância percorrida em intervalos de tempo iguais, e pregando-os, um ao lado do outro, a partir de uma linha básica comum. O resultado é, então, comparado ao gráfico da velocidade em função do tempo, feito pelos alunos. Os alunos podem fazer um gráfico aceleração-tempo, medindo os sucessivos $\triangle v$ no gráfico da velocidade, e cortando fitas de tamanhos iguais aos $\triangle v$. (Para cortar e medir as fitas, coloque as barras lado a lado, no gráfico da velocidade). Colocando todos os $\triangle v$ lado a lado, para formar o gráfico da aceleração, poderemos, em seguida, comparar com os gráficos, feitos anteriormente pelos alunos. Isto ajuda o aluno a visualizar melhor o que a medição e os gráficos representam.

A fim de diminuir o atrito, quando se mede a aceleração de um objeto em queda livre, o marcador de tempo pode ser colocado de lado, nos bordos da mesa, e um objeto relativamente pesado pode ser utilizado para puxar a fita. Se o objeto cair, aproximadamente, um metro, haverá cêrca de 20 marcas na fita.

Respostas às Perguntas.

Será possível ver, inspecionando a fita, onde a velocidade foi maior e onde foi menor. Entretanto, é muito mais difícil ver onde a aceleração foi maior e onde foi menor.

A distância (em cm) entre dois tiques, adjacentes na fita, representa a velocidade da mão em centímetros, por "tique".

A distância como função do tempo, obtida pela contagem dos quadrados sob a curva da velocidade, será igual à distância medida diretamente da fita, excluindo pequenos erros nos gráficos e na contagem dos quadrados.

A aceleração de um corpo em queda, como foi medida nesta experiência, pode variar de, aproximadamente, 5%. Efeitos de atrito, normalmente, não são constantes.

MATERIAL

1 régua.
4 fôlhas de papel milimetrado.

---

1 marcador de tempo (kit) (*).
1 pilha de 1 1/2 volt (*).
Rôlo de fita para o marcador de tempo.
Discos de carbono.
1 presilha em U (10 cm).

---

* 1 ou 2 são suficientes para tôda a classe.

I-6. PEQUENAS MASSAS

Uma balança comum de laboratório medirá a massa de algumas centenas de gramas com a precisão de 1% ou menos, mas, quando fôr usada para medir a massa de um cabelo ou objetos leves, a balança não dará nem mesmo a ordem de grandeza. Dos seus estudos de Química, alguns alunos possìvelmente estão familiarizados com uma balança analítica complexa. Esta experiência mostrará ao aluno que uma simples balança, feita com canudo de refresco, pode medir massas muito pequenas, além de suas ordens de grandeza. Cada aluno deve calibrar sua balança; não sòmente pela técnica, mas pela idéia de estender sua escala de medidas, usando um simples dispositivo. É aconselhável realizar a experiência após a discussão da Seção 7-2.

Aproximando a agulha do centro de massa do canudo e do parafuso, obtém-se uma balança mais sensível. Se a agulha estiver abaixo do centro de massa, o instrumento será instável e não poderá ser equilibrado. Neste caso, invertendo o canudo, colocar-se-á a agulha acima do centro de massa e a balança será estabilizada.

Economizar-se-á bastante tempo, se uma porção de fôlhas de papel forem cortadas e pesadas numa balança comum de laboratório, antes de iniciar a experiência. Cada aluno pode, então, calcular a massa de 1 cm^2 (ou menos) de uma fôlha. Pequenos pedaços de papel são manipulados mais convenientemente, com uma pinça. Os efeitos da corrente de ar serão diminuídos, colocando-se a balança numa caixa de sapatos ou em outro pequeno recipiente. Esta experiência não deve ser feita, sòmente, para exercício de construção e calibração; é essencial fazer algum uso da balança. O uso da balança e do micrômetro óptico, para encontrar a massa e o volume de pequenos objetos, ajudará na discussão da densidade, na Seção 7-4.

Veja a Experiência I-8 para uma aplicação da balança de canudo de refresco, na experiência sôbre camadas moleculares.

Respostas às Perguntas.

As balanças mais comuns pesam com uma precisão de 0,1 a 1,0 grama. Se a balança pesa acuradamente 0,1 grama, a precisão na pesagem do livro, expressa em porcentagem, é $\frac{0{,}1\ g}{\text{massa do livro}} \times 100$. A precisão na medição da massa de diferentes objetos depende, conseqüentemente, da massa do objeto.

A massa de um cabelo não pode ser calculada dentro de uma ordem de grandeza, usando uma balança comum de laboratório; é impossível dizer se a massa é 10^{-2} g ou 10^{-4} g.

Para verificar a igualdade das massas de vários pedaços de papel, compare a deflexão do braço para cada um.

A maior fonte de êrro na calibração é, provàvelmente, a falta de uniformidade no papel.

A leitura da escala é obtida por interpolação, dividindo-se o espaço entre as marcas encontradas pela calibração, em partes iguais.

A capacidade da balança de canudo de refresco depende da sensibilidade. Desde que se possa fazer cêrca de dez divisões significativas na escala, a capacidade é, aproximadamente, dez vêzes menor do que a massa mensurável.

MATERIAL

1 lâmina de barbear ou tesoura.
1 régua.
1 prendedor de roupa.
1 canudo de refresco de 20 cm.
1 parafuso.
1 agulha.
Um bloco de madeira (1,5 cm x 1,5 cm x x 9,0 cm), com duas lâminas de microscópio, e um elástico de borracha podem ser usados para fazer a base da balança, apesar da variedade de outras coisas que servirão igualmente bem.

Balança de braços iguais, de laboratório (capacidade de 0 a 2 000 g).
Fôlhas de papel.

I-7. ESPECTROS DE ELEMENTOS

Esta experiência demonstra que os átomos de um elemento, fortemente aquecido, emitem côres características dêsse elemento. Como o

ôlho não resolve misturas de côres, é usado um espectroscópio. Entretanto, não nos interessa aqui a teoria envolvida nessa operação. É aconselhável fazer a experiência durante o estudo da Seção 7-9.

Os compostos indicados darão bons resultados, quando usados em forma cristalina ou, preferìvelmente, em pó. Alguns dos nitratos de metais, como nitrato de sódio, nitrato cúprico, etc., devem ser úteis para mostrar que a coloração dada é uma característica do metal e não do cloro. As côres próprias do cloro são muito fracas para serem vistas. Os metais, aqui mencionados, produzem uma luz visível na escala de temperatura própria do bico de Bunsen. Se outras substâncias forem usadas, deverão ser testadas inicialmente, para ver se são convenientes. É importante prevenir os alunos para que não façam teste das substâncias, por meio da gustação.

O fio de níquel-cromo precisa ser nôvo, reluzente e livre de impurezas. A contaminação de sais de sódio, pela transpiração, será evitada, se o fio não fôr aquecido próximo ao suporte. Se fôr necessário utilizar novamente um fio, êle deverá ser limpo, mantendo-o por alguns minutos na chama, colocando-o brevemente numa solução diluída de ácido clorídrico e, então, aquecê-lo novamente. Quando as alças circulares não estão sendo utilizadas, devem ser embrulhadas individualmente, numa fôlha de alumínio, e guardadas. O suporte para o fio pode ser feito, prendendo-se uma extremidade do fio num pequeno cabo de madeira de 1/4 de polegada.

Quando a alça circular aquecida fôr introduzida na substância sólida, uma pequena quantidade fundir-se-á e aderirá à alça. Se algumas substâncias não aderirem bem, deverão ser umedecidas.

O mais importante, na construção do espectroscópio, é verificar se a fenda é paralela às linhas da rêde de difração. A linha espectral, como a linha amarela no sódio, pode aparecer duplicada. Esta não é a linha dupla do sódio, mas um "fantasma" duplo, que aparece devido a imperfeições na rêde. Para eliminar isso, move-se um pouco a cabeça, a fim de usar uma porção diferente da rêde. Se isto não fizer desaparecer o fantasma, substitua a rêde.

As côres aparecerão mais visíveis, se a sala estiver escura.

Respostas às Perguntas

As côres são realmente diferentes, exceto o lítio, o estrôncio e o cálcio, que são vermelhos.

Sem o espectroscópio, o ôlho pode distinguir as côres separadamente, devido às misturas meio a meio de cloro e lítio, por causa das separações espaciais acidentais de regiões luminosas na chama. Se sòmente uma pequena quantidade (5%) de lítio estiver na mistura, será possível distinguir a côr produzida por cada substância, sòmente por meio do espectroscópio.

A presença de um traço de lítio, misturado com cloreto de sódio, não pode ser observada sem o espectroscópio, mas a linha do lítio é visível no espectroscópio.

O aluno pode convencer-se de que as côres que êle observa são características do sódio, cálcio, cobre, etc., e não de seus cloros, observando as côres obtidas, quando o nitrato dos mesmos elementos são testados da mesma maneira. Isto também mostra que as côres são produzidas pelos átomos individuais e não pela quantidade do elemento.

O sódio pode ser identificado no fermento em pó e o cálcio no pó de giz.

MATERIAL

O material que se segue é apropriado à experiência completa:

Pequenas quantidades em forma cristalina ou em pó:

cloreto de lítio
cloreto de potássio
cloreto de estrôncio
cloreto de sódio
cloreto de cálcio
cloreto cúprico

Um ou dois nitratos dos citados acima.

fermento em pó
pó de giz

10 fios de níquel-cromo (ou platina) com uma alça circular e um suporte de madeira (0,5 cm x 0,5 cm x 5 cm).

1 bico de Bunsen (fogareiro a gás).

1 espectroscópio.

1 suporte de base retangular, presilhas, pinças de mufa.

Diversos vidros pequenos de relógio ou recipientes similares.

I-8. CAMADAS MOLECULARES

Esta experiência fornece um limite superior para o tamanho de uma molécula. É a maior realização que o aluno pode alcançar no limite inferior, da ordem de 10^{-9}m ($\approx$ 10A). A experiência está relacionada com a Seção 7-12, mas pode ser feita em qualquer ocasião, após completar a Seção 7-9.

A demonstração que se segue pode ajudar os alunos a entenderem o método indireto da medição, usado nesta experiência. Meça em um recipiente graduado o volume de chumbinhos para caça, que cobrem o fundo circular de um vasilhame. Ache a área do vasilhame, e calcule a espessura (diâmetro) dos chumbinhos. Compare êsse resultado com o valor encontrado pela medição do diâmetro de um chumbinho com uma régua ou compasso.

Os melhores resultados são obtidos com 0,5% de solução, necessitando-se para isso, de uma cuba com um diâmetro mínimo de 35 cm. (1% requer uma cuba bem maior, ao passo que 0,05% dá formas irregulares). Se fôr muito difícil limpar a cuba, esta poderá ser revestida com fôlhas de alumínio. A cuba de ondas é um bom recipiente para a experiência. Entretanto, cubas de madeira precisam ser bem revestidas, para prevenir a contaminação da massa de vidraceiro e da madeira. A transpiração das mãos pode contaminar suficientemente a água, e frustrar a obtenção de uma película de contôrno nítido. Excetuando enganos da parte do aluno, não é necessário limpar a cuba durante a experiência. Após a experiência, contudo, deve-se limpar *completamente* a cuba, a fim de remover todo o ácido oléico.

Se a água da torneira contiver bastante cloro ou uma elevada quantidade de mineral, deverá ser usada água destilada. Deve ser feito um teste antecipado. Usando-se água quente, aumentará a velocidade de evaporação do álcool. Se fôr usado muito pó indicador, isto dificultará ao ácido oléico formar o maior círculo possível e, portanto, a menor película possível.

A mistura de três partes de óleo de cárter nôvo com uma dêsse óleo usado, também, será um bom indicador. Use um simples pingo, obtido com um palito de dente. Apesar dêsse indicador funcionar bem, tem a desvantagem de que dois óleos a mais entram na experiência, para fazer a situação parecer mais complicada do que realmente o é.

Talvez você queira misturar a solução antecipadamente, ou pedir a um ou dois alunos que o façam, mas cada aluno deve calcular a concentração. Seguindo as instruções dadas pelo Guia de Laboratório, resulta em 50 cm³ de 0,5% de solução. Isto é o suficiente para todos os alunos.

A primeira gôta de solução de um conta-gotas pode trazer consigo alguma solução, aderida em sua parte externa e, portanto, ser maior do que as outras gotas. Para evitar isso, as primeiras gotas devem ser recolocadas na garrafa.

Se os alunos não pensaram em esticar a película, puxando-a com um pequeno arame, para ver se conseguem mudar a área ou sòmente sua forma, sugira-lhes que tentem isso.

Se dispuser de tempo, você poderá considerar uma interessante variação. Faça cada grupo preparar cêrca de 5 cm³ de solução de ácido oléico, pesando a quantia necessária dêste ácido numa micro-balança de canudo de refresco e, depois, dissolvê-lo em 5 cm³ de álcool. Para uma solução de 0,5%, isto requer 22,25 mg. Um pequeno pedaço de fôlha de alumínio, pôsto no canudo, servirá de recipiente para o ácido oléico, e será, em seguida, colocado com o ácido, no álcool. A quantia de ácido oléico, por gôta de solução, pode ser encontrada como antes.

Respostas às Perguntas

A espessura da película de ácido oléico pode ser determinada, dividindo-se o volume da gôta pela área da superfície da película.

Cinco cm³ de ácido oléico em 95 cm³ de álcool compõe uma solução de 5%. Cinco cm³ da solução de 5% contém 0,25 cm³ de ácido oléico e 4,75 cm³ de álcool. Misturando isto com 45 cm³ de álcool, resultará uma solução que contém 0,25 cm³ de ácido oléico, em 49,75 cm³ de álcool. Isto é igual a 0,50 cm³ de

ácido oléico, em 99,50 cm^3 de álcool. Expressa em porcentagem, a concentração é de 0,5%.

Quando se coloca uma gôta de álcool na água, o pó de giz move-se para fora e começa a formar uma área clara que, em seguida, se fecha com a evaporação do álcool ou com a mistura do álcool com a água.

Duas gotas de ácido oléico formarão uma área cêrca de duas vêzes a de uma gôta (o raio aumenta cêrca de 40%). Três gotas formarão, aproximadamente, uma área três vêzes a de uma gôta, se a cuba fôr suficientemente grande para o ácido e o indicador se espalharem. Disto pode ser concluído que, dentro da precisão da experiência, a película é uniformemente fina, indiferentemente do fato de uma ou mais gotas serem usadas.

Um exemplo dos cálculos da espessura da película molecular é o seguinte:

Diâmetro médio da película: 20 cm.

Área circular $\pi \frac{d^2}{4} = 314\ cm^2$.

Concentração da solução: 0,5%.

Volume de uma gôta (50 gotas/cm^3): 0,02 cm^3.

Volume de ácido oléico por gôta: $0{,}5\% \times 0{,}02\ cm^3 = 1 \times 10^{-4} cm^3$.

$$\text{Espessura da película} = \frac{1 \times 10^{-4} cm^3}{314\ cm^2} = 3{,}2 \times 10^{-7}\ cm.$$

O êrro na medida do diâmetro pode ser de, aproximadamente, 15%; portanto, o êrro na área é de, aproximadamente, 30%. O êrro no preparo da solução é cêrca de 2%. As variações no tamanho das gotas podem introduzir um êrro de 5 a 10%. Alguns erros são causados pelo indicador, mesmo quando é usado em pequena quantidade. Os alunos podem estimar que seus cálculos são precisos, dentro de um fator 2.

Se a espessura da camada fôsse aumentada para 1 cm ou, aproximadamente, 10^7 vêzes na mesma escala, um aluno, cuja altura está na ordem de 1 metro, teria mais ou menos 10^4km de altura. Poderia permanecer com os pés no oeste dos Estados Unidos e a cabeça na Europa.

Se a camada é a espessura de uma molécula, e as moléculas supostas cúbicas, $3{,}1 \times 10^6$ moléculas podem ser colocadas ao longo de cada dimensão de 1 cm^3. Então, $(3{,}1 \times 10^6)^3 = 3 \times 10^{19}$ moléculas preencherão 1 cm^3. Uma molécula de ácido oléico terá uma massa de $\frac{0{,}89\ g/cm^3}{3 \times 10^{19} cm^{-3}} = 3 \times 10^{-20} g$.

O pêso molecular do ácido oléico é 282, isto é, um mol tem 282 gramas. Se a massa de uma molécula de ácido oléico tem 3×10^{-20} gramas, então, há $\frac{282\ gramas}{3 \times 10^{-20} g} \approx 10^{22}$ moléculas em um mol.

A principal fonte de êrro, na avaliação do número de Avogadro, é a suposição de que a molécula de ácido oléico seja um cubo; na realidade, ela é longa e fina, com uma largura e espessura de, aproximadamente, $\frac{1}{10}$ de seu comprimento. Portanto, há cêrca de 10×10 vêzes o número de moléculas ou, 10^{24} em um mol.

MATERIAL

1 cuba (min. 40 cm × 40 cm).
Solução de ácido oléico em álcool metílico, 5 cc de 0,5%.
1 proveta de 50 ml e um conta-gotas.
1 copo graduado (sensibilidade de 0,1 cc).
Pó (giz ou licopódio).
Lixa de papel (necessária, se o giz fôr usado).

Fôlha de alumínio (optativo).
Água pura.

I-9. ESCALA NATURAL DE TEMPERATURA

A finalidade desta experiência é mostrar que um termômetro de gás define uma escala natural de temperatura. A escala é linearmente proporcional ao volume do gás, por definição, e é independente da natureza do gás. Não se confirma a linearidade, testando o termômetro

de gás com um termômetro de mercúrio. Isso mostra sòmente que o termômetro de mercúrio é calibrado, para concordar com a escala do gás.

A experiência está relacionada com a Seção 9-4 e 9-5, e pode ser feita antes de estudar estas seções.

Para melhores resultados, o interior do frasco e o tubo de vidro devem estar sêcos. Uma pequena porção de algodão, colocada na extremidade do tubo de vidro, manterá sêco o interior do frasco, enquanto o frasco estiver imerso na água em ebulição. Se a umidade fôr elevada, guardando-se os frascos durante a noite, numa caixa com um pouco de cloreto de cálcio, remover-se-á a umidade do ar nos frascos, e dará um resultado final melhor.

É melhor usar um frasco de 250 cc. Frascos maiores requerem maiores recipientes de água quente e gelada. Se o mesmo frasco é usado pela segunda vez, deve-se antes eliminar sua umidade. Mesmo uma gôta de água pode causar resultados desastrosos.

A transferência do frasco da água em ebulição para o gêlo fundente deve ser feita ràpidamente, colocando-se firmemente o dedo sôbre a abertura do tubo, para evitar que o ar entre no frasco, durante a transferência. O frasco precisa estar completamente imerso na água gelada, e a mistura agitada brandamente, para garantir temperaturas uniformes.

O volume do ar no frasco é determinado, enchendo-o com água e medindo o conteúdo num recipiente graduado. Êste volume é o do gás no ponto de ebulição da água. A diferença entre êste volume e o volume da água do gêlo fundente, que entra no frasco, é o volume do gás no ponto de solidificação da água.

Seria boa idéia fazer os alunos repetirem a experiência por duas ou três vêzes para cada gás diferente usado. Se o tempo não fôr suficiente, poder-se-á tomar as leituras de ensaios de vários alunos, e obter a média para conseguir resultados igualmente satisfatórios.

Para mostrar que a escala é a mesma para gases diferentes, pelo menos um outro gás deve ser usado, além do ar. O oxigênio é uma boa escolha, visto que é relativamente fácil de ser preparado no laboratório. O gás pode ser secado, passando-o através de um tubo com cloreto de cálcio, antes de fazer a experiência. Os gases, tais como hélio, propano e metano, darão igualmente bons resultados. Cuidado especial deve ser tomado, quando são usados gases combustíveis. A solubilidade do dióxido de carbono na água elimina seu uso, no método descrito na experiência.

Respostas às Perguntas

A temperatura em graus centígrados, encontrada pela extrapolação da curva para o volume zero, será de, aproximadamente, —273°C.; valôres que variam de —240°C a —300°C serão normais, uma vez que um êrro na medida do volume do gás, no ponto de solidificação da água, é aumentado cêrca de dez vêzes, quando a curva é extrapolada para o volume zero.

A curva, encontrada pela construção de um gráfico dos resultados, utilizando um gás diferente, será essencialmente a mesma que a encontrada para o ar.

Ao medir a temperatura da água, ela variará normalmente um pouco. Quando um termômetro de mercúrio é usado, a mudança é desprezível. Como um termômetro não tem geralmente a mesma temperatura que um objeto, cuja temperatura pretende-se medir, haverá pequenas trocas de calor entre ambos. Isto é, em um dêles aumentará a temperatura, e no outro diminuirá. A grandeza dêste efeito depende dos tamanhos relativos do termômetro e do objeto. Esta questão pode servir como introdução para o Capítulo 10 do texto.

MATERIAL

3-5 frascos erlenmeyer de 250 cc., com rôlha de borracha, atravessada por tubo estreito de vidro; tubos estreitos de vidro, 5 cm.
2 copos pirex de 500 cc. (béquer).
Gêlo.
Algodão.
Fogareiro.
Papel milimetrado.

---

1 dispositivo para gerar oxigênio da mistura de cloreto de potássio e dióxido de manganês e
1 tubo de cloreto de cálcio para secar o gás.
Hélio, propano, ou metano.

Êste livro foi composto e impresso nas Oficinas da Emprêsa Gráfica da Revista dos Tribunais S.A., Rua Conde de Sarzedas, 38, São Paulo, para a Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências e para o Centro de Treinamento de Professôres de Ciências de São Paulo, empregando-se papel Ilustração de 1.ª, da Indústria de Papel Leon Feffer, especialmente fabricado para esta edição.